Lehrbuch

der

Astronomie,

von

Abel Bürja.

Zweiter Band.

Berlin,
bei Schöne 1796.

An den Leser.

Etwas spät erscheint dieser zweite Band meiner Astronomie. Die Ursache davon ist, daß ich durch das Verlangen verschiedener Leser aufgefordert wurde, die angefangenen optischen Wissenschaften durch Bearbeitung der Perspektive zu vollenden, welches auch im verwichenen Jahre geschehen ist. Gegenwärtiger Band meiner Schriften enthält hauptsächlich den trigonometrischen Theil der Astronomie, welchen ich, wegen seiner Wichtigkeit etwas ausführlicher behandelt habe, als sonst in Lehrbüchern zu geschehen pfleget. Vorher gehet die Lehre von der Zeitrechnung und von der Zeitmessung durch Sonnen- und Räder-Uhren. Ob sich die übrigen Lehren der Sternkunde werden in einen Band zusammenbringen lassen, oder ob ich noch zwei damit werde anfüllen müssen, kann ich für jetzt

nicht bestimmen. Weil ich keine Kompendia, sondern ausführliche Lehrbücher schreibe, so passet das starke Zusammendrängen der Materien nicht in meinen Plan. Bei der Bearbeitung des jetzigen Bandes habe ich einen schätzbaren Gehülfen gehabt, nämlich Herrn Ideler, Astronom bei der Königlichen Akademie der Wissenschaften und Lehrer der Astronomie bei der Streitischen Stiftung. Dieser eben so thätige als geschickte junge Mann hat die Güte gehabt, die Berechnung der trigonometrischen Exempel zu übernehmen, und von drei Korrekturen jedes Bogens die zweite zu besorgen, wofür ich ihm hier meinen Dank abstatte. In dem ersten Bande haben sich einige Druckfehler und andere Versehen eingeschlichen, die ich am Ende des gegenwärtigen anzeige, damit der Leser sein Exemplar darnach berichtigen könne. Zuletzt folgen noch einige Berichtigungen zu diesem zweiten Bande, welche der Leser ebenfalls gebeten wird zu bemerken, weil sie von einiger Erheblichkeit sind.

Inhalt.

Inhalt.

Neuntes Hauptstück.
Von der Zeitrechnung. Seite 1

Zehntes Hauptstück.
Von Sonnen=Uhren. 30

Eilftes Hauptstück.
Von Räder=Uhren. 58

Zwölftes Hauptstück.
Von Beobachtung der Oerter und der Lage der Himmelskörper. 84

Dreizehntes Hauptstück.
Trigonometrische Aufgaben, die sich auf die Sonne beziehen. 108

Vierzehntes Hauptstück.
Trigonometrische Aufgaben, die sich auf die Fixsterne beziehen. 141

Funfzehntes Hauptstück.

Trigonometrische und andere Aufgaben, die sich auf die Erdkugel beziehen. Seite 168

Sechszehntes Hauptstück.

Trigonometrische und andere Aufgaben, die sich auf die Schiffarth beziehen. 195

Siebenzehntes Hauptstück.

Von Einschalten oder Interpoliren. 224

Achtzehntes Hauptstück.

Von der Veränderung der Dreiecke. 250

Neunzehntes Hauptstück.

Von der Stralenbrechung und der Parallaxe. 286

Neuntes Hauptstück.

Von der Zeitrechnung.

§. 1.

Im vorigen Hauptstücke haben wir nur eigentlich die astronomische Eintheilung der Zeit erkläret. Es giebt aber noch eine bürgerliche Eintheilung, die im gemeinen Leben gebräuchlich ist, worauf die Einrichtung der Kalender und die gewöhnliche Zeitrechnung gegründet sind.

Was die 24 Stunden des Tages betrifft, so werden sie gemeiniglich nach der wahren Sonnenzeit gezählet. Denn ein jeder saget es sei Mittag, wenn die Sonne den Gipfel ihres Tageskreises erreichet hat. Da nun die Taschen- und Stubenuhren so eingerichtet sind, daß sie einförmig gehen oder doch gehen sollten, so folget, daß solche Uhren, wo nicht jeden Tag, doch immer nach einigen Tagen gestellet werden müssen, wenn sie die wahre Zeit angeben sollen. Wenn man

einen Gnomon über einer Mittagslinie, oder eine richtige Sonnenuhr hat, so kann dieses Stellen am Mittage bei Sonnenschein geschehen. In Ermangelung dieses Hülfsmittels, oder im Falle, da die Sonne nicht scheinet, und in der Voraussetzung, daß die Uhr ganz einförmig gehet, darf man nur in den Ephemeriden oder in anderen Tabellen suchen, um wie viel die Sonne seit der lezten Stellung der Uhr vorgeeilet oder zurückgeblieben ist, und die Uhr um eben soviel vorwärts oder rückwärts stellen. Es giebt zwar Uhren, (z. B. bei der Berliner Akademie) die eine besondere Vorrichtung enthalten, mittelst welcher der Minutenzeiger um soviel vorwärts oder rückwärts geschoben wird, als es der Unterschied der wahren und der mittleren Zeit erfordert; allein sie sind selten und sehr theuer. Viele sind der Meinung, es wäre besser, die Uhren nach der mittleren Zeit gehen zu lassen, ohne sich um die Sonne zu bekümmern. Allein, da die allermeisten Uhren nicht lange Zeit richtig gehen, so wäre es für die Besitzer derselben zu weitläuftig und zu beschwerlich, sie wieder nach der mittleren Zeit zu stellen; hingegen ist es einem jeden sehr leicht seine Uhr nach einem Gnomon oder einer Sonnenuhr wieder mit der Sonne übereinstimmend zu machen. Deswegen ist der Gebrauch allgemein, sich im gemeinen Leben nicht nach der mittleren, sondern nach der wahren, oder vielmehr scheinbaren Sonnenzeit zu richten. Indessen sagt man, es sei an einigen Orten, z. E. in Genf, eingeführet, die Stadtuhren, und nach ihnen die übrigen, im einförmigen Gange der mittleren Zeit zu erhalten.

Es ist schon angemerket worden, daß bei den Astronomen von einer Kulminazion der Sonne bis zur andern, zur Bequemlichkeit der Rechnungen, 24 Stunden in eins fortgezählet werden, und daß der Vormittag alsdann zum vorhergehenden Tage gerechnet wird;

wird; daß hingegen im gemeinen Leben von Mitternacht bis Mittag 12 Morgenstunden, und dann bis zur folgenden Mitternacht 12 Abendstunden gezählet werden. Jedoch pflegen die Italiener von einem Sonnenuntergange bis zum andern 24 Stunden in eins fort zu zählen; die Babylonier hingegen zählten 24 Stunden von einem Sonnenaufgange bis zum andern. Die Juden und die alten Römer zählten 12 Tagesstunden vom Sonnenaufgange bis zum Sonnenuntergange; und abermals 12 Nachstunden vom Sonnenuntergange bis zum Aufgange; so daß sie meistens ungleiche Stunden im Jahre hatten.

§. 2.

Bei den christlichen Völkern sind kleine Zeitperioden von 7 Tagen eingeführet, die man Wochen nennet. Sie waren auch ehedem bei den Juden und anderen Völkern gebräuchlich, und sind vermuthlich aus den vier Mondsvierteln entstanden, deren jedes nicht vielmehr als 7 Tage dauret.

Etwas längere Zeitfristen werden in Monaten gerechnet. Ein **Monat** ist ursprünglich die Zeit, welche von einem Neumonde bis zum folgenden verstreicht, und beträgt eigentlich $29\frac{1}{2}$ Tag. In ganzen Tagen müßte man also die Monate wechselsweise von 29 und von 30 Tagen machen, wie es auch bei einigen Völkern gebräuchlich gewesen und noch ist. 12 solche Monate machen 354 Tage, also 11 Tage und einige Stunden weniger als ein Jahr. Um die Unbequemlichkeit dieser übrig bleibenden Tage zu vermeiden, hat man das Jahr in 12 Monate getheilet, so daß die Sonne ohngefähr während einem Monate in jedem Zeichen der Ekliptik bleibet. Wenn man die 365 Tage des Jahrs durch 12 dividiret, so kämen auf jeden Monat 30 Tage und 10 Stunden. Zur Vermeidung der

Brüche hat man einigen Monaten 30, andern 31, und einem 28 Tage gegeben, wie folget: Januar 31, Februar 28, März 31, April 30, Mai 31, Junius 30, Julius 31, August 31, September 30, Oktober 31, November 30, Dezember 31. Man merke sich nur, daß Januar und August 31 Tage haben; von diesen an gezählet, hat jeder zweite Monat wiederum 31 Tage. Vom Schaltjahre, in welchem der Februar 29 Tage hat, soll bald geredet werden.

Die Frankreicher rechnen 30 Tage auf jeden Monat, und theilen ihn in 3 Dekaden, jede von 10 Tagen. Am Ende der 12 Monate haben sie 5, auch wohl 6 Schalttage, oder eingeschobene Tage. Eben dieses soll ohngefähr die Einrichtung des Kalenders bei den alten Aegyptern und auch anfänglich bei den Griechen gewesen seyn.

Das französische Jahr fängt mit dem Herbst an, nämlich mit dem Tage, da die Sonne in das 7te Zeichen der Ekliptik eintritt, welches nach unserer Rechnung den 22ten September zu geschehen pfleget. Hier folgen die Namen der französischen Monate, nebst ihrer Verdeutschung, und ihren Anfangstagen nach dem gregorianischen Kalender; wo zwei Zahlen stehen, da gilt die 2te für unser Schaltjahr.

Vindimiare,	Weinreich,	den 22ten September.
Brumaire,	Nebenlicht,	den 22ten Oktober.
Frimaire,	Reificht,	den 21ten November.
Nivôse,	Schneevoll,	den 21ten Dezember.
Ventôse,	Windicht,	den 20ten Januar.
Pluviôse,	Regenicht,	den 19ten Februar.
Germinal,	Keimreich,	den 21 oder 20ten März.
Floréal,	Blumenreich,	den 20 ober 19ten April.
Prairial,	Wiesenhold,	den 20 oder 19ten Mai.

Messidor,

Messidor, Erndtegeber, den 19 oder 18ten Junius.
Thermidor, Brenner, den 19 oder 18ten Julius.
Fructidor, Fruchtvoll, den 18 oder 17ten August.

Dieser letzte Monat dauret einschlußweise (inclusive) bis zum 16ten oder 15ten September; die übrigen 5 oder 6 Tage bis zum 22ten September ausschlußweise (exclusive) sind die Schalttage.

Wenn der Anfang des Herbstes nicht auf den 22 sondern auf den 21ten oder 23ten September fällt, so müssen alle Zahlen um 1 vermindert oder vermehret werden.

Die 10 Tage in der Dekade oder französischen Woche heißen: Primidi, Duodi, Tridi, Quartidi, Quintidi, Sextidi, Septidi, Octidi, Nonidi, Décadi: das heißt: Ersttag, Andertag, Drittag, Viertag, Fünftag, Sechstag, Siebentag, Achttag u. s. w.

Die Jahre der französischen Republik werden vom Herbstanfang 1792 gezählet.

Nach diesen Erläuterungen ist es nicht schwer eine französische Tageszahl in die unsrige, und umgekehrt, zu verwandeln.

Zum Beispiel, der 30te August 1795, was ist das für ein Tag bei den Frankreichern? Da der Herbstanfang 1794 am 22ten September war, so gilt die obige Tabelle für das laufende französische Jahr, und da das Jahr 1795 kein Schaltjahr ist, so gelten die ersten Zahlen, nicht die zweiten. Folglich am 18ten August war der 1te Fructidor; also am 30ten August ist es der 12te Fructidor; und da der 12te Tag des Monats bei den Franzosen der 2te Tag der 2ten Dekade ist, so ist es Duodi. Was das Jahr betrift, so sind wir im dritten seit dem Herbstanfange 1794. Also entspricht der aufgegebene Tag dem 12ten Fructidor des 3ten Jahres der französischen Republik, und ist ein Duodi oder Andertag.

Es sei verlanget zu wissen, welchem Tage unsers Kalenders der 9te Thermidor des jetzigen französischen Jahres entspricht.

Der 1te Thermidor traf auf den 19ten Julius, also der 9te auf den 28ten Julius.

§. 3.

Das Wort Jahr scheinet ursprünglich jedes Zeitmaaß angedeutet zu haben, bald einen Tag, bald einen Monat, bald die Dauer einer der vier Jahreszeiten. Jetzt bedeutet es die Dauer eines Umlaufs der Sonne in der Ekliptik; und das bürgerliche Jahr wird, so viel als thunlich ist, nach dem tropischen (I. Theil S. 289.) eingerichtet. Bei den alten Völkern wurde die Dauer des Jahres ziemlich verschieden angenommen. Etwa 1500 Jahre vor Christi Geburt entdekten die Aegypter, daß man auf ein Jahr 365 Tage rechnen müßte. In der Folge fand man, daß noch etwa 6 Stunden darüber wären. Deswegen führte Julius Cäsar, Römischer Kaiser, noch vor Christi Geburt den Gebrauch ein, jedem vierten Jahre einen Tag mehr zu geben, um die übrig gebliebenen Stunden zu erschöpfen. Jedes vierte Jahr hatte demnach 366 Tage, und wurde ein Schaltjahr genannt. Der Schalttag wurde dem Monat Februar, als dem kürzesten, angehängt, und dieser enthielt demnach in gemeinen Jahren 28, in Schaltjahren aber 29 Tage.

In der Folge der Zeit wurde man gewahr, daß das tropische Jahr nicht volle 6 Stunden über 365 Tage lang ist, sondern nur 5 Stunden 49 Minuten, welches 11 Minuten weniger macht als die Mathematiker des Julius Cäsar angenommen hatten. Deswegen schlug der Papst Gregorius XIII. im Jahre 1582 vor, die Schaltjahre des Julius Cäsar zwar in der Regel beizubehalten, aber in 400 Jahren 3 Schalt-

tage wegzulassen, weil 400 mal 11 Minuten ohngefähr 3 Tage machen. Dieser Vorschlag wurde angenommen, und der auf diese Art eingerichtete Kalender wird der **neue** oder **gregorianische** Kalender genannt. Hingegen der des Julius Cäsar, heißt der alte oder julianische Kalender; er ist noch bei den Russen gebräuchlich. Da der neue Kalender eingeführt wurde, ließ man mit einemmal 10 Tage aus, so daß im Jahre 1582 nach dem 4ten Oktober nicht der 5te, sondern der 15te gezählet wurde. Also blieb der alte Kalender um 10 Tage zurück. Das Jahr 1700 war nach dem alten Kaleuder ein Schaltjahr, nach dem neuen keines; der alte Kalender blieb also wieder um 1 Tag zurück, und der Unterschied bestand in 11 Tagen, wie er noch jetzt ist. Das Jahr 1800 wird im nämlichen Falle sein, und dann wird der Julianische oder der Russische Kalender um 12 Tage zurück bleiben.

Wenn man finden will, ob ein Jahr ein Schaltjahr ist, so dividire man die Jahrzahl durch 4, bleibet nichts übrig, so ist es ein Schaltjahr, sonst ist es ein gemeines Jahr von 365 Tagen. Diese Regel ist bei dem Julianischen Kalender ohne Ausnahme. Hingegen bei dem Gregorischen findet für die letzten Jahre der Jahrhunderte, nämlich für diejenigen, deren Zahl sich mit zwei Nullen endiget, eine Ausnahme statt. Wenn die Hunderte sich ohne Rest durch 4 dividiren lassen, das heißt, wenn die Jahrzahl, nach dem man zwei Nullen rechter Hand weggestrichen hat, sich so dividiren läßt, so ist es ein Schaltjahr; sonst ist es ein gemeines Jahr. Nach dieser Regel war das Jahr 1600 ein Schaltjahr, 1700 keines, 1800 wird keines seyn, 1900 auch nicht, aber 2000 wird wiederum ein Schaltjahr sein.

Jahre von 365 Tagen werden **Aegyptische Jahre** genannt; von 365 Tagen 6 Stunden, **Julianische**;

von 365 Tagen 5 Stunden und ohngefähr 49 Minuten Gregorische oder Gregorianische Jahre.

§. 4.

Ein gemeines Jahr enthält 52 Wochen und einen Tag, ein Schaltjahr aber 52 Wochen und zwei Tage. Gesetzt also ein Schaltjahr fange mit einem Montage an, so fänget das folgende Jahr mit Mittwoch an, das folgende mit Donnerstag, das folgende mit Freitag, das folgende (welches ein Schaltjahr ist) mit Sonnabend, das folgende mit Montag, u. s. w. wie man hier in der Tabelle siehet, wo die Schaltjahre mit S. bezeichnet sind.

1. Mont. S.	13. Dienst. S.	25. Mittw. S.
2. Mittw.	14. Donnerst.	26. Freitag.
3. Donnerst.	15. Freitag.	27. Sonnab.
4. Freitag.	16. Sonnab.	28. Sonnt.
5. Sonnab. S.	17. Sonnt. S.	29. Mont. S.
6. Mont.	18. Dienst.	30. Mittw.
7. Dienst.	19. Mittw.	31. Donnerst.
8. Mittw.	20. Donnerst.	32. Freitag.
9. Donnerst. S.	21. Freitag. S.	33. Sonnab. S.
10. Sonnab.	22. Sonnt.	34. Mont.
11. Sonnt.	23. Mont.	u. s. w.
12. Mont.	24. Dienst.	

Man siehet, daß nach 28 Jahren dieselbige Ordnung der Anfangstage wieder vorkömmt, und daß hier eine Periode von 28 Jahren statt findet, nach welcher die Wochentage wieder anfangen nach derselbigen Ordnung, auf dieselbigen Monatstage zu fallen. Z. E. da es am 3ten Januar 1794 Freitag war, so kann ich sicher schließen, daß es vor 28 Jahren, also 1766 ebenfalls am 3ten Januar Freitag war; denn da das 29te Jahr mit demselbigen Wochentage wieder

anfängt,

anfängt, und wieder entweder ein gemeines oder ein Schaltjahr ist, so kann es nicht fehlen, daß der besagte Umstand eintreffe.

Diese 28jährige Periode heißt die Sonntags-Periode oder der Sonnenzirkel (cyclus solaris) weil sie die Sonntage, und folglich alle Wochentage in derselbigen Ordnung auf dieselbigen Monatstage zurück führet. Sie fängt neun Jahre vor Christi Geburt an, so daß das Jahr 1 unserer Zeitrechnung das 10te der ersten Sonntagsperiode ist. Sie hat nur eigentlich im alten oder Julianischen Kalender ihre Richtigkeit; im neuen wird sie in 400 Jahren 3 mal unterbrochen, weil 3 Schalttage ausgelassen werden.

Sie wird gebraucht, wenn man wissen will, mit welchem Wochentage ein gegebenes Jahr anfängt, oder was ein gegebener Monatstag in einem gegebenen Jahre für ein Wochentag gewesen ist.

Man dividire die um 9 vergrößerte Jahrzahl durch 28; bleibt nichts, so ist das Jahr das letzte in der Sonntags-Periode; bleibt aber 1, 2, 3, u. s. w. so ist es das erste, zweite, dritte, u. s. w. Man kann demnach aus der obigen Tabelle (Seite 8.) sehen, mit welchem Wochentage es angefangen hat.

Ferner, wenn ein anderer Tag, als der Anfangstag des Jahres vorgeschlagen ist, so rechne man, wie viel Tage des Jahres bis zum gegebenen Tage (denselben mit inbegriffen) verflossen sind. Die Zahl derselben dividire man durch 7; bleibet nichts, so endiget der gegebene Tag die Woche, und er ist der Wochentag vor demjenigen, womit das Jahr anfing. Bleibet 1, 2, 3, 4, 5, 6; so ist es der nämliche Wochentag wie der 1te, 2te, 3te, u. s. w. im Jahre.

Diese Regel gilt eigentlich, wie gesaget, für den alten Styl. Wenn die Tageszahl nach dem neuen Styl gegeben ist, so muß man solche in den alten Styl so zu

sagen, übersetzen. Zu diesem Ende zählet man für jetzige Zeiten 11 Tage zurück. Im folgenden Jahrhunderte, nämlich vom 29ten Februar 1800 an, wird man müssen 12 Tage zurück zählen. Hingegen vom 15ten Oktober 1582 bis zum 28ten Februar 1700 zählet man nur 10 Tage zurück (Seite 7). Gesetzt man wolle wissen auf welchen Wochentag der 25te September 1744 fällt? Dieses ist der Geburtstag des Königs.

$$\begin{array}{r} 1744 \\ +\ 9 \\ \hline 1753 : 28 = 62 \\ 168 \\ \hline 73 \\ 56 \\ \hline 17 \end{array}$$

Der Rest 17 zeiget das 17te Jahr der Sonntagsperiode an, welches Jahr mit einem Sonntage anfängt. Nun müssen die verflossenen Tage des Jahres 1744 addiret werden, welches ein Schaltjahr war.

Januar	31
Februar	29
März	31
April	30
Mai	31
Junius	30
Julius	31
August	31
vom September	14
	258 : 7 = 36, und bleiben 6

Diese 6 zeigen den 6ten Tag der Woche an, vom Sonntage an gerechnet, weil das Jahr 1744 mit dem Sonntage anfing, also den Freitag.

Die vorgeschriebene Methode zur Erforschung des Wochentages ist die gewöhnliche. Indessen giebt es eine

eine noch leichtere, und wo man keine Tabelle nöthig hat. Hier ist sie.

Verwandelt die gegebene Gregorianische Tageszahl in die Julianische, wie vorher.

Vermindert die Jahrzahl um 1, um die Anzahl der verflossenen vollen Jahre seit der christlichen Zeitrechnung zu erhalten.

Zur Anzahl der verflossenen Jahre addiret deren vierten Theil, mit Weglassung des Bruches, wenn einer entstehet.

Zur Summe addiret für jeden verflossenen Monat des laufenden Jahres, so viel Tage als er über 28 hat.

Addiret noch ferner was die Tageszahl über 7 oder 14 oder 21 oder 28 beträgt.

Dividiret die ganze Summe durch 7. Was übrig bleibet zeiget den wievielten Wochentag an, indem man vom Sonnabend an rechnet. Bleibet nichts, so ist es ein Freitag.

Nach diesen Regeln würde das Exempel vom 25ten September 1744 also berechnet werden. Dieser Tag ist der 14te September alten Styls. Man merke noch, daß 1744 ein Schaltjahr ist.

1743	volle Jahre
435	der vierte Theil
3	über 28 im Januar
1	: : : Februar
3	: : : März
2	: : : April
3	: : : Mai
2	: : : Junius
3	: : : Julius
3	: : : August
0	für den 14ten September
2198 : 7 = 314	

Hier

Hier bleibt nichts; also ist es ein Freitag gewesen. Der Beweis ist nicht schwer. Das Exempel selbst wird ihn an die Hand geben. Da jedes Jahr 52 Wochen und 1 Tag hat, so ist in 1743 Jahren eine gewisse Anzahl Wochen, nämlich 1743 mal 52, nebst noch 1743 Tagen verflossen. Die vollen Wochen thun hier nichts zur Sache, also werden nur die 1743 Tage gerechnet.

Aber in 1743 Jahren giebt es 435 Schaltjahre, deren jedes noch einen Tag mehr hat; folglich sind noch 435 Tage zuzurechnen.

Ferner, die Monate, die schon vom Jahre 1744 verflossen waren, hatten alle 1, 2 oder 3 Tage über 4 Wochen; diese übrigen Tage werden ebenfalls in Rechnung genommen. Endlich wenn der 14te September wird verflossen seyn, so werden genau 2 Wochen des Septembers vorbei sein, folglich bleiben keine einzelne Tage übrig; wäre es am 15ten September gewesen, so wäre 1 Tag geblieben, am 16ten 2, u. s. w.

Wenn man nun alles addiret, so thut man weiter nichts, als daß man seit der christlichen Zeitrechnung die Tage der Jahre und Monate sammlet, die keine volle Woche ausmachen; hier finden sich deren 2198, welche durch 7 dividiret 314 geben, so daß nichts übrig bleibet. Also ist seit der christlichen Zeitrechnung eine gewisse Anzahl Wochen ohne übrige Tage verflossen.

Nun merke man, daß die christliche Zeitrechnung mit einem Sonnabend anfängt, nämlich der 1te Januar Anno 1, war ein Sonnabend; da also vom Sonnabend an gerechnet, jede Woche mit dem Freitage aus ist, so ist der gegebene Tag, nämlich der 14te September alten Styls 1744 ein Freitag gewesen. Man siehet leicht ein, daß wenn 1, 2, 3, u. s. w. übrig geblieben wäre, der Tag ein Sonnabend, Sonntag, Montag, Dienstag, u. s. w. gewesen wäre. Nachdem ich die

eben

eben jetzt erörterte Methode erfunden hatte, erfuhr ich durch die allgemeine deutsche Bibliothek, daß Herr Häseler eine ähnliche bekannt gemacht hat, in einer kleinen Schrift, betitelt: **Auflösung einer chronologischen Aufgabe u. s. w.** Nur ist mein Verfahren noch kürzer als das seinige; ich addire nur für jeden Monat und für die laufende Tageszahl, was darinn über eine volle Anzahl von Wochen enthalten ist. Herr Häseler hingegen, nach dem Berichte der allgemeinen deutschen Bibliothek, addiret die ganze Summe der Tage, die im laufenden Jahre verflossen sind, wie bei der alten Methode. Uebrigens giebt die Aehnlichkeit beider Methoden einen neuen Beweis, wie leicht es geschehen kann, daß zwei Personen auf einerlei Gedanken verfallen, und wie behutsam die Kunstrichter sein müssen, wenn jemand des Plagiats beschuldiget wird.

Man findet in Kalendern den Sontagsbuchstaben jedes Jahres aufgeschrieben. Dieser Buchstabe zeiget an, der wievielte Tag des Jahres ein Sonntag ist. Je nachdem der erste, zweite, dritte, vierte, fünfte, sechste oder siebente Tag vom Anfange des Jahres an gerechnet, ein Sonntag ist, so ist der Sonntagsbuchstabe dieses Jahres A, B, C, D, E, F, oder G. Nämlich die 365 Tage des Jahres werden mit diesen sieben Buchstaben, die immer in derselbigen Ordnung wieder anfangen und fortlaufen numeriret. Fängt also das Jahr mit einem Sonntage an, so ist A der Sonntagsbuchstabe, und jeder mit A bezeichnete Tag ist ein Sonntag. Fängt das Jahr mit einem Montage an, so ist der siebente Tag, welcher also mit G bezeichnet ist, ein Sonntag, und alle mit G bezeichnete Buchstaben sind Sonntage. In Schaltjahren giebt man dem 25ten Februar den nämlichen Buchstaben, wie dem 24ten, welches für den übrigen Theil des Jahres

einen anderen Sonntagsbuchstaben verursachet. Mittelst dieser Buchstaben und der 28 jährigen Periode läßt sich ebenfalls finden, welchem Wochentage ein gegebener Monatstag eines gegebenen Jahres entspricht. Allein die obigen Methoden sind einfacher, und daher vorzuziehen.

§. 5.

Die Mondperiode (cyclus lunaris) ist eine Zeit von 19 Jahren, nach welchen die Neumonde wieder in derselbigen Ordnung auf die nämlichen Monatstage fallen. Zum Beispiel am 2ten Januar 1794 war Neumond; also war auch Neumond am 2ten Januar 1775, das heißt 19 Jahre vorher. Denn 19 Jahre machen nächstens 235 Mondläufe, von einem Neumonde zum andern gerechnet. Folglich bekömmt man in den folgenden 19 Jahren wiederum 235 Mondläufe in derselbigen Ordnung u. s. w. Diese Mondperiode fängt allemal mit einem Jahre an, dessen erster Neumond auf den 1ten Januar fällt. Das Jahr vor Christi Geburt wird als der Anfang der ersten Periode dieser Art angenommen. Die Zahl, welche anzeiget, das wievielte ein gegebenes Jahr in der Mondperiode ist, heißt die goldene oder güldene Zahl, weil man sie vor diesem in Kalendern mit goldenen Buchstaben zu schreiben pflegte.

Die goldene Zahl eines gegebenen Jahres wird gefunden, wenn man zur Jahrzahl 1 addiret, weil die Mondperiode 1 Jahr vor Christi Geburt angefangen hat, und dann durch 19 dividiret. Je nachdem 1, 2, 3, 4, u. s. w. übrig bleibet, so ist es das 1te, 2te, 3te, 4te Jahr, u. s. w. der Mondperiode: bleibet nichts, so ist es das letzte oder 19te Jahr.

Zwölf Mondesläufe, von einem Neumonde zum anderen gerechnet, machen ohngefähr 11 Tage weniger als

als ein Jahr. Im ersten Jahr der Mondperiode bleiben also 11 Tage vom letzten Neumonde des ersten Jahres bis zum Anfange des zweiten Jahres; also ist der Mond 11 Tage alt mit dem Anfange des zweiten Jahres. Aus demselbigen Grunde hat er ein Alter von 22 Tagen am Anfange des dritten Jahres. Er sollte 33 im Anfange des 4ten haben; allein dieses macht schon ohngefähr einen Mondeslauf von $29\frac{1}{2}$ Tagen, nebst $3\frac{1}{2}$ Tagen, oder wenn man zur Vermeidung der Brüche einen Mondeslauf zu 30 Tagen rechnet, so macht es einen Mondeslauf und 3 Tage. Also ist der Mond im Anfange des vierten Jahres 3 Tage alt. Im Anfange des fünften 14, im Anfange des sechsten 25, im Anfange des siebenten 6; eigentlich 36, aber es wird wiederum ein ganzer Mondlauf von 30 Tagen abgerechnet. So kann man weiter gehen. Die Zahlen, welche das Alter des Mondes im Anfange jedes Jahres anzeigen, heißen Epakten. Die Regel, um die Epakten mittelst der güldenen Zahl zu finden, ist leicht aus dem vorhergehenden herzuleiten. Das erste Jahr der Mondperiode, dessen güldene Zahl 1 ist, hat 0 zur Epaktenzahl, weil es mit dem Neumonde selbst anfängt. Für die übrigen Jahre vermindere man die güldene Zahl um 1, man multiplizire 11 mit der verminderten Zahl. Man dividire durch 30. Was übrig bleibt ist die Epaktenzahl. Zum Exempel; welches ist die Epaktenzahl für 1794.

1794	9 güldene Zahl
add. 1	1 subtr.
1795 : 19 = 94	8
171	11 mult.
85	88 : 30 = 2
76	60
9 güldene Zahl	28 Epaktenzahl

Sobald man die Epaktenzahl eines Jahres hat, so ist es ein leichtes die Neu- und Vollmonde zu berechnen. Was die Neumonde betrift, so zeiget die Epaktenzahl das Alter des Mondes am 1ten Januar. Man suche wie viel noch bis $29\frac{1}{2}$ oder bis zum 30ten Tage fehlet, das heißt, man subtrahire die Epaktenzahl von 30, so bekömmt man den Tag des ersten Neumondes im Jahre. Nun zähle man wechselsweise bis zum 29ten und zum 30ten Tage durch das ganze Jahr fort, so erhält man die Tage der Neumonde. Zum Beispiel für 1794

wird von 30
die Epaktenzahl 28 abgezogen
bleibt 2

also der 2te Januar ist der erste Neumonds-Tag im Jahre. Zum 2 Januar 29 Tage zugezählt, giebt den 31ten Januar, als den zweiten Neumonds-Tag. Dreißig Tage mehr würden auf den 30ten Februar führen, da er aber nur 28 Tage hat, so fällt der 3te neue Mond auf den 2ten März. Wenn man so fortfährt immer 29 und 30 Tage weiter zu gehen, so erhält man für das Jahr 1794 folgende Neumonde

am 2ten Januar	am 28ten Junius (27)
am 31ten Januar	am 27ten Julius (26)
am 2ten März (1)	am 26ten August (25)
am 31ten März	am 24ten September
am 30ten April (29)	am 24ten Oktober (23)
am 29ten Mai	am 22ten November
	am 22ten December.

Die in Haken eingeschlossenen Zahlen zeigen die Tage der Neumonde so wie sie in den Ephemeriden berechnet sind; woraus man siehet, daß der Unterschied nie einen Tag übertrifft.

Wenn

Wenn man den Neumond hat, so zählet man 7 Tage bis zum ersten Viertel, 15 bis zum Vollmonde, 22 bis zum letzten Viertel. Nach der Regel des gregorischen Kalenders zählet man eigentlich 7, 14, und 21; indessen sind die Zahlen 7, 15, 22 richtiger.

Wenn nach dem Alter des Mondes an einem gegebenen Tage gefraget wird, so muß man die güldene Zahl und aus ihr die Epakten des Jahres berechnen. Hernach berechnet man die Neumonde bis zunächst an den gegebenen Tag; man zählet wie viel Tage seit dem letzten Neumonde verflossen sind, diese geben das Alter des Mondes.

Diese ganze Rechnungs-Art ist nur ein Ohngefähr, und wird auch für weiter nichts ausgegeben. Die 19 jährige Periode, worauf sie beruhet ist nicht ganz richtig; die Abwechselung der gemeinen Jahre und Schaltjahre verursachet ebenfalls eine Verrückung. Diese Ursachen erfordern, daß von Zeit zu Zeit Verbesserungen mit der Mondperiode vorgenommen werden, indem man die berechnete Epaktenzahl um etwas vergrößert oder vermindert. Ohne solche Verbesserungen würden die Epakten nur während einiger Mondperioden mit dem wirklichen Laufe des Mondes eintreffen. Die obigen Vorschriften passen jetzt für den gregorianischen Kalender ohne weitere Verbesserung. Zählet man bei jedem Neumonde 11 Tage zurück, so hat man dessen Zeitpunkt nach dem Julianischen Kalender.

Anmerkung. Wenn man das Jahr zu 365 Tagen 5 Stunden 48′49″ annimmt, und den Mondlauf zu 29 Tagen 12 Stunden 44′ 3″, so sind

334 Jahre	=	121990 Tage	21 St.	44′	46″
4131 Mondläufe	=	121990 Tage	20 St.	50′	33″
Unterschied	=	: : : : : : :		54′	13″

Da der Unterschied in mehr als 3 Jahrhunderten so klein ist, so könnte diese Periode von 334 Jahren zur Berechnung der mittleren Neumonde gebrauchet werden. Was mittlere **Neumonde** sind, wissen zwar die Astronomen; allein den Anfängern zu Gefallen, muß ich hier vorläufig sagen, daß alle Umläufe des Mondes nicht gleich sind, und daß hier von einem Umlaufe die Rede ist, der das Mittel zwischen den längeren und kürzeren Umlaufszeiten hält.

§. 6.

Die güldene Zahl und die Epakten werden vorzüglich gebrauchet, um die beweglichen Feiertage zu bestimmen, das heißt, diejenigen die an keinem bestimmten Monatstage haften, sondern bald früher, bald später eintreffen. Sie richten sich alle nach dem Osterfeste. Um das Osterfest zu bestimmen, berechne man die ersten Neumonde des Jahres. Man bemerke den ersten Neumond, welcher nach dem 7ten März folget. Der 14te Tag nach diesem Neumonde wird für den Oster-Vollmond gerechnet, und ist der erste Vollmonds-Tag im Frühjahr, nach der gregorianischen Rechnung, vermöge welcher der Frühlingsanfang allemal auf den 21ten März fallen soll. Der Sonntag nach dem Oster-Vollmonde ist Ostern. Wenn also gedachter Vollmond auf einen Sonntag fällt, so wird der folgende Sonntag gefeiert.

Zum Exempel es soll Ostern für das Jahr 1794 gefunden werden. Nach dem 7ten März fällt der erste Neumond auf den 31ten März (Seite 16) dazu, 14 Tage, so gelanget man zum 14ten April. Man berechne, was dieses für ein Wochentag ist. (§. 4.) Man findet **Montag**. Der folgende Sonntag fällt also auf den 20ten April, und dieses ist der Ostertag.

Hat man einmal den Ostertag, so lassen sich die übrigen beweglichen Festtage und die Namen der Sonntage leicht bestimmen. Nämlich die Sonntage nach Ostern heißen in der Reihe

Quasi modo geniti
Misericordias domini
Iubilate
Cantate
Rogate
Exaudi
Pfingsten
Trinitatis

Hierauf folgen die Sonntage nach Trinitatis, nämlich der 1te Sonntag nach Trinitatis, der 2te Sonntag nach Trinitatis, u. s. w. so daß jedoch vor dem 25ten December, als dem Weihnachtstage, vier Sonntage übrig bleiben. Diese heißen der erste, zweite, dritte, und 4te Advent.

Die Sonntage vor Ostern, folgen in rückgängiger Ordnung also:

Palmsonntag
Iudica
Laetare
Oculi
Reminiscere
Invocavit oder Quadragesima
Esto mihi oder Quinquagesima
Sexagesima
Septuagesima

Die übrigen Sonntage vom 6ten Januar, das ist von Epiphania bis Septuagesima, werden in rechtlaufender Ordnung als Sonntage nach Epiphania gezählet.

Zu den beweglichen Festen gehören noch: der Himmelfahrts-Tag, am Donnerstage nach Rogate; der grüne Donnerstag und der Charfreitag in der Marter-

Woche, das heißt, zwischen Palmsonntag und Ostern; und Aschermittwoch zwischen Esto mihi und Invocavit. Der vorhergehende Tag, nämlich der Dienstag, heißt Fastelabend oder eigentlich Fastenabend, weil die Osterfasten am Aschermittwochen anfangen. Die Quatember oder 4 ausserordentliche Fasttage bei den Katholiken fallen auf den Mittwochen nach Invocavit, Mittwochen nach Pfingsten, Mittwochen nach dem 14ten September als dem Tage der Kreuzes-Erhöhung, und Mittwochen nach dem dritten Adventsonntage. In Preußischen Landen feiert man einen außerordentlichen Bettag am Mittwochen nach Jubilate, und das Erntefest am ersten Sonntage des Oktobers.

Von den übrigen Feiertagen, die am Monatstage haften und unbeweglich sind, hat man vorzüglich folgende zu merken:

Im	Januar	am	1ten	Neujahrstag.
—	—	—	6ten	Epiphania oder 3 Könige.
—	Februar	—	2ten	Mariä Reinigung.
—	März	—	25ten	Mariä Verkündigung.
—	Junius	—	24ten	Johannes der Täufer, oder Johannis Tag.
—	Julius	—	2ten	Mariä Heimsuchung.
—	Septemb.	—	14ten	Kreuzes Erhöhung.
—	—	—	29ten	Michaelis Tag.
—	Novemb.	—	11ten	Martini Tag.
—	Dezember	—	13ten	Luciä Tag.
—	—	—	25ten	Weinachten.
—	—	—	26ten	Stephan.
—	—	—	27ten	Johannes der Evangelist.

§. 7.

Wenn man einen Kalender für ein gegebenes Jahr schreiben will, so untersuche man zuerst, ob das

gegebene Jahr ein gemeines Jahr oder ein Schaltjahr ist (§. 3.). Man theile es in Tage und Monate.

Man suche mit welchem Wochentage das Jahr anfängt (§. 4.), und theile es in Wochen.

Man berechne das Osterfest, mittelst der gülde-nen Zahl und der Epakten (§. 6.), und trage das Oster-fest nebst allen beweglichen Festen und den Namen der Sonntage ein.

Eben so verzeichne man die oben angeführten un-beweglichen Feste. Die übrigen unbeweglichen Feste und die eigenen Namen der Tage, nehme man aus schon vorhandenen Kalendern.

Die Mondesviertel, den Eintritt der Sonne in jedes Zeichen der Ekliptik, den Auf- und Untergang der Sonne und des Mondes, Sonnen- und Mondfin-sternisse, die mittlere Zeit im wahren Mittage, und dergleichen astronomische Sachen werden aus den Ephe-meriden genommen, die immer auf ein oder mehrere Jahre voraus zu haben sind.

Da bei Kalendern, hauptsächlich von Landleuten, die Anzeige der zu erwartenden Witterung verlanget wird, so muß man aus Erfahrung und durch meteoro-logische Beobachtuugen wissen, welche Witterung in der Gegend für welche der Kalender gemacht wird, in jedem Monate am häufigsten einzutreten pflegst, und die Anzeige darnach einrichten.

Abergläubische Sachen, als z. E. gewisse be-stimmte Tage die zum Aderlassen gut sein sollen, und dergleichen mehr, müßten billiger Weise ganz wegge-lassen werden. Will man sie aber, aus Nachgiebig-keit gegen diejenigen die daran glauben, beibehalten; so schreibe man sie aus älteren Kalendern ab.

Anmerkung. Die vorgeschriebenen Regeln zur Ver-fertigung eines Kalenders lassen sich sowohl auf den alten als auf den neuen Styl anwenden. Es giebt

auch noch einen verbesserten Styl oder Kalender, in welchem der Oster-Vollmond nicht nach der Mondperiode und den Epakten, sondern astronomisch berechnet oder aus den Ephemeriden genommen wird, wonach sich dann die beweglichen Feiertage richten. Allein da dieser Kalender in den meisten Fällen mit dem Gregorianischen zusammen trift, so haben die protestantischen Staaten in Deutschland, die sich des verbesserten Kalenders bedienten, den Entschluß gefaßt, sich, um der Einförmigkeit willen, an dem Gregorianischen zu halten.

§. 8.

Nachdem wir den gewöhnlichen Kalender erkläret haben, so wollen wir den Leser noch mit einigen weniger gangbaren Arten der Zeitrechnung bekannt machen.

Die römische Zins-Periode, wovon man den Ursprung nicht recht weiß, dauret 15 Jahre, und man nimmt an, daß die erste dieser Perioden 3 Jahre vor Christi Geburt angefangen habe. Die Zahl, welche das wievielte Jahr dieser Periode anzeiget, heißt die Römer-Zinszahl (Indictio). Sie wird gefunden, wenn man zur Jahrzahl 3 addiret und durch 15 dividiret, der Rest ist die Römer-Zinszahl; ist dieser Rest null, so ist die Zinszahl 15. Z. E. zu 1794 addire man 3, so kommt 1797. Man dividire durch 15, so bleiben 12: also ist 12 die Römer-Zinszahl des Jahres 1794.

Wenn man 28, 19 und 15, als die Zahlen, welche die Sonntagsperiode, die Mondperiode und die Römische Zinsperiode anzeigen, mit einander multipliziret, so kommen 7980 Jahre; diese machen eine Periode, welche man die Julianische Periode nennet; Joseph Scaliger hat sie eingeführet, und man glaubt er habe ihr den Namen von seinem Vater Julius Cä-

sar Scaliger gegeben. Nach dieser Periode fangen die Jahre der Sonntagsperiode, der Mondperiode und der Römischen Zinsperiode wieder in derselbigen Ordnung an mit einander fortzuschreiten. Wenn man 4713 Jahre vor Christi Geburt zurückgehet, so würden damals die drei erwähnten kleineren Perioden zugleich angefangen haben. Deswegen pflegt man das erste Jahr der christlichen Zeitrechnung für das 4714te der Julianischen Periode anzusehen. Wenn man also wissen will, das wievielte der Julianischen Periode ein gegebenes Jahr nach Christi Geburt ist, so darf man nur zur Jahrzahl 4713 addiren. Z. E. 1794 + 4713 = 6507; also ist das Jahr 1794 das 6507te der Julianischen Periode.

Die Julianische Periode kann zur Erforschung der Jahre der drei kleineren Perioden dienen. Denn nachdem man die Jahrzahl um 4713 vermehret hat, so braucht man nur durch 28, 19 nnd 15 zu dividiren. Was übrig bleibt, giebt die laufenden Jahre der kleineren Perioden.

Wenn man die Römer Zinsperiode wegläßt, und bloß die beiden anderen Perioden von 28 und 19 Jahren mit einander multipliziret, so kommen 532 Jahre, eine Periode nach welcher die Neu- uud Vollmonde nicht nur auf denselbigen Monatstag des julianischen Kalenders, sondern auch auf denselbigen Wochentag in derselbigen Ordnung wieder erfolgen müssen. Man nennet diese Periode die große **Osterperiode**, oder die **Viktorinische** Periode, oder die **Dionysische** auch die **Diokletianische** Periode.

Die Periode des **Methon**, eines alten Griechen, ist nichts anders als die 19 jährige Mondperiode. **Kalippus** glaubte den Mängeln der 19 jährigen Periode abzuhelfen, indem er allemal nach 4 solchen Perioden einige Verbesserungen oder **Abgleichungen** (Aequationes)

tiones) einschob. Daher entstand die Kalippische Periode von 76 Jahren. Hipparchus nahm die 19 jährige Periode des Methon 16 mal oder die Kalippische 4 mal, und machte daraus eine Periode von 304 Jahren. Der jüdische Geschichtschreiber Joseph redet von einer 600jährigen Periode, die er ein großes Jahr nennet. Vielleicht ist es nichts anders als die doppelte Periode des Hipparchus, indem man gar wohl in runden Zahlen 600 Jahre anstatt 608 sagen kann.

§. 9.

Es giebt verschiedene Epochen oder Zeitpunkte, welche bei den verschiedenen Völkern den Anfang der Jahrzahl bestimmen. Wir rechnen bekannter maaßen unsere Jahre von Christi Geburt an, oder eigentlich von Christi Beschneidung, welche auf den ersten Januar jedes Jahres fällt; denn Christi Geburt ist eine Woche vorher am Weinachtstage. Christi erster oder eigentlicher Geburtstag soll vermuthlich ins Jahr vor der gewöhnlichen Zeitrechnung, der zweite aber ins erste Jahr derselbigen Zeitrechnung fallen. Indessen ist es überhaupt etwas ungewiß, ob unsere christliche Jahrzahl ganz richtig sei; denn sie ist nicht zu Christi Zeiten, sondern erst zur Zeit des Kaisers Justinianus eingeführt worden.

§. 10

Die heutigen Griechen zählen ihre Jahre seit Erschaffung der Welt. Man findet ihre Jahrzahl, wenn man zur christlichen 5508 addiret. Z. E. das Jahr 1794 ist bei den Griechen das Jahr 7302. Denn sie nehmen an, daß die Welt 5508 Jahr vor Christi Geburt erschaffen worden.

§. 11.

§. 11.

Die Juden zählen auch ihre Jahre von Erschaffung der Welt an. Wenn man zur christlichen Jahrzahl 3761 hinzuthut, so findet man die Zahl des jüdischen Jahres, welches im vorgegebenen christlichen Jahre anfängt. Z. E. Zu 1794 addire man 3761, so kömmt das 5555 Jahr der Juden, welches diesmal an unserem 5ten September seinen Anfang nimmt. Die Juden zählen im Jahre 12 Monate, wechselsweise zu 30 und zu 29 Tagen, welche ohngefähr 11 Tage weniger machen als das Sonnenjahr. Jedesmal, wenn dieser Ueberschuß wieder bis zu einem Monate angewachsen ist, wird ein Monat eingeschaltet, und das Jahr hat alsdann 13 Monate.

§. 12.

Die Aethiopischen Christen zählen nach der Diokletianischen Periode (§. 8.), welche immer von vorne wieder anfängt. Man subtrahire 283 von der christlichen Jahrzahl, weil man annimmt, daß die erste dieser Perioden 283 Jahre nach Christi Geburt angefangen hat. Was übrig bleibet, dividire man durch 532, so giebt der Quozient die schon verflossenen Perioden, und der Rest das laufende Jahr der jetzigen Periode. Z. E. Von 1794 subtrahire man 283, so bleiben 1511. Man dividire durch 532, so erfährt man, daß im Jahre 1794, das 447te Jahr der dritten diokletianischen Periode anfange. Der Anfang des Jahrs fällt allemal auf den 29ten August alten Styls. Diese diokletianische Jahrzahl heißt das **Gnadenjahr**, auch annus Epochae Martyrum.

§. 13.

Die Mohammedaner zählen ihre Jahre von der **Hegira** oder der Flucht Mahomets aus Mekka nach

Medina. Diese Flucht geschah am 16ten Julii des christlichen Jahres 622. Das türkische Jahr ist ein Mondjahr; es bestehet aus 12 Monaten, welche wechselsweise 30 und 29 Tage haben. Dieses Jahr ist also von 354 Tagen. Die Türken haben auch Schaltjahre von 355 Tagen. Nämlich sie gebrauchen eine Periode von 30 Jahren, in welchen das 2te, 5te, 7te, 10te, 13te, 15te, 18te, 21te, 24te, 26te und 29te allemal Schaltjahre sind. Diesem zufolge machen 33 unserer Jahre ohngefähr 34 türkische. Wenn man also unsere Jahrzahl in die türkische verwandeln will, so subtrahire man 662 von der jetzigen Jahrzahl, und addire zum Reste seinen 33ten Theil. Z. E. 1794 — 662 = 1173, ferner 1173 : 33 = 35 und 1173 + 35 = 1208. Also haben die Türken das 1208te Jahr der Hegira. Es fängt aber das 1209te schon am 29ten Julius des Jahres 1794 an. Wenn man 1209 durch 30 dividiret, so bleiben 9; folglich ist das türkische Jahr 1209 das 9te der 30 jährigen Periode, also ein gemeines Jahr von 354 Tagen. Wenn man also vom 29ten Julius des jetzig n Jahres 354 Tage vorwärts rechnet, so erhält man den Anfang des folgenden türkischen Jahres u. s. w.

§. 14.

Die alten Griechen rechneten nach Olympiaden, deren jede 4 Jahre enthielt. Die Olympiaden fingen 776 Jahre vor Christi Geburt an. Man addire 776 zur christlichen Jahrzahl, und dividire durch 4, so zeiget der Quozient wie viel Olympiaden verflossen sind, und der Rest das laufende Jahr der jetzigen Olympiade. Z. E. 1794 + 776 = 2570, ferner 2570 : 4 = 642 und bleiben 2. Also haben wir das zweite Jahr der 643ten Olympiade. Dieses fängt am 12ten Julius an.

Die

Die Monate der alten Griechen waren wie jetzt bei den Juden und Türken von 30 und 29 Tagen, nebst einem Schaltmonate, der allemal nach 2 oder 3 Jahren hinzugethan wnrde. Der Anfang des Jahres war auf den ersten Vollmond nach der sömmerlichen Sonnenwende angesetzet, welcher in diesem Jahre 1794 am 12ten Julius eintritt. Man glaubet, daß die Monate der Griechen ganz anfänglich alle von 30 Tagen gewesen sind.

§. 15.

Die alten Römer zählten ihre Jahre seit Erbauung der Stadt Rom, welcher Zeitpunkt auf den 21ten April 753 unserer Jahre vor Christi Geburt fällt. Ihre Jahre zu des Romulus Zeiten, waren nur von 10 Monaten zu 30 und 31 Tagen, welche zusammen 304 Tage machten. Numa Pompilius theilte das Jahr in 12 Monate zu 28, 29 und 31 Tagen, welche zusammen 355 Tage machten. Dieses Jahr des Numa scheinet bis zur Zeit der Kaiser gebräuchlich gewesen zu seyn. Die fehlenden Tage wurden nach Gutdünken der Priester eingeschaltet. Julius Cäsar mit Hülfe seiner Mathematiker richtete die Eintheilung des Jahres so ein, wie sie noch jetzt unter dem Namen des Julianischen Jahres bekannt ist. (§. 3.) Das Jahr nach Erbauung der Stadt Rom wird gefunden, wenn man 753 zur Jahrzahl addiret. Z. E. 1794 + 753 = 2547. Dieses 2547te Jahr endiget sich aber am 20ten April, und am 21ten April fängt das Jahr Roms 2548 an.

Der erste Tag jedes Monats hieß bei den Römern Calendae (daher Kalender); der 7te im März, Mai, Julius und Oktober, der fünfte aber in den übrigen Monaten hieß Nonae; der 8te nach Nonae hieß Idus. Jeder andere Tag wurde bestimmet indem man sagte

der wievielte Tag er vor Nonae, vor Idus des laufenden Monats oder vor Calendae des künftigen Monats wäre; jedoch allemal inclusive oder einschließend gezählet. Zum Beispiel wollen wir hier die Abtheilung des Januars hersetzen

1. Calendis Ianuarii	11. Tertio Idus	21. Duod. Cal. Feb.
2. quarto (ante) Nonas	12. Pridie Idus	22. Undec. Cal. Feb.
3. tertio Nonas	13. Idibus	23 Decim. Cal. Feb.
4. pridie Nonas	14. Dec. Non. Cal. Feb.	24. Nono Cal. Feb.
5 Nonis	15, Dec. Oct. Cal. Feb.	25. Octav Cal. Feb.
6. Octavo Idus	16. Dec. Sept. Cal. Feb.	26 Septim. Cal. Feb.
7. Septimo Idus	17. Dec. Sexto Cal. Feb	27 Sexto Cal. Feb.
8 Sexto Idus	18. Dec. quinto Cal. Feb.	28. quinto Cal. Feb.
9. Quinto Idus	19, Dec. quarto Cal. Feb.	29. quarto Cal. Feb.
10. Quarto Idus	20. Dec. tertio Cal. Feb.	30. tertio Cal. Feb.
		31. pridie Cal. Feb.

Man muß gestehen, daß sich nicht leicht eine unbequemere Art erfinden ließe, den Monatstag anzugeben.

§. 16.

Die Babylonier zählten ihre Jahre seit Eroberung der Stadt Babylon durch Nabonassar; der Anfang dieser Nabonassarischen Epoche fällt 747 Jahr vor Christi Geburt. Die nabonassarischen Jahre wurden auf ägyptische Art eingetheilet, nämlich in 365 Tage. Sie enthielten 12 Monate jeden von 30 Tagen, und 5 Schalttage. Wenn man die christliche Jahrzahl in die Nabonassarische verwandeln will, so addire man 747 Jahr zu unserer Jahrzahl. Zur Summe addire man ihren 1460ten Theil, so bekömmt man das Nabonassarische Jahr. Z. E. 1794 + 747 = 2541 und 2541 : 1460 = 1 + Bruch. Ferner 2541 + 1 = 2542. Also haben wir im Anfange des jetzigen Jahres das 2542te der nabonassarischen Zeitrechnung, welches diesmal am 12ten Junii anfängt. Der Zusatz des 1460ten Theiles rühret daher, daß 4 julianische Jahre 1 Tag mehr haben als 4 nabonassarische, dieses macht nach 4 mal 365 oder 1460 julianischen Jahren

ein

ein nabonassarisches Jahr mehr. Im zukünftigen Jahre 1795 fängt das nabonassarische Jahr wieder an unserem 12ten Junius an, aber im Jahre 1796 am 11ten, weil dieses bei uns ein Schaltjahr ist, wo wir einen Tag im Februar einschieben, so daß der 12te Junius zum 11ten wird. So kann man weiter fortfahren, und bei jedem unserer Schaltjahre den Anfangstag des nabonassarischen Jahres um einen Tag zurück setzen.

Anmerkung. Die Kenntniß der verschiedenen Zeitrechnungen der Völker ist dem Sternkundigen dienlich, wenn er alte und neue Beobachtungen, oder Beobachtungen die in verschiedenen Ländern gemacht werden mit einander vergleichen will.

Zehntes Hauptstück.

Von Sonnen-Uhren.

§. 1.

In den beiden vorhergehenden Hauptstücken haben wir gelehret, wie die Zeit eingetheilet und zum Gebrauche des bürgerlichen Lebens berechnet wird. Jetzt bleibt uns noch übrig zu zeigen, wie man sie messen und durch Werkzeuge bestimmen kann. Dergleichen Werkzeuge, wodurch die Zeit gemessen wird, werden überhaupt **Uhren** genannt. Die beiden bekanntesten und brauchbarsten Arten derselben sind die Sonnen-Uhren und die Räder-Uhren. Man hat zwar noch Mond-Uhren, Stern-Uhren, Wasser-Uhren und Sand-Uhren; allein sie sind alle entbehrlich und zum Theil nicht richtig genug. Von Sonnen-Uhren soll das gegenwärtige Hauptstück handeln, und von Räder-Uhren das folgende.

§. 2.

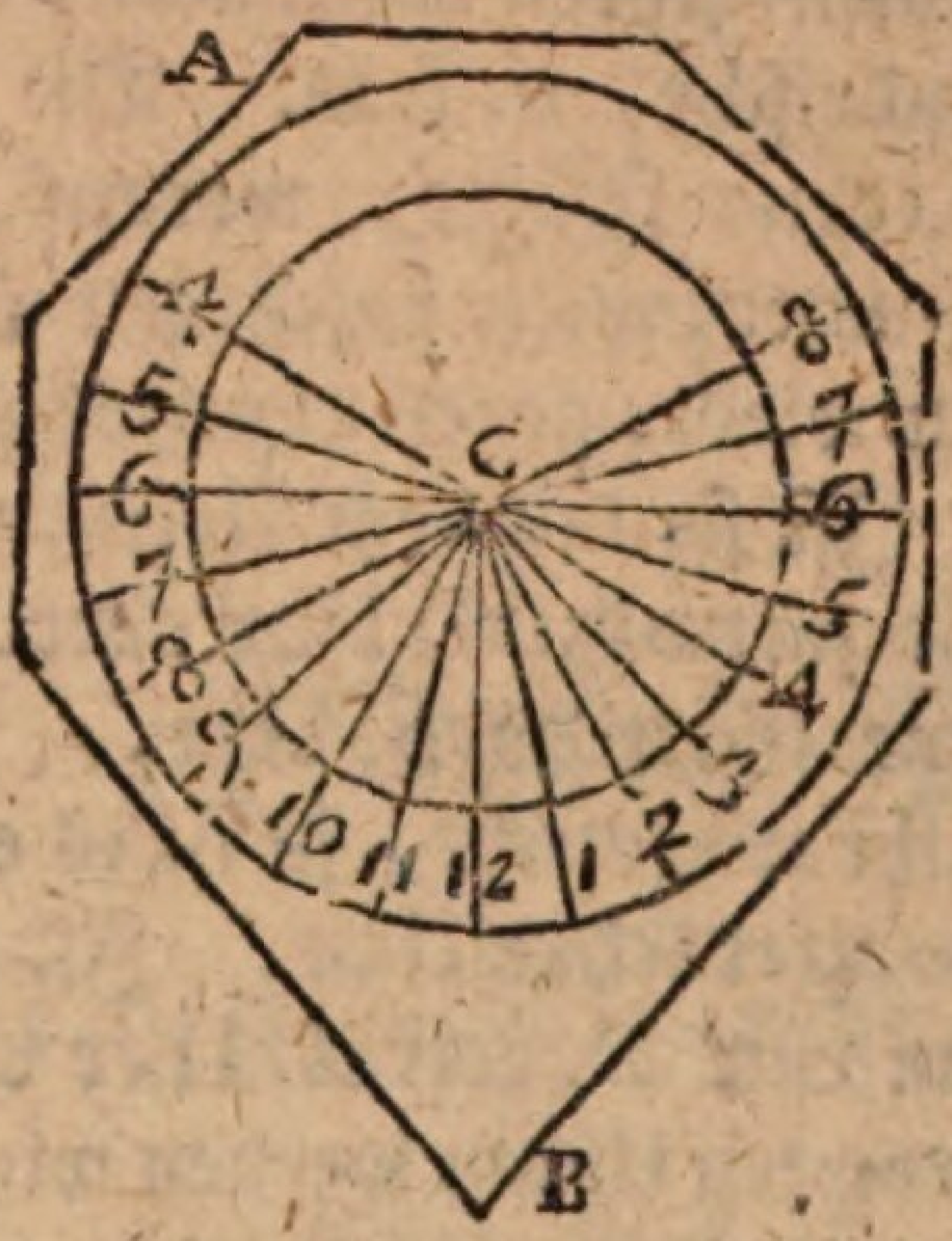
Eine Sonnen-Uhr ist ein Instrument, welches, wenn die Sonne darauf scheinet, vermöge des Schattens oder des Lichtes, zu erkennen giebt, was es an der

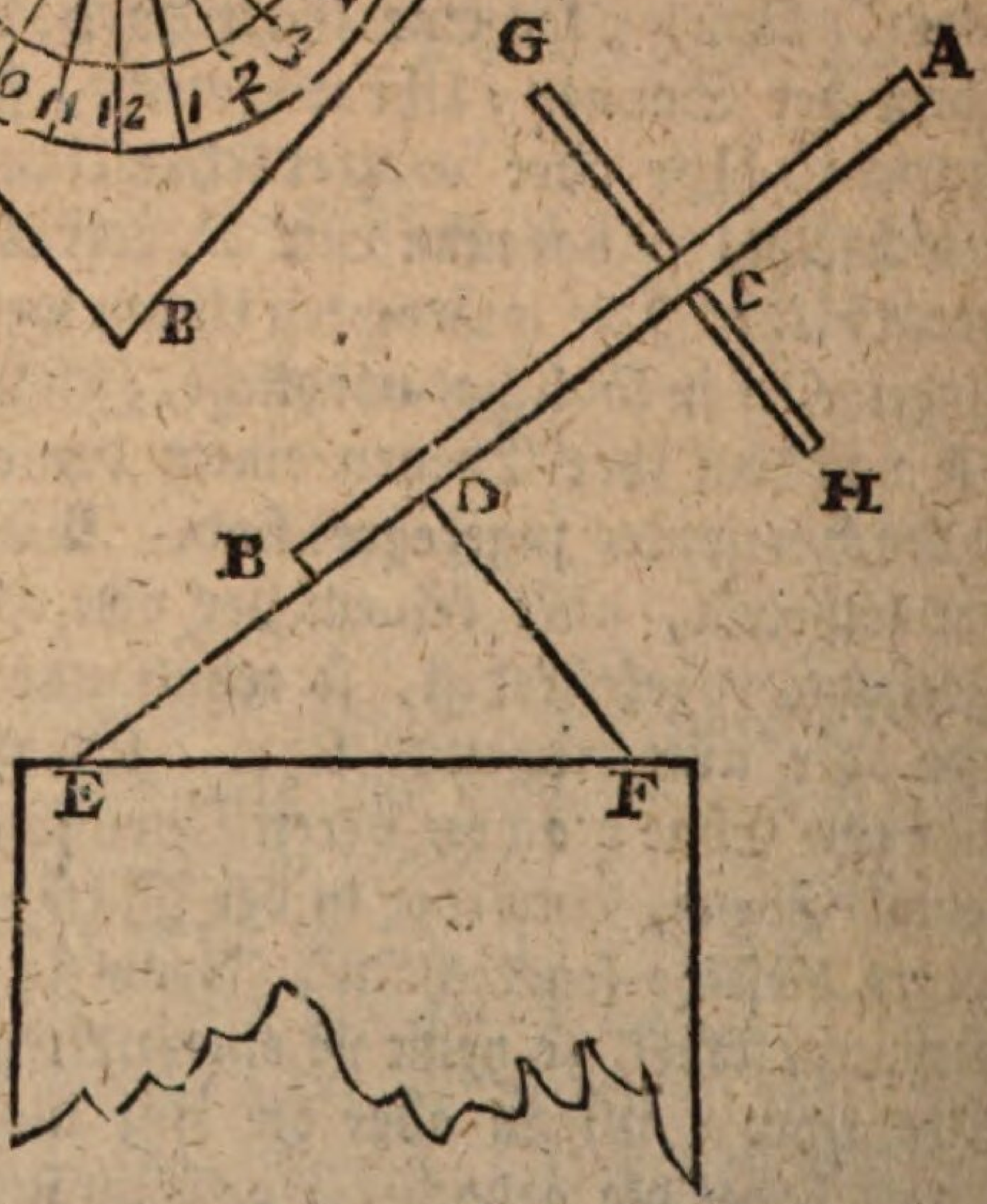
Zeit ist. Man macht Sonnen = Uhren von allerlei Gestalten, ringförmige, zylindrische, u. s. w. Die gebräuchlichsten haben eine ebene Fläche, worauf die Stundenlinien und die Stundenzahlen gezeichnet sind. Diese ebene Fläche kann nun wieder gegen den Horizont verschiedene Lagen haben. Ist sie mit dem Aequator parallel, so hat man eine **Aequinokzial = Uhr** oder **Aequatorial = Uhr**, oder eine **Gleichers = Uhr**. Ist die Ebene der Sonnen = Uhr wagerecht, so ist es eine **Horizontal = Uhr** oder **wagerechte Uhr**. Ist die Ebene lothrecht, so hat man eine **Vertikal = Uhr** oder **lothrechte Uhr**. Die lothrechten Uhren werden wiederum eingetheilet in südliche, nördliche, östliche und westliche, je nachdem ihre Ebenen einem der vier Hauptpunkte des Horizontes zugekehret sind. Wenn die Ebene zwar lothrecht, aber keinem der vier Hauptpunkte des Horizonts zugekehret ist, so erhält man eine **deklinirende** oder **abweichende Uhr**. Wenn die Sonnen = Uhr eine Ebne machet, deren Durchschnitt mit der Horizontal = Ebene, entweder in der Mittagslinie lieget oder gegen dieselbe senkrecht ist, wenn sie aber dabei nicht lothrecht stehet, so heißt sie eine **inklinirende** oder **geneigte Uhr**. Wenn aber die Uhr nicht lothrecht stehet, und dabei die gedachte Durchschnitts = Linie mit der Mittagslinie einen schiefen Winkel machet, so ist es eine **deinklinirende** oder **abweichend = geneigte Uhr**. Zu den geneigten Uhren gehöret die schon angeführte **Aequinokzial = Uhr** oder **Gleichers = Uhr**. Eben dahin gehöret auch die **Polar = Uhr**, deren verlängerte Ebene durch den Pol, und durch den Ost= und Westpunkt des Horizontes gehet.

§. 3.

Eine **Gleichers = Uhr** (Aequinokzial = Uhr) ist leicht zu zeichnen. Auf einer Platte AB aus einem

beliebigen





beliebigen Mittelpunkte C beschreibe man zwei konzentrische Kreislinien. Man theile die äußere in 24 gleiche Theile. Aus C ziehe man nach den Theilungspunkten hin gerade Linien. Von diesen wähle man eine für die Mittagsstunde, als hier C.. 12, die übrigen numerire man rechter Hand mittelst der natürlichen Ordnung der Zahlen, 1, 2, 3, 4, 5, u. s. w. bis zur Stunde des spätesten Sonnen-Unterganges am Ort wo man ist; linker Hand aber in rückläufiger Ordnung 11, 10, 9, u. s. w. bis zur Stunde des fruhesten Sonnen-Aufgangs. In der Mitte C errichte man einen metallenen

tallenen Stab, dessen Schatten die Stunden zeigen soll.

Nun kehre man die Platte um, und zeichne auf der andern Seite eine der vorigen ganz ähnliche und gleichliegende Sonnen-Uhr, gebe ihr auch wie der vorigen einen Stab zum Stundenzeiger. Jedoch brauchet man auf der linken Seite die Stunden nur von 6 bis 12 und von 12 bis 6 zu zeichnen.

Jetzt schneide man eine andere Platte EDF in Gestalt eines Dreiecks, so daß der Winkel E der Höhe des Aequators gleich sei. Man stelle sie lothrecht, so daß EF wagerecht sei, und sich in der Mittagslinie befinde, die Spitze E des Dreiecks aber gegen Norden gekehrt sei. Am Ende der Kante ED des Dreiecks befestige man die Platte AB auf welcher die Uhr gezeichnet ist, so daß die Verlängerung der ED in der untern Fläche der Uhr liege, daß die Fläche der Uhr gegen die Platte EDF senkrecht stehe, daß die auf der Uhr an beiden Seiten befindliche Linie C..12 sich eben so wie EF und das Dreieck EDF in der Ebene des Mittagskreises befinde, und daß die Zahl 12 oder das Ende B der Uhr nach E hin gerichtet sei.

Durch diese Aufstellung der Uhr erhält man, daß sie mit dem Gleicher parallel sei; wegen der Kleinheit der Erde in Betrachtung des Firmaments kann man annehmen, daß die Platte AB in der Ebene des Gleichers selbst lieget. Also scheinet die Sonne während dem Frühling und dem Sommer, wenn sie für uns diesseits des Aequators ist, auf die obere Fläche der Platte AB. Hingegen während dem Herbste und dem Winter bescheinet die Sonne, die alsdann in den südlichen Zeichen ist, die untere Fläche der Platte AB. Die Tagesbögen der Sonne in so fern man sie als wahre Kreisbögen betrachtet, sind allemal mit den Aequator, also auch mit der Platte AB

parallel. GH auf der Ebene des Aequators senkrecht, ist mit der Erd-Axe oder der eingebildeten Himmels-Axe parallel, und wegen der Kleinheit der Erde kann man CG oder CH selbst als die Axe ansehen um welche herum die Tagesbögen der Sonne beschrieben werden. Da nun die scheinbare tägliche Bewegung der Sonne einförmig ist, so drehet sich die Sonne und folglich auch der Schatten des Stabes CG oder CH einförmig um den Stab herum. Wenn die Undurchsichtigkeit der Erde es nicht verhinderte, so würde demnach der Schatten in 24 Stunden um den Stab einförmig herum gehen, und in jeder Stunde eine der 24 Abtheilungen, die auf der Platte gezeichnet sind, durchlaufen; wegen der Undurchsichtigkeit der Erde aber bleiben die Nachtstunden weg. Ferner da die Platte so gestellet worden, daß der Strich C..12 im Mittagskreise lieget, so fällt der Schatten Mittags auf diesen Strich, und da die übrigen Striche immer um eine Stunde vom Mittagsstriche abstehen, so fällt der Schatten am Ende oder Anfange jeder Stunde auf einen der Striche.

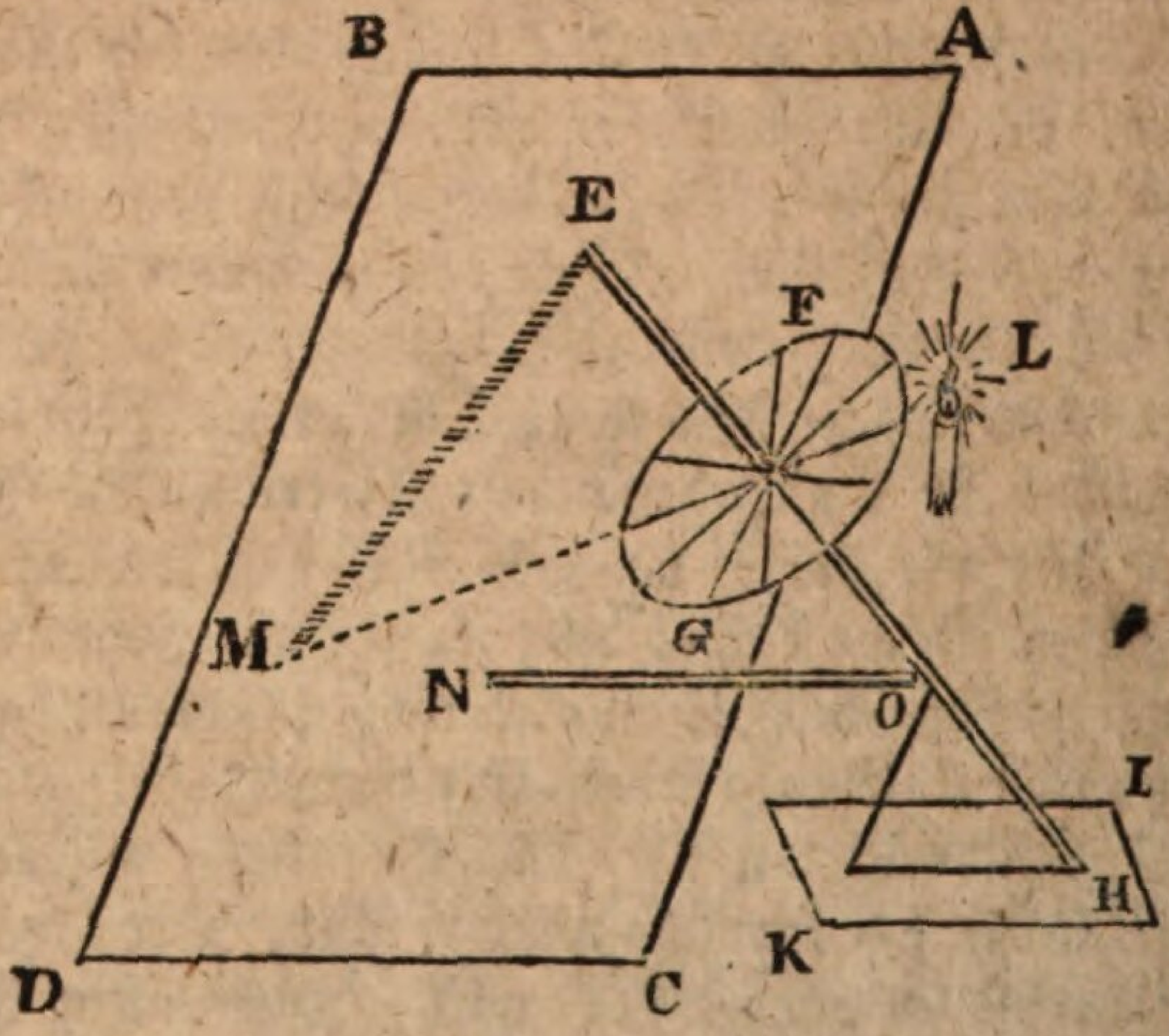
Anmerkung I. Die Aequinokzial-Uhren haben die Unbequemlichkeit, daß sie am ersten Frühlingstage und am ersten Herbsttage, auch wohl noch vor und nachher die Stunde nicht deutlich zeigen, weil die Sonne in der Verlängerung der Ebene der Uhr lieget; welches verursachet, daß diese Ebene ganz schattigt ist. Diesem Uebel ließe sich, meines Erachtens, am besten abhelfen, wenn man anstatt einer undurchsichtigen Ebene einen gläsernen Ring gebrauchte, durch dessen Mittelpunkt ein an einem abgesonderten Brette befestigter, mit der Weltaxe paralleler Stab ginge. Der Ring müßte inwendig in 24 gleiche Stunden eingetheilet seyn. Dergleichen Ringuhren hat man schon, aber von Messing.

Anmer-

Anmerkung II. Will man eine allgemeine Gleichers-Uhr haben, das heißt eine solche, die an jedem Orte gebrauchet werden könne, so bringet man sie in einer tragbaren Büchse an. Die Platte oder der Ring, worauf die Uhr gezeichnet ist, wird mittelst eines Scharniers mit dem Boden der Büchse verbunden; der Winkel den beide Stücke mit einander machen läßt sich also nach belieben vergrößern oder verkleinern; man macht ihn so groß als es die Höhe des Aequators für den Ort wo man ist, erfordert. Zu diesem Behufe dienet ein messingener Kreisbogen, welcher in Grade eingetheilet ist. Im Boden der Büchse ist eine Bussole angebracht, um die Uhr gehörig nach den Weltgegenden zu stellen, wobei jedoch auf die Abweichung der Magnetnadel an jedem Orte Rücksicht genommen werden muß. Der Deckel der Büchse bewahret das ganze Instrument vor Schaden. Die Zeiger und der messingene Bogen lassen sich umschlagen, so daß sie, wenn die Büchse geschlossen ist, weder den Deckel noch den Boden berühren.

Anmerkung III. Mittelst einer Aequinokzial-Uhr lassen sich alle andere Arten von Sonnen-Uhren zeichnen. Es sei ABCD eine beliebige Fläche auf welcher eine Sonnen-Uhr gezeichnet werden soll. Es sei E die Stelle, wo der Zeiger befestiget werden soll. Man gebrauche eine Gleichers-Uhr FG, deren Zeiger EH auf einem Brette IK befestiget sein muß, so daß er mit dem Brette einen Winkel mache, welcher der Polhöhe des Orts gleich sei. In der Ebene dieses Winkels muß auf der Uhr FG die Linie der 12ten Stunde liegen. Mittelst einer Wasserwage und einer Magnetnadel stelle man das Brett IK so, daß es wagerecht sei und daß die Ebene des gemeldeten Winkels in der Ebene des Mittagskreises liege.

Man rücke das Brett mit sich selbst parallel hin und her, bis daß das Ende E des Zeigers HE die Stelle



E treffe, wo nachher der Zeiger der Uhr stehen soll. Bei Nacht halte man ein Licht L nach und nach neben den Stundenabtheilungen der Gleichersuhr, und man zeichne jedesmal mit Blei oder Kohle die Schattenlinie EM. Nachher male man die Schattenlinien aus, schreibe die Stunden dabei, und errichte in E einen Zeiger mit der Weltaxe parallel. Zu diesem letztern Zwecke braucht man nur, während daß der Zeiger EH noch stehet, einen Stab NO in den Körper ABDC einzuschlagen, welcher Stab den Zeiger EH in O erreiche. Nimmt man nun den Zeiger EH weg, so läßt sich ohne viel Mühe ein anderer anbringen, der durch die Punkte E und O gehe.

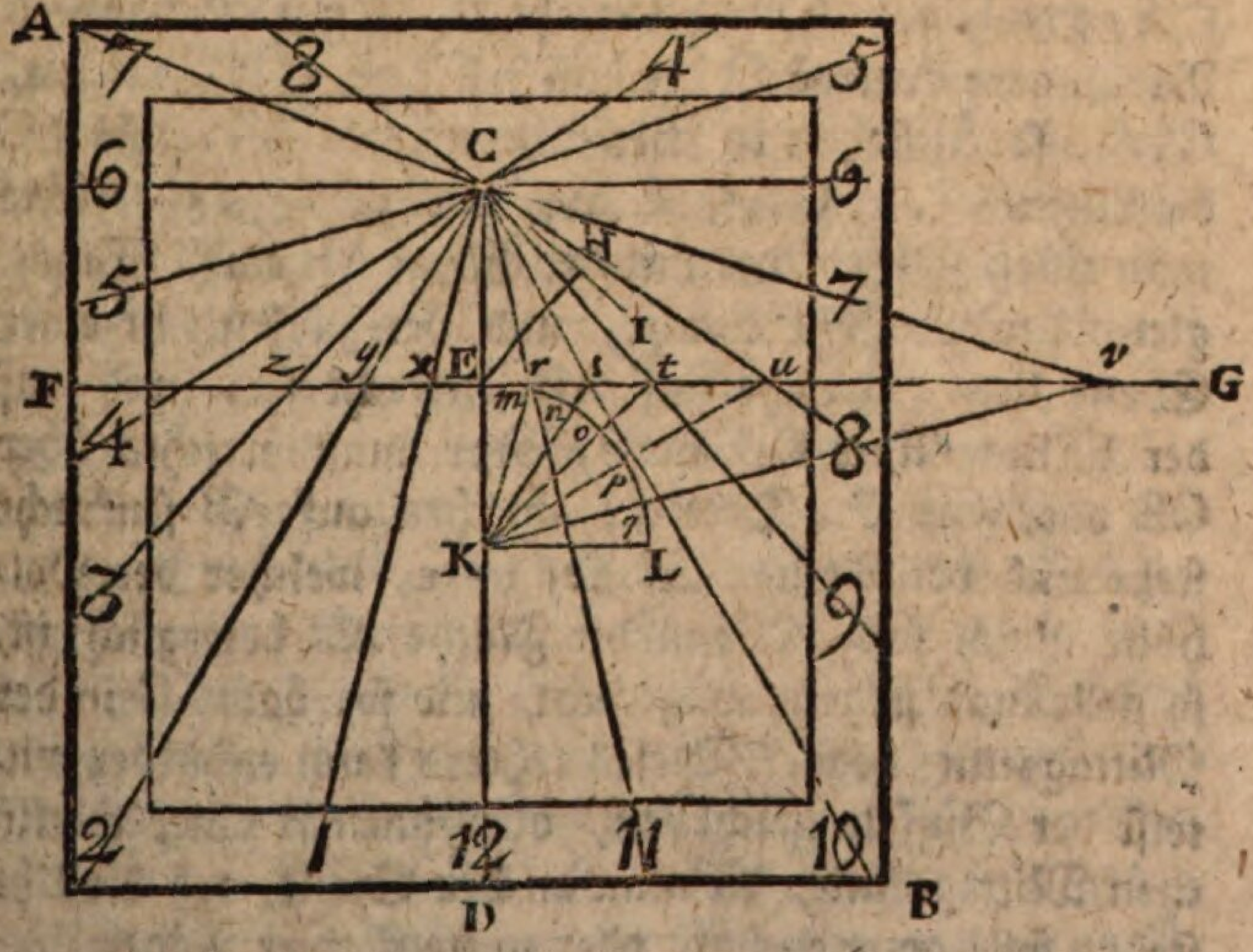
Uebrigens ist klar, daß diese Zeichnung ihre völlige Richtigkeit hat, indem hier das Licht die Stelle der Sonne vertritt, die sich um die Axe EH herum beweget.

Anmer-

Anmerkung. Wenn auch ABDC eine krumme Fläche ist, so ist die vorgeschriebene Methode doch brauchbar. Sie hat aber die Unbequemlichkeit, daß der Schatten, den das Licht wirft, nicht scharf genug begränzt und zu breit ist. Deswegen pflegt man die Uhren, welche nicht Gleichers-Uhren sind, lieber nach gewissen perspektivischen Regeln zu verzeichnen, wie in den folgenden Paragraphen gelehret werden soll.

§. 4.

Eine Horizontal-Uhr wird auf folgende Art gezeichnet:



Es sei AB die gegebene bewegliche oder unbewegliche Ebene, und C der Punkt, wo der Zeiger befestiget werden soll. Ziehe die Mittagslinie CD, wenn die Ebene unbeweglich ist, oder nimm sie nach Belieben auf einer beweglichen Ebene an. Ziehe auch durch einen beliebigen Punkt E der CD die Linie FG gegen CD senkrecht, ziehe CI, so daß ∠ ICE der Polhöhe

gleich sei. Aus E fälle EH senkrecht auf CI. Mache EK = EH. Aus dem Mittelpunkt K mit dem Halbmesser KE beschreibe den Viertelkreis EL. Theile ihn in 6 Theile, wenn die Uhr nur Stunden zeigen soll; in 12, 24, u. s. w. wenn sie halbe Stunden, Viertelstunden u. s. w. zeigen soll. Durch die Theilungspunkte m, n, o, p, q, und durch K ziehe die geraden Linien Kr, Ks, Kt, Ku, Kv, bis an die FG. Durch die Punkte r, s, t, u, v und durch C ziehe die geraden Linien C..11, C..10, C..9, C..8, C..7. Mache auf der andern Seite Ex = Er, Ey = Es, Ez = Et, u. s. w. und durch die erhaltenen Punkte ziehe C..1, C..2, C..3, C..4, C..5. Durch C ziehe 6..6 mit FG parallel. Verlängere oberwärts die Linien C..7, C..8, C..4, C..5, so entstehen in Betrachtung der FG jenseits C die Linien C..7, C..8, C..4, C..5. In C errichte man einen Zeiger, der mit der Ebene AB einen Winkel gleich der Polhöhe mache, und der zugleich in einer Ebene liege, welche auf AB senkrecht sei, und auf der Mittagslinie CD stehe, oder man errichte über CE oder CK ein Dreieck, welches auf AB senkrecht stehe und bei C einen Winkel habe, welcher der Polhöhe gleich sei. Wenn die Fläche AB beweglich ist, so stelle man sie jetzt wagerecht, und so, daß CD in der Mittagslinie liege. Dieses letztere kann entweder mittelst der Bussole geschehen, oder mittelst einer wirklichen Mittagslinie, die man an der Stelle, wo die Uhr stehen soll, gezogen hat, oder mittelst einer Räder-Uhr, die man kurz vorher nach einer guten Sonnenuhr gestellet hat. Man darf nur die Ebene der Sonnenuhr so lange rücken, bis daß sie mit der Räderuhr dieselbige Stunde zeiget, dann folget schon daraus, daß CD richtig in der Mittagslinie liegt. Wenn eine solche Uhr richtig aufgestellt worden, so wird der Schatten der in C befestigten Stange, oder der Rand des Schattens

vom

vom Dreieck, nach und nach die Stundenlinien C..4, C..5, C..6, u. s. w. bedecken, und die wahre Zeit, oder wie sie andere nennen, die scheinbare Zeit zu erkennen geben. Nun muß noch die Richtigkeit der vorgeschriebenen Zeichnung dargethan werden.

Man drehe in Gedanken das Dreieck CHE um die Axe CE herum, bis daß es über AB lothrecht stehe, so fällt CI in den Zeiger der Uhr und wird mit der Erdaxe parallel. Man lasse das Dreieck in dieser Lage, und drehe die Figur vEKLv um die Axe vE herum, bis daß sie gegen den Katheten EH des aufgerichteten Dreiecks CHE gelehnt sei, so wird ELK ein Viertel einer Gleichers-Uhr, woran CI der Zeiger ist; Km, Kn, Ko, u. s. w. sind die Stundenlinien; worauf nach und nach der Schatten des Zeigers fällt. Der schattigte Raum jenseit des Zeigers in Betrachtung der Sonne, macht immer eine Ebene, welche die Ebene der Gleichers-Uhr nach und nach in den Linien Km, Kn, u. s. w. schneidet. Diese Schnitte, wenn man sie verlängert, treffen die Ebene AB in r, s, t, u. s. w. Dieses sind demnach die Punkte, wohin der auf der Ebene AB aufgefangene Schatten am Anfange jeder Stunde fallen soll. Er muß aber auch in C sein, wo der Zeiger die Ebene AB erreichet. Er muß ferner gerade Linien bilden, weil er eigentlich der Durchschnitt der in der Luft befindlichen Schatten-Ebene und der Ebene AB ist. Also befindet sich der Schatten in den Anfängen der Stunden in geraden Linien, die durch C und durch r, s, t, u. s. w. gehen, das heißt, in den geraden Linien Cr, Cs, Ct, u. s. w.

Wenn man in Gedanken anstatt des Viertels KELK einer Gleichers-Uhr eine ganze annimmt, und sie so aufstellet, wie kurz vorher gesagt worden, so wird man leicht begreifen, daß linker Hand auf der Linie EF die nämlichen Abtheilungen entstehen, wie in EG;

ferner, daß auf der Gleichers-Uhr die Linie KL der 6ten Stunde mit FG parallel ist, und daß zu dieser Stunde die Ebene des Schattens durch diese Linie und durch C gehet, daß sie also die Ebene AB schneidet, und zwar in einer Linie 6..6, die mit jener KL, folglich auch mit FG parallel ist. Endlich da auf der Aequinokzial-Uhr die Linie der Nachmittagsstunde 7 eine Verlängerung der Linie der Vormittagsstunde 7 ist, so liegt der Schatten Nachmittags um 7 Uhr in derselbigen Ebene wie Vormittags um 7 Uhr, und der Durchschnitt dieser Ebene mit der Ebene AB kann nur eine gerade Linie 7..7 sein. So gehet es auch mit den Linien 8..8, 4..4, 5..5. Frühere Stunden, als 4 Uhr Morgens, und spätere, als 8 Uhr Abends hat man unter unserer Polhöhe nicht nöthig auf der Sonnen-Uhr anzubringen.

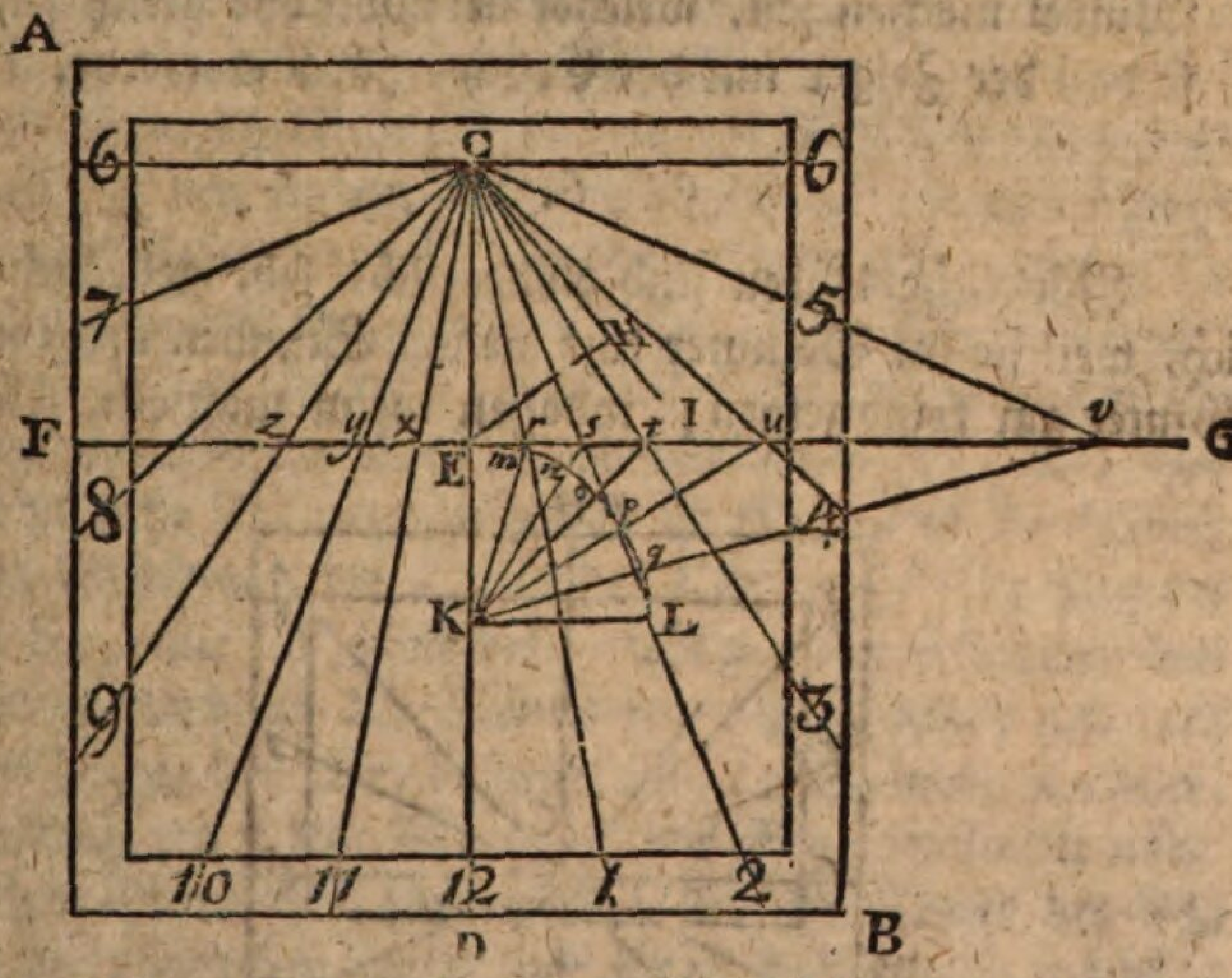
Anmerkung. Aus der angenommenen Linie CE, und dem Winkel ECH des rechtwinkligen Dreiecks ECH läßt sich EH = KE trigonometrisch berechnen. Ferner aus dem gefundenen Werthe KE und den Winkeln EKr, EKs, EKt, u. s. w. lassen sich Er, Es, Et, u. s. w. berechnen. Nachdem man diese Linien berechnet hat, kann man sie auf EG auftragen, welches meistens eine genauere Zeichnung giebt, als die bloß geometrische. Ferner kann man auch die Stundenlinien mittelst der Winkel, die sie mit CD machen, auftragen. Denn da Er, Es, Et, u. s. w. trigonometrisch berechnet werden können, und da CE bekannt ist, so lassen sich die Winkel ECr, ECs, ECt, u. s. w. ebenfalls trigonometrisch berechnen.

§. 5.

Eine südliche Uhr oder mittägliche Uhr, deren Ebene lothrecht und gegen Süden gekehrt ist, wird eben so verfertiget, wie eine wagerechte Uhr; nur daß

der

der Winkel ECH oder derjenige, den der Zeiger mit der Ebene AB machet, nicht der Polhöhe, sondern ih-



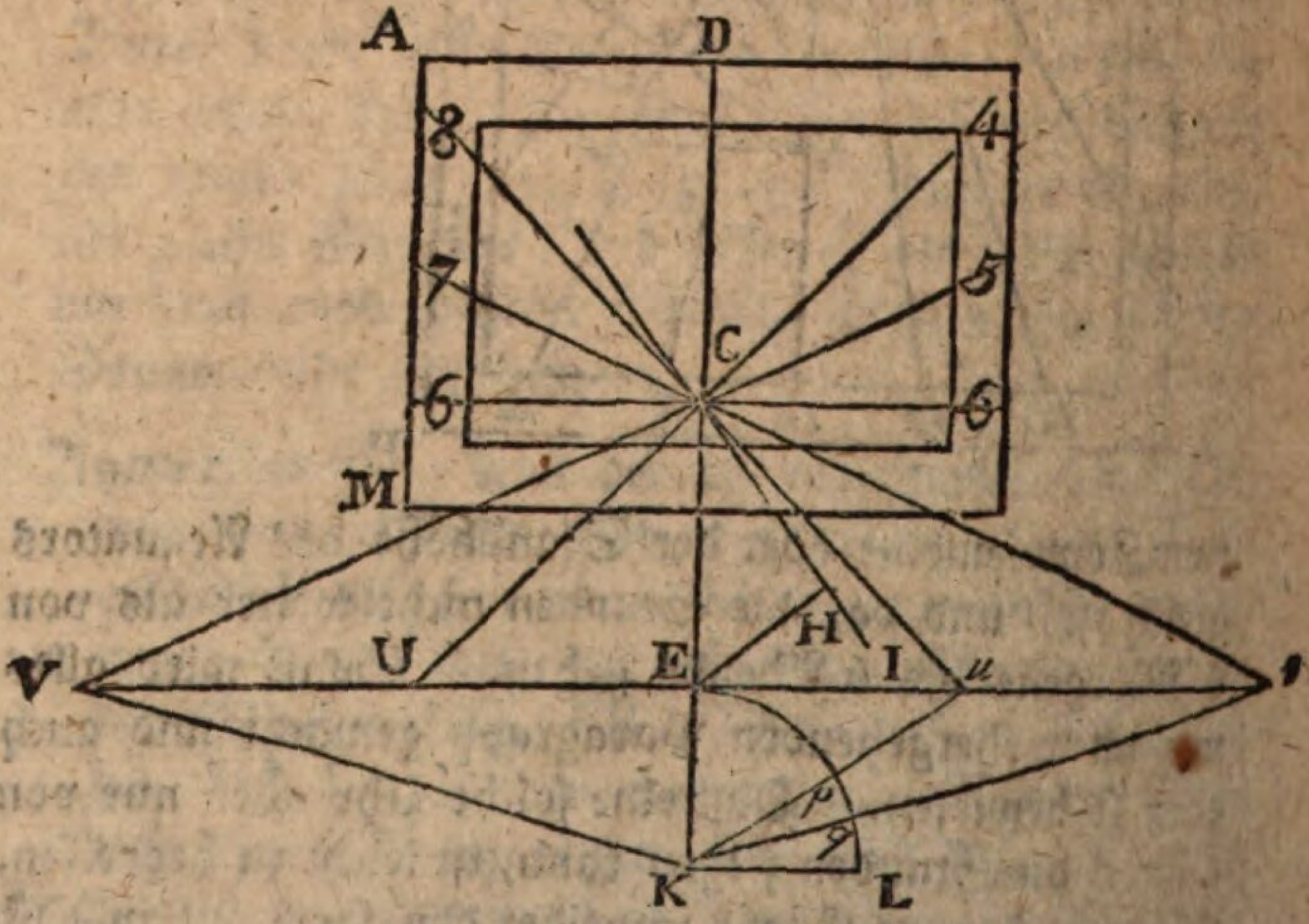
rem Komplemente oder der Standhöhe des Aequators gleich ist, und daß die Stunden nicht weiter als von 6 Morgens bis 6 Abends gehen. Sonst wird alles wie im vorhergehenden Paragraph gemacht und auch eben so bewiesen. Daß eine solche Uhr aber nur von 6 bis 6 die Stunden zeigen kann, ist leicht zu begreifen. Ihre verlängerte Ebene schneidet den Horizont im Ost- und im Westpunkte. Wenn aber die Sonne vor 6 aufgehet, so gehet sie an einer Stelle auf, die mehr gegen Norden ist, als der Ostpunkt, und bescheinet also nicht die vordere Fläche der südlichen Uhr; eben dieses läßt sich auf die Abendstunden nach 6 anwenden.

Anmerkung. Auch die Berechnung der Linien Er, Es, Et, u. s. w. und der Winkel ECr, ECs, ECt, u. s. w. kann auf dieselbige Art, wie bei wagerechten Uhren, gemacht werden; nur muß man sich erinnern, daß hier der Winkel ICE der Standhöhe

des Aequators gleich ist, welches nothwendig ist, wenn CI oder der Zeiger mit dem Horizont einen Winkel machen soll, welcher der Polhöhe gleich sei, so daß der Zeiger mit der Erdaxe parallel werde.

§. 6.

Nördliche Uhren sind zwar nicht sehr gebräuchlich, weil sie im Sommer nur wenige Stunden und im Winter gar keine zeigen; indessen wenn man eine sol-



che Sonnen-Uhr zeichnen will, so muß man den Punkt C wählen, wo der Zeiger befestiget werden soll. Durch diesen ziehet man 6..6 horizontal. Man verlängere die Ebene der Uhr, ziehe CK gegen 6..6 senkrecht, und mache unterhalb C den Riß zu einer südlichen Uhr, jedoch mit Weglassung der Stunden von 9 Uhr Morgens bis 3 Uhr Nachmittags. Man verlängere die Stundenlinien Cu, Cv, CU, CV jenseits C, so bekömmt man die Linien C..7, C..8, C..5, C..4. In C errichte man einen Zeiger, der aufwärts gekehrt ist,

ist, und mit der Ebene der Uhr einen Winkel macht, welcher der Höhe des Aequators gleich sei. Eine solche Uhr zeiget im Sommer die Stunden vor 6 Uhr Morgens und nach 6 Uhr Abends.

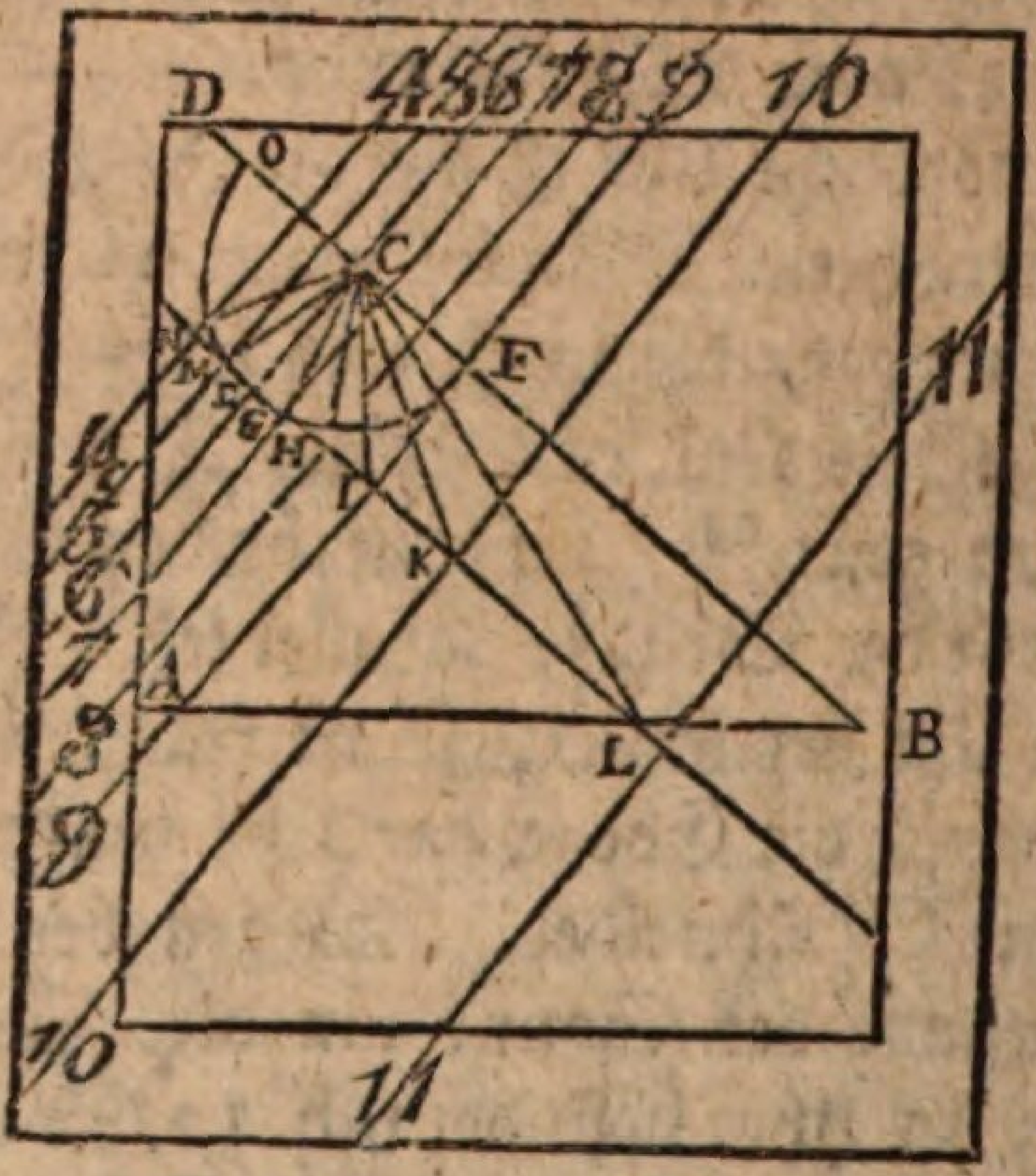
Eine nördliche Uhr ist als die Rückseite einer südlichen zu betrachten. Man stelle sich AL als eine durchsichtige Platte vor, die im Freien lothrecht, und gegen den Mittagskreis senkrecht steht. Durch C sei ein gerader Zeiger gestecket, der auf beiden Seiten hervorragt und mit der Weltaxe parallel sei. In ML sei eine südliche Uhr gezeichnet; so ist klar, daß die Ebene des Schattens die Ebene der Uhr um 7 Uhr Abends in der Linie CV schneidet. Wegen der Einförmigkeit der Umdrehung der Sonne um die Weltaxe und um den Zeiger der Uhr, befindet sich 12 Stunden nachher, nämlich um 7 Uhr Morgens, der Schatten in der nämlichen Ebene und schneidet folglich die Ebene der Uhr in der nämlichen Linie oder ihrer Fortsetzung, nämlich in C5, also sollte eigentlich 7 stehen, da, wo 5 stehet, nämlich rechter Hand, wenn man die durchsichtige Ebene von der Mittagsseite ansiehet. Weil aber eine nördliche Uhr von Norden angesehen wird, so wird die Zahl 7 linker Hand gesehen. Sie fällt dahin, wo sonst 5 stehen würde. Die übrigen Stundenlinien werden eben so erkläret und bewiesen.

Anmerkung. Will man die Rechnung zur Hülfe nehmen, so berechne man, wie bei südlichen Uhren Eu, Ev, bestimme dadurch die Punkte u, v, und ziehe uC8, vC7. Oder man berechne wie bei den südlichen Uhren die Winkel ECu, ECv, und mache ihnen die Winkel DC8, DC7 gleich.

§. 7.

Um eine östliche Uhr zu zeichnen, ziehe man auf einer Ebene, die gegen Osten gekehret ist, eine wagerechte

rechte Linie AB, und eine andere BD, die mit den vorigen einen Winkel mache, welcher der Standhöhe des



Aequators gleich sei, so daß BD mit dem Aequator parallel werde. Wähle den Punkt C, mehr gegen D als gegen B hin, und ziehe durch ihn die Linie 6..6 gegen BD senkrecht. Aus C als Mittelpunkt beschreibe mit einem beliebigen Halbmesser den halben Kreis FEO, und theile ihn in 12 gleiche Theile, oder in 24, oder in 48 u. s. w., je nachdem du nur ganze Stunden, oder auch halbe oder Viertelstunden an der Uhr beobachten willst. Wir nehmen an, man begnüge sich mit ganzen Stunden. In der Entfernung CE ziehe NL mit DB parallel. Durch C und die Theilungspunkte des Viertelzirkels ziehe CG, CH, CI, CK, CL, CM, CN. Durch die Punkte G, H, I, K, L, M, N, ziehe die Linien 7..7, 8..8, 9..9, 10..10, 11..11, 5..5, 4..4, alle mit 6..6 parallel. Ueber 6..6 errichte einen Zeiger in Gestalt eines griechischen π, aber so, daß dessen Ebene auf der Ebene der Uhr senkrecht stehe, und daß der Abstand von der Ebene der Uhr bis zur Stange, die mit ihr parallel ist, so viel betrage, als

als der Halbmesser CE. Dann zeiget der Schatten dieser parallelen Stange die Vormittagsstunden. Mittags wird die Ebene des Schattens mit der Ebene der Uhr parallel; der Schatten kann also nicht mehr auf der Uhr entworfen werden.

Zum Beweise drehe man in Gedanken den Theil ONLB der Figur um die Axe NL herum, bis daß er gegen die Ebene der übrigen Figur senkrecht sei. Dann wird der halbe Kreis OLF eine halbe Gleichers=Uhr; der oben erwähnte Zeiger gehet senkrecht durch ihren Mittelpunkt und dienet ihr ebenfalls zum Zeiger. Der Schatten des Zeigers fällt auf die Theilungspunkte des halben Kreises, und die Verlängerung des Schattens fällt auf die Punkte E, G, H, I, K, L, M, N. Gesetzt nun, der Schatten fällt jetzt auf den Punkt K, so muß er überhaupt auf eine Linie 10..10 fallen, die mit 6..6 parallel ist, indem der Stundenzeiger selbst mit 6..6 parallel ist.

§. 8.

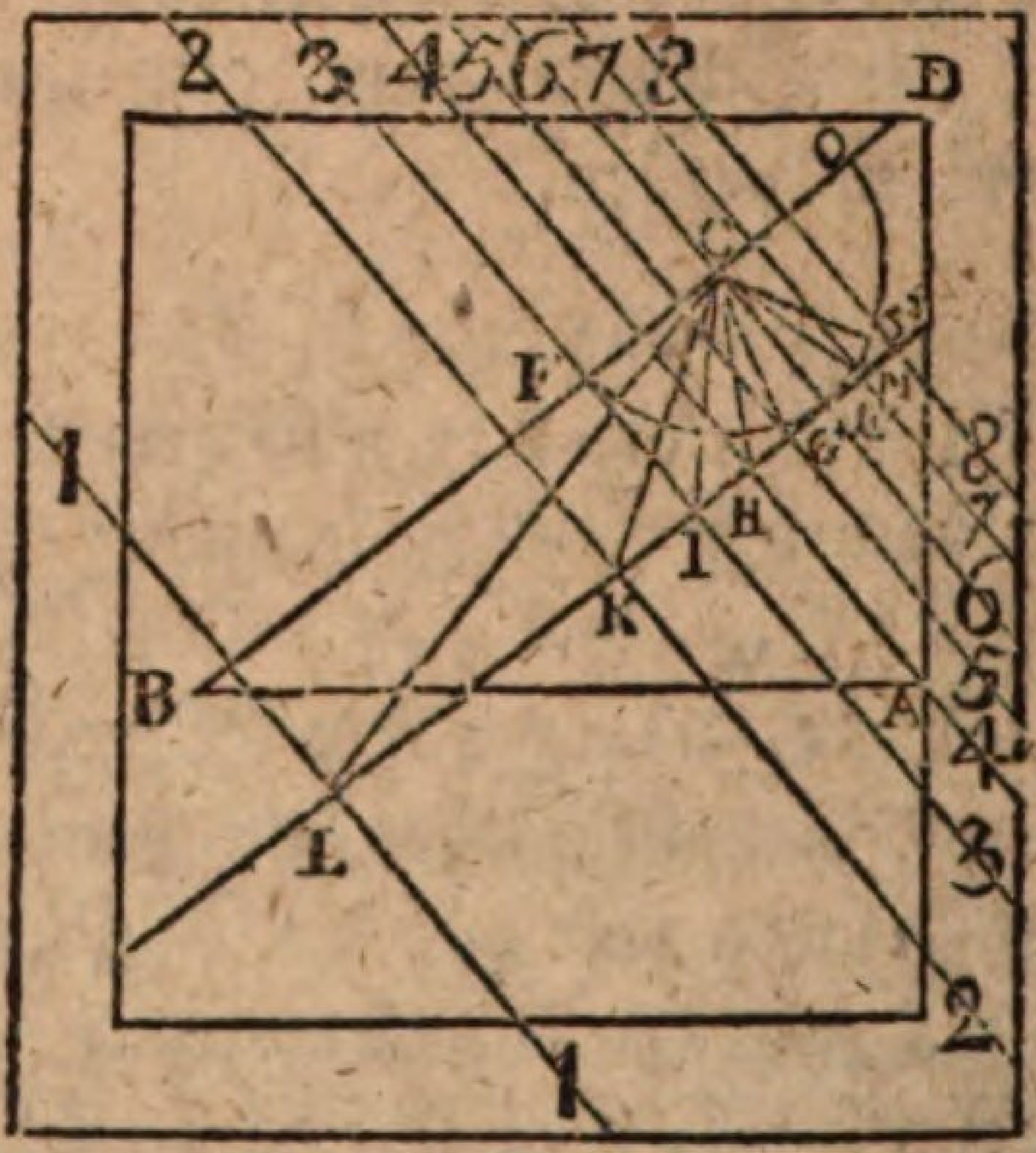
Westliche Uhren werden eben so gezeichnet und eingerichtet wie die östlichen, nur mit dem Unterschiede, daß die Lage in Betrachtung des Zuschauers umgekehrt ist, und daß die Stunden anders gezählet werden. Der Beweis ist auch der nämliche. Die auf folgender Seite oben stehende Figur stellet eine westliche Uhr vor.

Auf einer Platte, die im Freien stände, könnte man einerseits eine östliche und anderseits eine westliche Uhr anbringen.

Anmerkung. Wenn man bey östlichen und westlichen Uhren Rechnungen gebrauchen will, so lassen sich

EG,

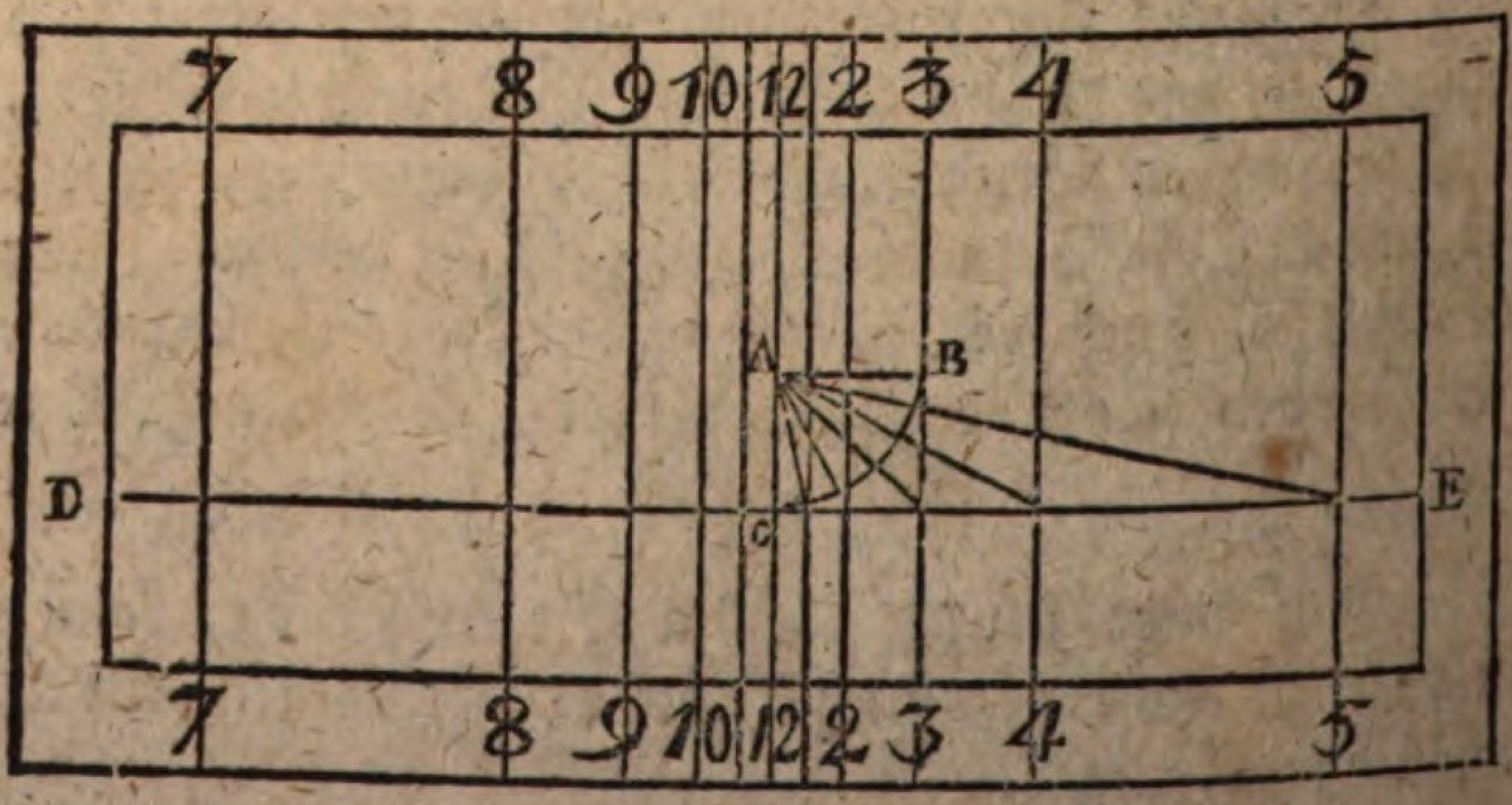
EG, EH, EI, u. s. w. in den rechtwinkligen Dreiecken CEG, CEH, CEI, u. s. f. leicht bestimmen,



indem CE und der Winkel bei C allemal bekannt sind.

§. 9.

Um eine Polar-Uhr zu zeichnen, ziehe man auf einem Brette die Linie 12..12 nach Willkühr. Aus einem



beliebigen Punkte A dieser Linie, als Mittelpunkte, beschreibe den Viertelzirkel CB, ziehe durch C die DE gegen

gegen 12..12 senkrecht. Theile den Viertelzirkel und durch ihn die DE wie bei andern Sonnenuhren. Durch die Theilungspunkte der E ziehe die Linien 1..1, 2..2, 3..3, 4..4, 5..5, 11..11, 10..10, 9..9, 8..8, 7..7 mit 12..12 parallel. Ueber 12..12 errichte einen Zeiger in Gestalt eines griechischen π, so daß der obere Stab des π in der Entfernung AC von der Ebene der Uhr sei. Errichte die Uhr so, daß die Linie 12..12 und der Zeiger mit der Weltaxe parallel sein, und folglich die Ebene der Uhr mit dem Horizont einen Winkel mache, welcher der Polhöhe gleich sei. Dieses kann auf eine ähnliche Art, wie bei Gleichers=Uhren, erhalten werden. (§. 3.) Wenn dieses geschehen ist, so zeiget die Uhr die Stunden von 6 Uhr Morgens bis 6 Uhr Abends, weil ihre Ebene die Ebene des Aequators und überhaupt die Tageskreise der Sonne halbiret.

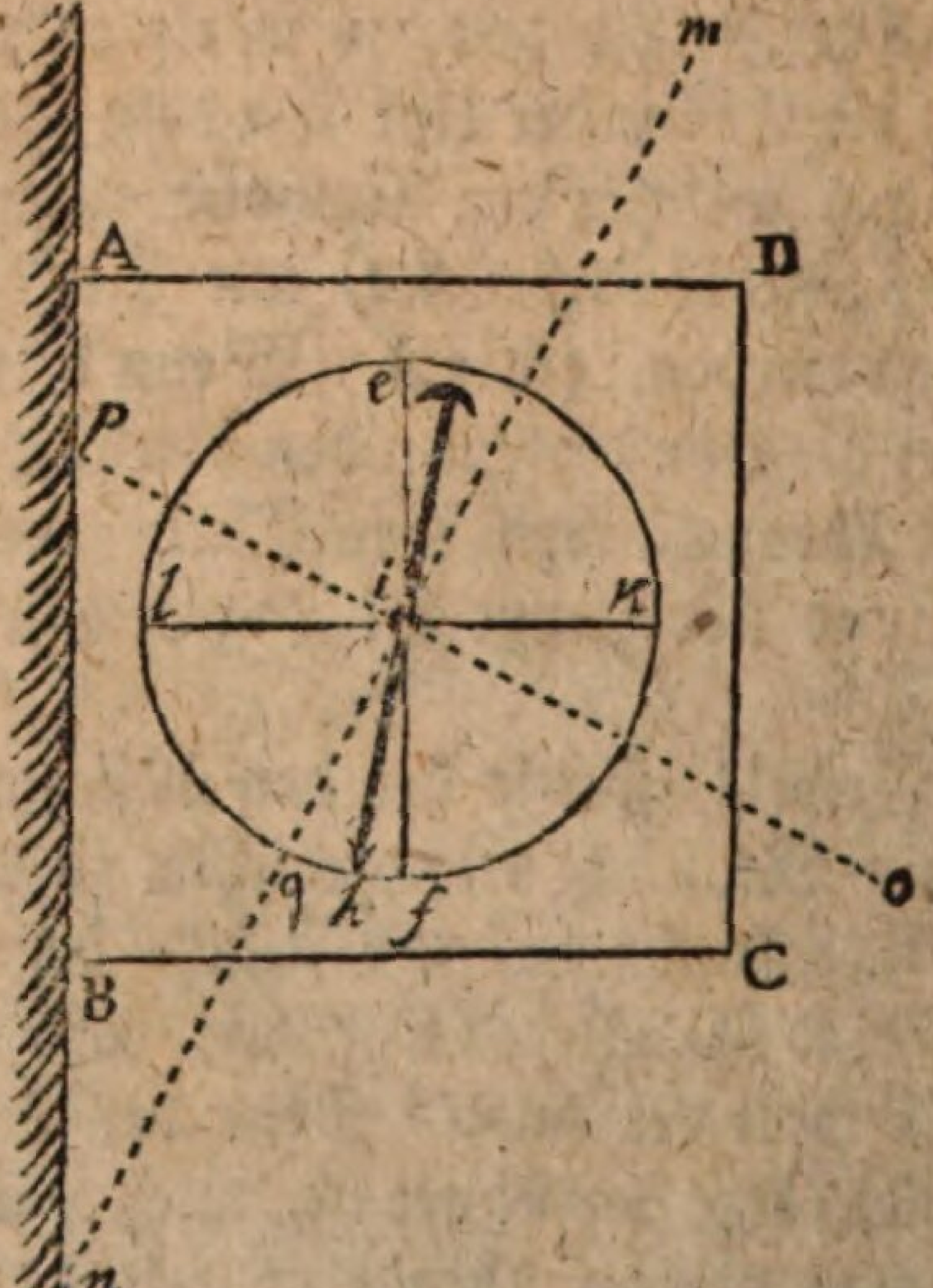
Der Beweis ist wie bei den östlichen und westlichen Uhren. Nämlich man errichtet in Gedanken die Ebene CAE senkrecht auf der Fläche der Uhr; dann stellet ABC eine Gleichers=Uhr vor, u. s. w.

Wenn man die untere Seite des Brettes, worauf die Polar=Uhr gezeichnet ist, auch gebrauchen will, so zeichne man darauf eben eine solche Uhr, wie auf der obern Seite, jedoch mit Weglassung aller übrigen Linien, ausgenommen 4..4, 5..5, 7..7, 8..8, so daß 5..5 hinter 7..7, und 4..4 hinter 8..8 zu stehen kommen. Dieses giebt die **untere Polar=Uhr**. Der Zeiger wird demjenigen der **oberen** ganz ähnlich und gleich gemacht. Der Beweis ist auch immer der nämliche, wenn man sich den abgetheilten Kreis als die untere Fläche einer Gleichers=Uhr vorstellet. Man braucht auch nur die obere Polar=Uhr auf der andern Seite des Brettes bloß zu übertragen, ohne eine neue Zeichnung zu machen.

§. 10.

§. 10.

Bevor man eine abweichende Sonnen-Uhr zeichnet, muß man genau erforschen, um wie viel die Fläche, worauf sie angebracht werden soll, von der Lage einer südlichen oder nördlichen Uhr abweichet. Dieses erfährt man mittelst einer Bussole folgender Weise. Es sei AB der horizontale Durchschnitt einer lothrechten



Mauer, deren Abweichung man wissen will. Man gebrauche eine Bussole ADCB, auf deren Boden die Linien ef, lk, wovon die Enden die vier Hauptpunkte des Horizonts anzeigen, mit den Rändern AB, AD der Büchse parallel seien. ef sei die Mittagslinie der Bussole, so daß e Süden und f Norden bedeute. Setze die Büchse mit ihrem Rande AB an die Wand in horizontaler Lage. Von der Spitze h der Magnetnadel zähle bis g so viel Grade, als die Abweichung der

Magnet-

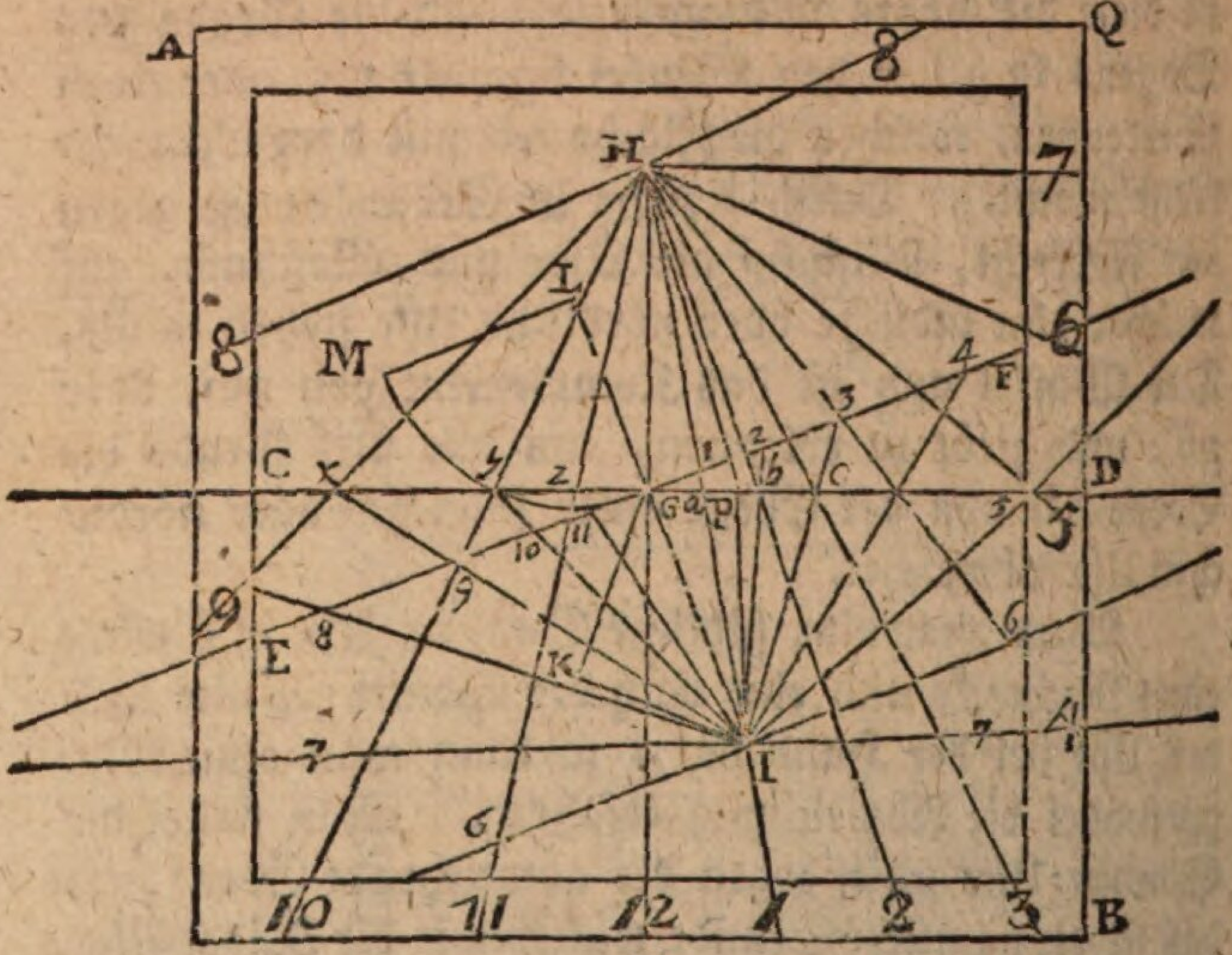
Magnetnadel beträgt, wenn diese westlich ist. Durch g und den Mittelpunkt I ziehe in Gedanken die mn, so ist diese die wahre Mittagslinie, und die Grade des Bogens fg geben den Winkel fig oder fin, oder Anm zu erkennen, welchen die Fläche AB mit dem Mittagskreise macht. Durch i ziehe in Gedanken op gegen mn senkrecht, so ist op die Ost- nnd Westlinie, auf welcher eine südliche oder nördliche Uhr stehen müste. Der Winkel opn ist das Komplement von pni, oder gif, und giebt zu erkennen, um wie viel Grade die Ebene AB von der Ebene einer südlichen oder nördlichen Uhr abweichet.

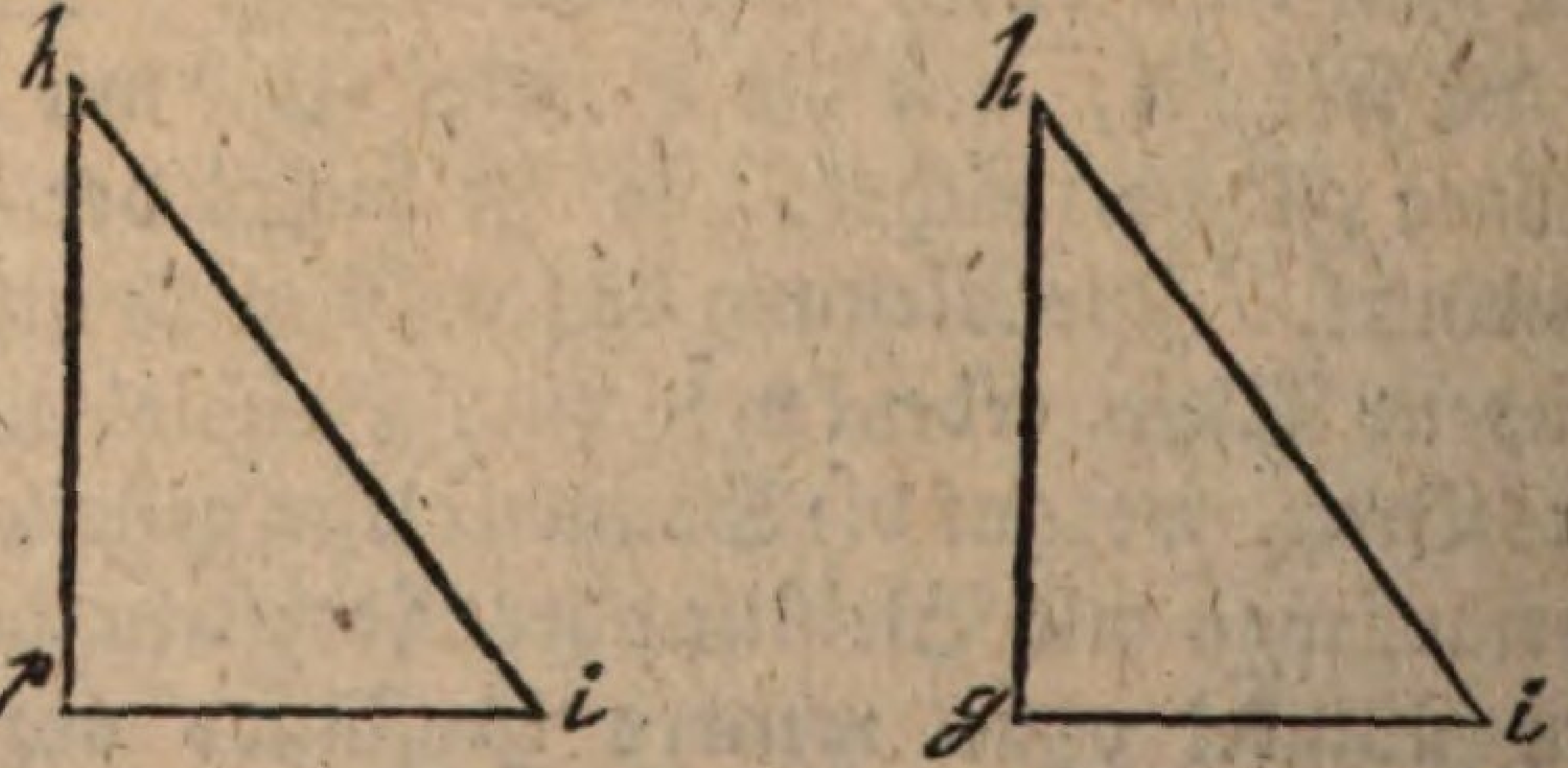
Wenn man eine südliche Sonnen-Uhr in Gestalt eines Rechtecks und eine nach der Sonne gestellte Räder-Uhr bei der Hand hat, so kann man ohne Magnetnadel die Abweichung erfahren. Man stellet die Sonnen-Uhr schief gegen die abweichende Ebene, so daß sie die nämliche Stunde zeiget, wie die Räder-Uhr, welches man bald durch Versuche erhält. Man bemerkt den Winkel, den die Sonnen-Uhr mit der abweichenden Fläche machet, so ist dieses der Abweichungswinkel. Zur Messung dieses Winkels lassen sich verschiedene Mittel erdenken; zum Beispiel ein horizontales Brett, worauf die Sonnen-Uhr gestellet wird, und worauf man mit Bleistift oder Rothstein den verlangten Winkel ohne weitere Umstände abzeichnen kann.

§. 11.

Wenn die Abweichung einer Mauer von der Ebene einer südlichen Sonnen-Uhr gefunden worden, so verfährt man folgender Weise, um eine Sonnen-Uhr für diese Mauer zu zeichnen. AB ist entweder ein Theil der Mauer selbst, oder ein Brett, worauf die Uhr gezeichnet werden soll, oder ein Papier, worauf man

den Riß machet, um ihn hernach auf die Mauer zu übertragen. In allen Fällen ziehe CD entweder an





der Mauer selbst horizontal, oder auf dem Risse, so daß sie eine horizontale Linie vorstellen könne. H sei die Stelle, wo der Zeiger befestiget werden soll. Ziehe HG senkrecht gegen CD, und folglich lothrecht. Durch G ziehe EF, so daß der Winkel EGC oder DGF der Abweichung gleich sei. Wenn die Mauer gegen Westen abweichet, so muß, wie hier, der Theil GF der Linie EF rechter Hand über CD gehen; weicht aber die

die Mauer gegen Osten ab, so müste GF unter CD und EG darüber seyn.

Mache an einer abgesonderten Stelle hg = HG; mache den Winkel ghi = der Höhe des Aequators, ziehe ig gegen hg senkrecht, so entstehet das rechtwinkelige Dreieck hgi, worin ∠ h der Höhe des Gleichers und ∠ i der Polhöhe gleich ist. Stelle GI gegen EF senkrecht, und mache GI = gi. Nun beschreibe eine Horizontal-Uhr mittelst des gegebenen Punktes I und der Linie EF. Nämlich mache ein Dreieck GIK, in welchem ∠ I der Polhöhe gleich und GK gegen IK senkrecht sei. Verlängere IG, mache GL = GK, u. s. w. (§. 4.) Wenn die Stundenlinien I1, I2, I3, &c., I11, I10, I9, &c. der Horizontal-Uhr gezogen sind, so merke die Punkte a, b, c, &c., z, y, x, &c., wo sie oder ihre Verlängerungen die CD schneiden, und ziehe durch diese Punkte die Linien Ha, Hb, Hc, &c., Hz, Hy, Hx, &c. Diese sind die Stundenlinien der verlangten abweichenden Uhr. Die noch mangelnden frühern oder spätern Stunden werden gefunden, wenn man die schon vorhandenen Stundenlinien verlängert, ohngefähr wie bei nördlichen Uhren. (§. 6.)

Aus I fälle IP gegen CD senkrecht, und ziehe HP, so muß der Zeiger in einer Ebene angebracht werden, die gegen die Ebene AB senkrecht sei, und solche in HP schneide. Diese Ebene ist durch das Dreieck hpi vorgestellet, worin hp = HP und pi = PI.

Zum Beweise nehme man die Figur AB vor sich in horizontaler Lage, und wende sich mit derselben gegen Norden, oder eigentlich so, daß die Linie EF gerade von Westen nach Osten gehe; so ist FIE eine wahre Horizontal-Uhr, und wenn man in I einen Zeiger errichtet, der mit der Weltaxe parallel sei, und folglich mit IG einen Winkel mache, welcher der Pol-

höhe gleich sei, so zeiget der Schatten die Stunden, wie sie mittelst den Linien I1, I2, I3, I11, I10, I9 u. s. w., oder Ia, Ib, Ic, Iz, Iy, Ix &c. angedeutet sind. Nun errichte man in Gedanken den Theil ACDQ der Figur lothrecht über CD und verlängere den an der Horizontal-Uhr befindlichen Zeiger, so trifft er die Ebene ACDQ in H, weil er alsdann die Hypotenuse eines Dreiecks wird, welches dem Dreiecke hgi ähnlichgleich ist.

Der Schatten trifft zur gehörigen Zeit die Punkte a, b, c, z, y, x, &c., welche sowohl zur Ebene CQ, als zur Ebene CB gehören. Er trifft auch den Punkt H, weil der Zeiger bis dahin gehet. Also gehen die Stundenlinien auf der lothrechtgestellten Ebene AD von H bis a, b, c, z, y, x, &c. Diese Ebene in ihrer lothrechten Lage machet mit einer anderen, die auf EF lothrecht stehend genau von Osten nach Westen gehen würde, den Winkel FGD oder CGE; also ist die Ebene AD entweder die Ebene der Mauer selbst, worauf die Sonnen-Uhr gezeichnet werden soll, oder jene ist mit dieser parallel. Also sind Ha, Hb, Hc, Hz, Hy, Hx die verlangten Stundenlinien, welche man, so viel man will, verlängern kann.

Was die Errichtung des Zeigers betrifft, so stelle man sich noch immer ACDQA über CB oder EB lothrecht errichtet vor. Der Zeiger gehet eigentlich in gerader Linie von H bis I. Die Linie IP, welche in der Ebene CD lieget, die gegen AD senkrecht ist, und welche selbst gegen den gemeinsamen Durchschnitt CD senkrecht ist, ist deswegen gegen AD senkrecht. Wenn man also in Gedanken durch I, P und H eine Ebene leget, so lieget der Stundenzeiger in ihr, und sie ist gegen AD senkrecht, eben weil sie durch die gegen AB senkrechte Linie IP gehet. Also bildet diese Ebene ein

recht-

rechtwinkeliges Dreieck hpi, welches gegen die Ebene der Uhr senkrecht ist.

Zusatz. Wenn man trigonometrische Rechnungen gebrauchen will, so berechne man fürs erste im Dreieck hgi die Linie gi, oder GI, und daraus die Linien G1, G2, G3, G11, G10, G9 &c.) der wagerechten Uhr. (§. 4.) Wenn dieses geschehen ist, so betrachte man die Dreiecke, welche diese Linien zu Grundlinien und H zum Scheitel haben, z. E. das Dreieck GH3. Darin sind bekannt HG und G3, nebst den Winkel HG3, welcher gleich ist einem rechten, weniger dem Abweichungs-Winkel FGD. Auf der anderen Seite der Figur z. E. im Dreieck GH9 ist der Winkel bei G gleich einen Rechten, mehr den Abweichungs-Winkel CGE. Daraus lassen sich die Winkel bei H berechnen, z. E. $\angle$ GH3, $\angle$ GH9.

Mittelst dieser Winkel kann man ferner die Linien Ga, Gb, Gc, Gz, Gy, Gx, u. s. w. berechnen. Z. E. Im rechtwinkeligen Dreiecke GHc kennet man jetzt den Winkel bei H nebst HG, also läßt sich Gc finden.

Die Linie GP, welche die Lage des Zeigers bestimmet, wird mittelst des rechtwinkeligen Dreiecks IGP gefunden, worin IG bekannt ist und $\angle$ IGP = einem Rechten weniger $\angle$ FGD. Hat man GP, so lassen sich HP und PI oder hp und pi berechnen. Daraus findet man das Verhältniß von hp zu pi, welches dienen kann, um dem Zeiger hi die wahre Richtung zu geben.

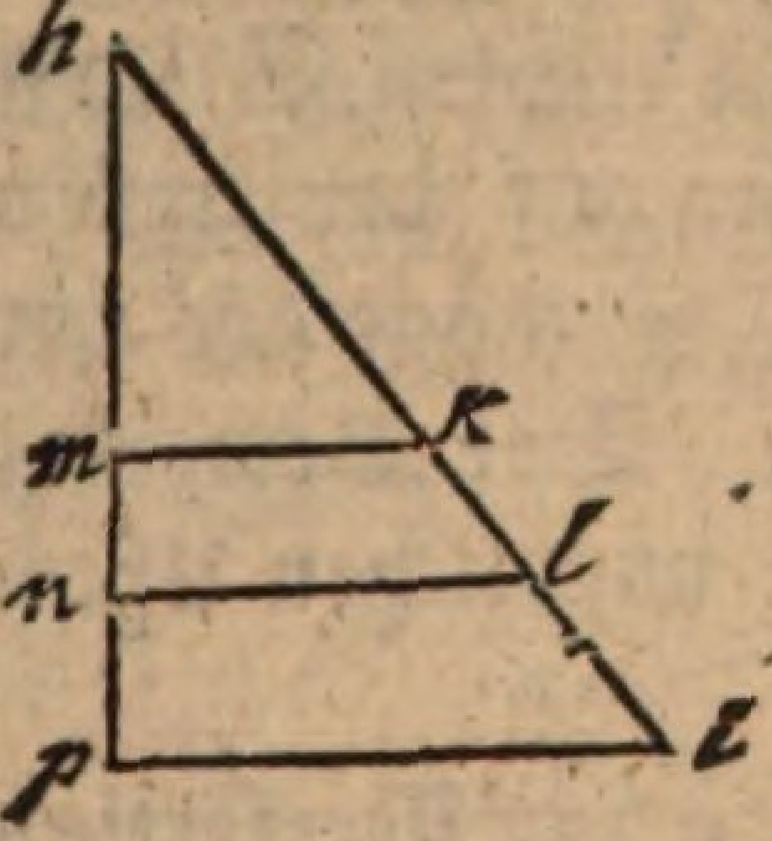
Anmerkung I. Eine abweichende Uhr zeiget, wenn sie gegen Westen abweichet, weniger Morgen- aber mehr Abendstunden, als eine südliche; eine gegen Osten abweichende Uhr zeiget aber desto mehr Morgenstunden. Wie viel Stunden eine abweichende

Uhr zeigen kann, wird man am besten aus der Erfahrung lernen, indem man bemerket, gegen welche Zeit die Sonne anfängt und aufhört die abweichende Ebene zu beleuchten. Die Abendstunden nach 6 werden durch die Verlängerung der Stundenlinien für die gleichzahligen Vormittagsstunden erhalten. Z. E. die Stundenlinie für 7 Uhr Abends wird erhalten, wenn man die Stundenlinie für 7 Uhr Morgens, welche dann wegfällt, jenseit des Punktes H verlängert, weil der Schatten nach 12 Stunden wieder in dieselbige Ebene fällt. Mit den Morgenstunden vor 6 verhält es sich umgekehrt. Ferner da die Sonne in unseren Gegenden in den längsten Tagen ohngefähr von 4 Uhr Morgens bis 8 Uhr Abends scheinet, so muß man auf der Sonnen-Uhr keine Zahlen anbringen, welche diese Gränzen überschreiten.

Anmerkung II. Wenn die Abweichung sehr beträchtlich ist, so ist es nicht schicklich die ganze Zeichnung bis zum Punkte H auf der Wand anzubringen, sondern, nachdem man die Uhr auf dem Papiere gezeichnet hat, so macht man auf demselben ein Rechteck, welches die nöthigen Stundenlinien, oder einen Theil von jeder nebst einem Theile der HP begreifet. Dieses Rechteck samt den darin befindlichen Linien wird auf die Wand aufgetragen. Ein Stück des Zeigers wird auf zwei Stützen, fast wie bei den östlichen und westlichen Uhren (§. 7 u. 8.) angebracht, doch so, daß seine Verlängerung den Punkt H treffe. Um dieses zu erhalten, laßt uns annehmen, man wolle ein Stück kl des Zeigers samt den Stützen mk, nl anbringen, so brauchet man nur im gezeichneten Dreieck hpi, kl, mk zu messen, und den Zeiger samt den Stützen nach den gefundenen Ausmessungen schneiden lassen.

Will

Will man aber Rechnungen anwenden, so bestimme man die Entfernungen hm, hn, und sage dann hp: pi::hm:mk und hp : pi :: hn:nl. Dieses giebt die Längen der Stützen mk, nl; ihr Abstand mn ist bekannt; also erhält man dadurch die Lage des Zeigerstückes kl.



§. 12.

Wenn eine Mauer, auf welcher eine Sonnen-Uhr angebracht werden soll, von der Lage einer nördlichen Uhr abweichet: so zeichne man auf dem Papier eine südliche Uhr, die so viel östliche Abweichung habe, als die wirkliche Uhr westliche haben soll, und umgekehrt. Man ziehe hauptsächlich die Stundenlinien für die früheſten und spätesten Stunden. Man behalte auf dieser Zeichnung nur diejenigen Stunden, welche vermöge der Lage der gegebenen Ebene brauchbar sind (§. 11. Anm. I.) Man verlängere GH und PH jenseits H (Seite 50.), und mache oberhalb H das Dreieck HGD. Nun kehre man die ganze Zeichnung um, so daß das Rechte zur Linken und das Linke zur Rechten komme, so ist die nördlich abweichende Uhr gezeichnet. Der Zeiger wird im Punkt H befestiget, so daß er aufwärts gehe; übrigens aber wird seine Lage, vermöge des jenseits H übertragenen Dreiecks HGD und des Dreiecks hpi, eben so bestimmet wie bei südlichen Uhren.

Man gedenke sich die südliche abweichende Uhr AB (Seite 50.) auf einer durchsichtigen Ebene gezeichnet und gehörig aufgestellet. Die Stundenlinien seien von den frühesten bis zu den spätesten aufgezeichnet; der Zeiger gehe durch die Ebene und rage jenseit derselben hervor: so entstehet auf der linken Seite eine nördliche Uhr, die so viel Abweichung gegen Osten hat, als diejenige auf der rechten Seite gegen Westen, oder umgekehrt. Diese auf der linken Seite entstehende Uhr wird eigentlich vermöge des vorgeschriebenen Verfahrens gezeichnet. Der Beweis ist übrigens wie bei nicht abweichenden nördlichen Uhren (§. 6.)

Anmerkung I. Da zur Verfertigung einer nördlichen abweichenden Uhr eigentlich eine südliche gezeichnet werden muß: so können die Rechnungen für südliche abweichende Uhren (§. 11. Zus.) zugleich für nördliche gebrauchet werden.

Anmerkung II. Uhren, die von der Lage einer östlichen oder westlichen abweichen: müssen als solche, die von der Lage einer südlichen oder nördlichen abweichen, betrachtet und gezeichnet werden.

Anmerkung III. Uhren, die gegen den Horizont geneigt sind und mit ihm einen anderen Winkel machen als die Höhe des Pols oder des Aequators, sind ganz ungewöhnlich; und überhaupt sind keine Sonnen-Uhren, außer den vorher beschriebenen, sonderlich gangbar. Sollte ja eine verlanget werden, so kann man seine Zuflucht zur allgemeinen Methode nehmen (§. 3. Anm. III.)

Anmerkung IV. Zulezt ist noch zu bemerken, daß die Sonnen-Uhren die wahre Zeit anzeigen, jedoch mit

mit Vernachläßigung des kleinen Unterschiedes, der von der schraubenförmigen Gestalt der Tagesbögen der Sonne herrühret (H. VIII. §. 5.). Auch wird die astronomische Refrakzion, das heißt: die Abweichung der Lichtstralen von ihrem geraden Wege, indem sie durch den Dunstkreis gehen, bei Sonnen-Uhren nicht in Betrachtung genommen; weil dergleichen Uhren überhaupt nicht dazu eingerichtet sind, die Zeit aufs allerschärfeste anzugeben; jedoch ist deren Richtigkeit für die Geschäfte des gemeinen Lebens mehr als zureichend.

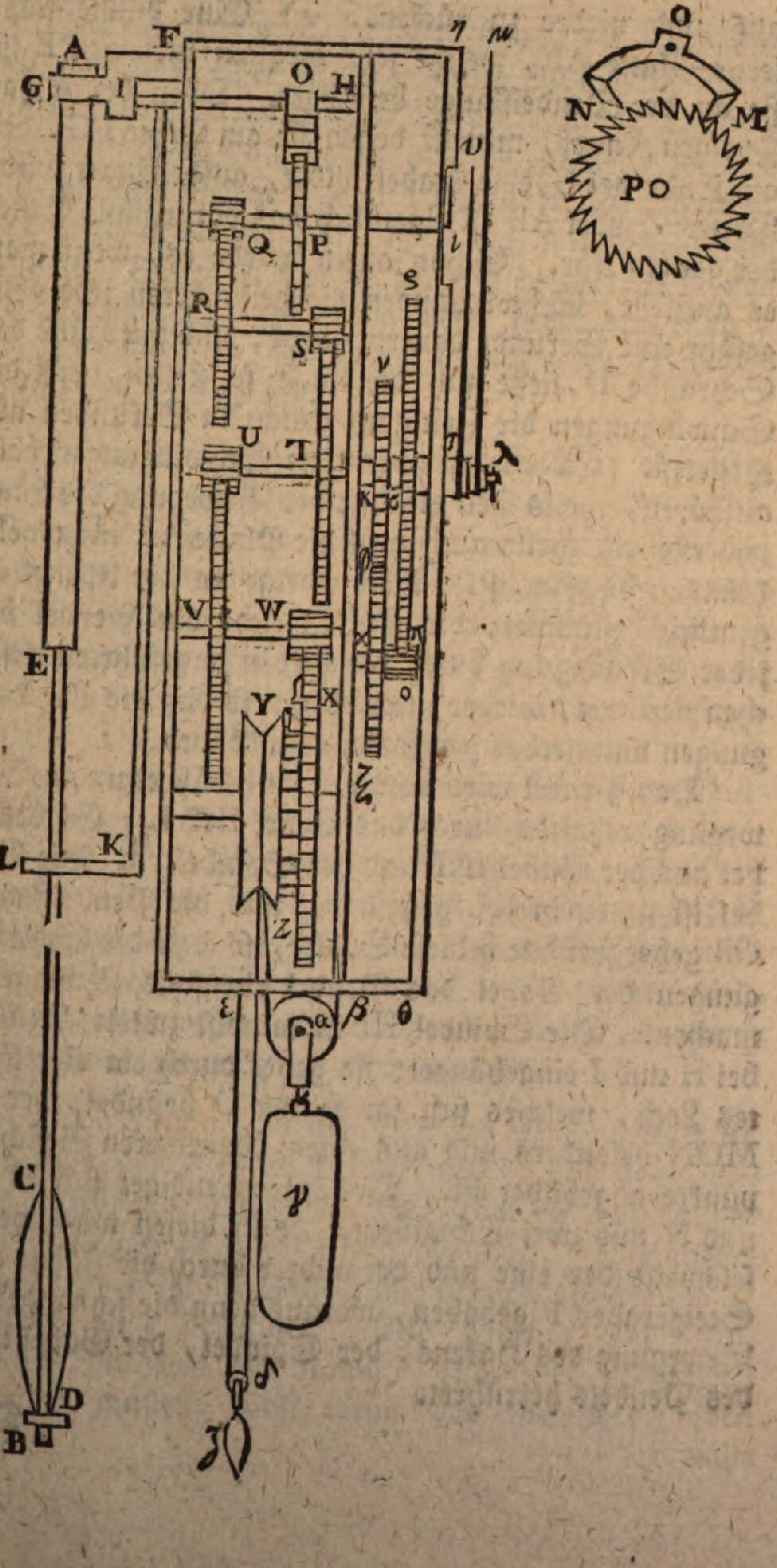
Eilftes Hauptstück.

Von Räder-Uhren.

§. 1.

Räder-Uhren werden auf sehr verschiedene Arten eingerichtet. Das auf der folgenden Seite befindliche Beispiel wird lehren, worin das Wesentliche einer solchen Uhr bestehet.

AB ist das Pendel oder der Perpendikel. Folgende Theile sind daran zu bemerken: 1) Die Linse CD, ein Körper in Gestalt einer natürlichen Linse oder vielmehr einer Glaslinse, einige Pfund Blei enthaltend und mit Messing bekleidet. 2) Die Pendelstange EB, welche hier, wegen ihrer Länge, abgebrochen vorgestellet ist. Ihre Länge wird dadurch bestimmet, daß von A bis zur Mitte der Linse ohngefähr 3 Fuß 2 Zoll Rheinländisch sein müssen. Sie gehet frei durch die Linse, in welcher zu diesem Ende ein Loch befindlich ist. Sie ist unten mit Schraubengängen versehen. 3) Eine Schraubenmutter D, die zu den eben gemeldeten Schraubengängen passet; sie dienet, die Linse etwas auf


A
F
G
I
O
H
η
μ
v
Q
P
R
S
S
ν
U
T
V
W
E
Y
X
o
L
K
Z
ε
α
β
θ
γ
C
D
B
δ
ζ
O
N
M
PO

auf und nieder zu rücken. 4) Eine dünne stählerne Platte AE, welche sehr biegsam ist. In E ist sie an der Pendelstange befestiget. Oben bei A hat sie einen Knopf, mittelst dessen sie am Arme FG, der am Ende bei G eine Gabel bildet, aufgehänget wird. Dieses Pendel AB ist eigentlich das vornehmste Stück der ganzen Uhr. Schon allein würde es, wenn man es anstieße, Schwingungen machen, deren jede ohngefähr eine Sekunde dauern würde; und mit Hülfe der Schraube D ließe sich die Linse so stellen, daß die Schwingungen die Zeit ganz genau in Sekunden abtheileten. Es würden aber diese Schwingungen bald aufhören, theils weil die Luft der Bewegung der Linse widerstehet, theils auch weil die Platte AE nicht vollkommen biegsam ist. Alles übrige an der Uhr ist eigentlich bestimmet, die Kraft welche das Pendel bei jeder Schwingung durch die beiden angeführten Ursachen verlieret, wieder zu ersetzen; so daß die Schwingungen ununterbrochen fortdauern können.

Das Pendel wird unmittelbar berühret und in Bewegung erhalten durch das Stück HIKL. Es bestehet aus der Gabel IKL und der Spindel HI. Die Gabel ist unten in KL gespalten, und die Pendelstange CB gehet frei durch diese Spalte, so daß die Schwingungen der Gabel das Pendel ebenfalls schwingend machen. Die Spindel HI ist mittelst zweier Spitzen bei H und I eingehänget; sie gehet durch ein viereckiges Loch, welches sich im Haken O befindet, der in MON besonders und aus einem bequemeren Gesichtspunkte abgebildet ist. Der Haken endiget sich in M und N mit zwei Schnäbeln. Von diesen wird wechselsweise der eine und der andere durch die Zähne des Steigerades P gehoben, woraus denn die schwingende Bewegung des Hakens, der Spindel, der Gabel und des Pendels herrühret.

Das

Das Steigerad P hat 30 Zähne, die ohngefähr wie die Zähne einer Säge gestaltet sind. Die Welle desselben trägt zugleich einen Trieb Q von 10 Stäben. In diesen greift das Rad R von 75 Zähnen, welches sich mit dem Triebe S von 10 Zähnen herumdrehet. In diesen Trieb greift das Rad T ein, welches 80 Zähne hat. Dessen Axe trägt zugleich den Trieb U von 10 Triebstöcken. In diesen Trieb greift das Rad V von 80 Zähnen ein. Es drehet sich mit einem Triebe W, welches 12 Stöcke hat.

In dieses Getriebe greift das Walzen- oder Bodenrad X von 84 Zähnen. Auf derselbigen Axe ist die Walze YZ befindlich. Sie ist aber nicht an der Axe befestiget, sondern kann ohne diese herumgedrehet werden. Der Theil Z hat Zähne wie Sägenzähne, in welche ein Sperrkeil eingreift, so daß die Walze in einer Richtung gedrehet werden, aber nicht zurückgehen kann. Dieser Keil wird am Rade X angebracht, und mittelst einer Stahlfeder gegen das Stück Z angedrücket. Der andere Theil Y der Walze hat eine Aushöhlung, ohngefähr wie die Rollen in den Flaschenzügen. Diese Aushöhlung ist mit Vorsatz sehr uneben gemacht, oder gar mit kleinen Spitzen versehen, so daß die Schnur, welche darein geleget wird, nicht gezogen werden könne, ohne die Walze und durch dieselbe das ganze Uhrwerk zu bewegen.

Diese Schnur, welche über die Walze geleget ist, gehet von dort beiderseits niederwärts, und dann wieder aufwärts. Der Theil $Y\alpha\beta$ trägt die Rolle α mit dem Gewichte γ, und ist in β befestiget. Der andere Theil $Y\delta\varepsilon$ trägt die Rolle δ mit dem Gegengewichte ζ, und ist in ε befestiget. Die Schnur hat hier, wegen Mangels an Raum, sehr kurz vorgestellet werden müssen; sonst wenn das Gewicht γ oben

nahe

nahe an der Uhr ist, hängt das Gegengewicht ζ einige Fuß herunter.

Das Gegengewicht ζ dienet nur, um die Schnur etwas straff anzuziehen, so daß sie nicht bei Y über die Walze gleite. Das Gewicht γ aber ziehet die Schnur so, daß die Walze, das ganze Räderwerk, der Haken, die Spindel sammt der Gabel und das Pendel in Bewegung bleiben, wenn nur dieses leztere einmal angestoßen worden, um es in Schwingung zu bringen.

Der Sperrkeil am Stücke Z hält die Walze, die Schnur und das Gewicht γ zurück, so daß dieses nicht fallen kann. Wenn das Gewicht γ bei wenigem herunter gekommen ist, so ziehet man am Theile Yδ der Schnur, um es wieder in die Höhe zu bringen. Dann drehet sich die Walze Y ohne das Rad X; sobald man aber aufhöret aufzuziehen, stemmet sich der Sperrkeil gegen die Zähne des Theils Z der Walze, und das Gewicht γ ziehet wie vorher. Die Größe des Gewichts γ muß durch Versuche so bestimmet werden, daß es hinlänglich sey das Ruhen des Pendels zu verhindern; dessen Größe hänget auch zum Theil vom Durchmesser der Walze ab.

Gesezt nun das Pendel AB schlage richtige Sekunden; so gehet das Steigerad P in 60 Sekunden oder einer Minute einmal herum; denn von der Zeit an da der Schnabel N von einem Zahne des Steigerades abgleitet, bis zur Zeit wo er vom folgenden abgleitet, verfließen zwei Sekunden, weil das Pendel indessen hin und her schwinget; das Zurückschwingen wird in der Zwischenzeit durch den anderen Schnabel bei M befördert. Also giebt der Zahn bei N zwei Schwingungen, folglich das ganze Steigerad 60 Schwingungen oder Sekunden, indem es 30 Zähne hat.

Das

Das Rad R hat $7\frac{1}{2}$ mal so viel Zähne als der Trieb Q; also gehet das Rad R einmal herum, während daß das Rad P $7\frac{1}{2}$ mal herum gehet, das heißt in $7\frac{1}{2}$ Minuten.

Das Rad T hat 8 mal so viel Zähne als der Trieb S, also gehet das Rad T einmal herum während daß das Rad R 8 mal herum gehet; welches in 8 mal $7\frac{1}{2}$ Minuten, das heißt in 60 Minuten oder einer Stunde geschiehet.

Das Rad V drehet sich in 8 Stunden einmal herum, weil es 8 mal mehr Zähne hat als das Getriebe U.

Das Rad X sammt der Walze YZ, drehet sich einmal herum, während daß sich das Rad V siebenmal herum drehet; also in 7 mal 8 Stunden oder 56 Stunden, oder in 2 Tagnächten und 8 Stunden.

Während daß die Walze einmal herum gehet, sinkt das Gewicht γ um so viel als der halbe Umfang der Walze beträgt; wäre nicht die Rolle α vorhanden, und hinge das Gewicht unmittelbar am Seile, so würde es bei jedem Umgange der Walze den Werth des ganzen Umfanges der Walze durchlaufen; dagegen aber wäre auch die Hälfte des Gewichts hinlänglich. Laßt uns annehmen die Walze habe $1\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser, so beträgt der Umfang ohngefähr $4\frac{7}{10}$ Zoll. Nun sage man, in der Voraussetzung daß das Gewicht γ ohne Rolle angehängt ist, und daß es 5 Fuß von der Uhr bis an den Boden des Uhrspindes zu durchlaufen hat: $4\frac{7}{10}$ Zoll erfordern $2\frac{1}{3}$ Nachttage, was 5 Fuß oder 60 Zoll? Es kommen beinahe 30 Tage. Wenn also die Uhr etwas höher aufgehänget wird, oder wenn die Walze ein wenig kleiner gemacht wird, so gehet die Uhr über einen Monat. Kommen noch die Rollen α und δ dazu, so gehet sie länger als 2 Monat ohne aufgezogen zu werden.

Nun fehlen noch die Anstalten wodurch die Anzahl der verflossenen Sekunden, Minuten und Stunden dem Auge dargestellet wird. Zu diesem Ende wird vor dem ganzen Werke eine Platte $\eta\theta$ befesti et, deren Durchschnitt hier vorgestellet ist, und die man das Zifferblatt nennet.

Wenn man den Wellbaum QP, des Steigerades durch die Wand der Uhr und durch das Zifferblatt gehen läßt; und wenn man am Ende desselben einen Zeiger aufstecket, so gehet dieser in einer Minute oder 60 Sekunden herum. Man beschreibe demnach auf dem Zifferblatte um , herum einen Kreis und theile ihn in 60 gleiche Theile. Man numerire diese Theile von 1 bis 60, so zeiget die Uhr die Sekunden. Diesen Sekundenkreis pfleget man etwas kleiner zu machen, und ihn in eine Vertiefung des Zifferblatts einzusenken, damit der Sekundenzeiger die andern Zeiger nicht hindere.

Man verlängere ebenfalls den Wellbaum TU durch die Wand der Uhr und durch das Zifferblatt bis λ. Man stecke eine Röhre oder Scheide $\varkappa\lambda$ ziemlich gedrange darauf, und am Ende dieser den Zeiger $\lambda\mu$. Mit dem Halbmesser $\lambda\mu$ beschreibe man auf dem Zifferblatt einen Kreis und theile ihn in 60 Theile, welche man von 1 bis 60 numeriren muß; so zeiget die Uhr Minuten; denn der Zeiger $\lambda\mu$ gehet mit dem Rade T in einer Stunde oder 60 Minuten einmal herum.

Die Stunden erfordern eine etwas künstlichere Vorrichtung.

An der Scheide $\varkappa\lambda$ befestige man zwischen dem Zifferblatt und der Uhrwand, dieser ganz nahe, ein Rad $\nu\varphi$, etwa von 30 Zähnen. Man lasse dieses Rad in ein anderes $\varphi\xi$ von eben so viel Zähnen eingreifen. Dieses sei mit einem Getriebe $o\pi$ von 6 Zähnen oder Stäben verbunden. Das Getriebe muß in ein Rad $\pi\varrho$

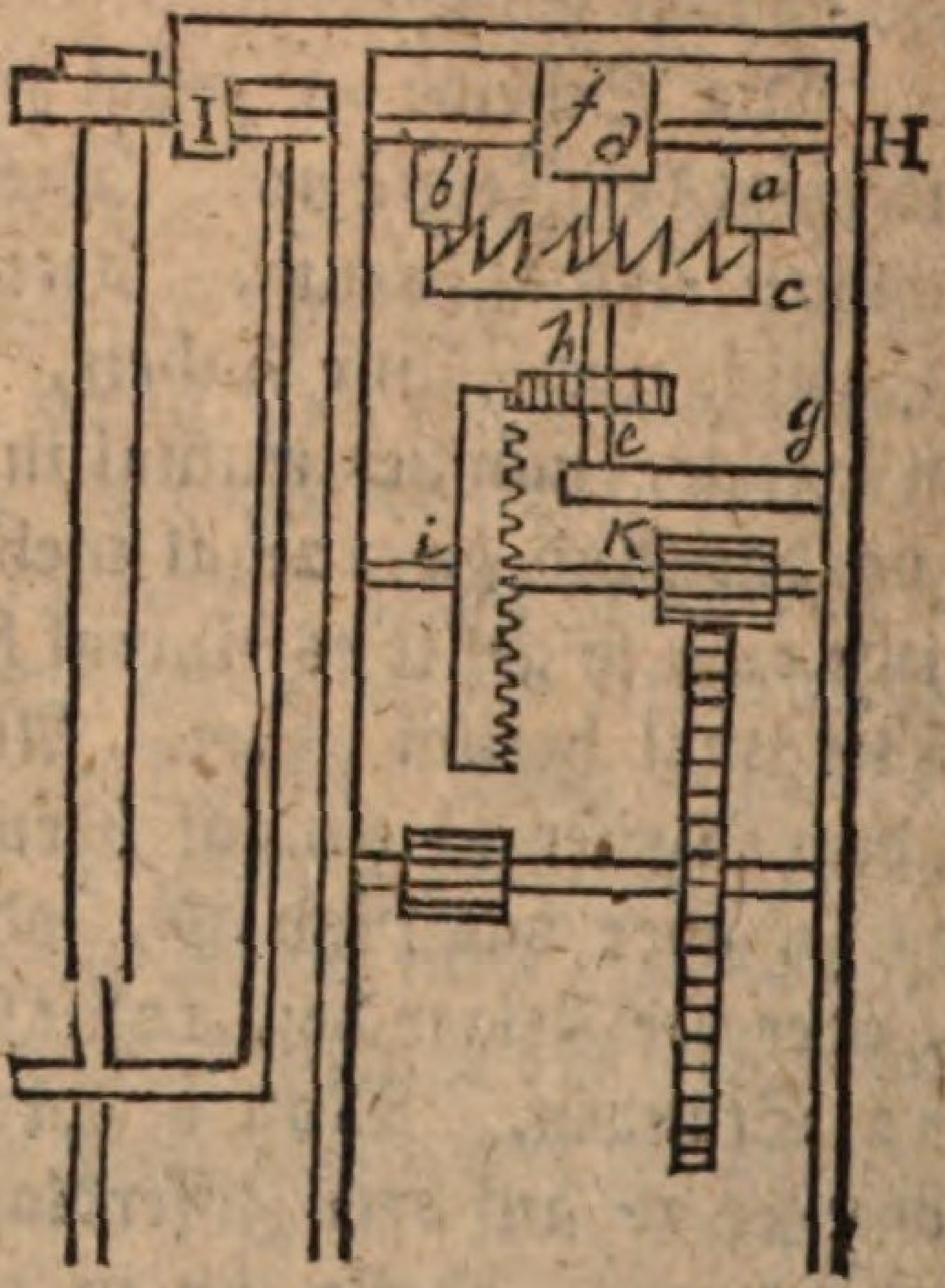
von

von 72 Zähnen eingreifen. Dieses ist wiederum auf den Wellbaum des Rades T aufgesteckt, aber frei, mittelst einer Hülse oder Scheide $\sigma\tau$, welche über die vorige Scheide $\varkappa\lambda$, jedoch ohne merkliche Reibung gestecket wird, so daß die Scheide $\varkappa\lambda$ in der Scheide $\sigma\tau$ beweglich sei. Die Scheide $\sigma\tau$ gehet frei durch das Zifferblatt und trägt den Zeiger $\tau\upsilon$. Dieser Zeiger gehet in 12 Stunden einmal herum. Denn da die Räder $\nu\varphi$ und $\varphi\xi$ gleich viel Zähne haben, so gehen sie gleich viel mal herum, nämlich einmal in einer Stunde. Ferner da das Rad $\varrho\pi$ 12mal mehr Zähne hat, als das Getriebe $o\pi$, so gehet es einmal herum, während daß dieses 12mal herum gehet. Also gehet das Rad $\varrho\pi$ samt dem Weiser $\tau\upsilon$ einmal herum, während daß das Rad $\varphi\xi$, oder das Rad $\nu\varphi$, oder die Welle des Rades T, oder der Zeiger $\lambda\mu$, 12mal herumgehet, das heißt in 12 Stunden. Man beschreibe demnach mit dem Halbmesser $\tau\upsilon$ auf dem Zifferblatte im Minutenkreise einen anderen, theile ihn in 12 Theile und numerire die Theile, so zeiget die Uhr Stunden. Daß der Minutenzeiger $\lambda\mu$ nicht unmittelbar am Wellbaum Uλ, sondern an der Scheide $\varkappa\lambda$ befestiget ist, geschiehet in der Absicht, daß man durch Drehung des Minutenzeigers die Uhr stellen könne, so daß sich die Räder hinter dem Zifferblatte samt dem Stundenzeiger zugleich mit drehen.

Wenn man merket, daß die Uhr nicht richtig gehet, so muß man die Linse aufwärts schrauben, falls die Uhr geschwinder gehen soll, oder niederwärts, falls sie langsamer gehen soll.

Anmerkung I. Die Art, wie das Steigerad auf die Spindel und dadurch auf die Gabel und das Pendel wirket, heißt die Hemmung der Uhr (échappement). Heut zu Tage wird bei Pendeluhren der

Haken, wie im vorigen Beispiele, gewöhnlich zur Hemmung gebrauchet. Bei älteren Uhren geschahe die Hemmung mittelst zweier Spindellappen folgender Weise.



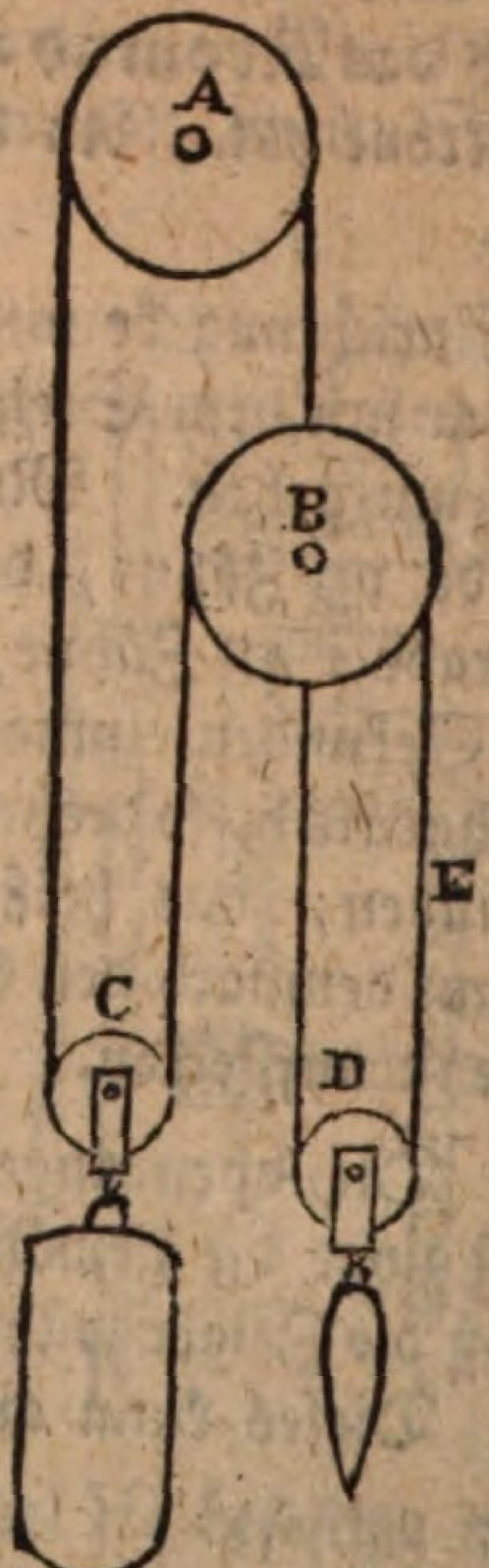
An der Spindel HI befestige man zwei Plättchen a und b, welche beide niederwärts gehen. Man kann sie schief gegen einander stellen, so daß ihre Verlängerungen einen beträchtlichen Winkel mit einander machen; dieses kann aber auch unterlassen werden. Wenn man nun dem Steigerade c eine unparige Anzahl von Zähnen giebt, so werden die Spindellappen a und b wechselsweise gehoben, und verursachen die nämliche schwingende Bewegung wie der Haken. Dieses Steigerad c ist hier horizontal, und hat die Gestalt einer Krone, weil die Zähne gegen die Ebene des Rades senkrecht stehen, Der lothrechte Wellbaum de des Steigerades drehet sich unten in einer Vertiefung des Armes ge, und oben in einem Loche des Stückes fd, welches außerdem eine größere Oefnung haben muß, um die Spindel durchzulassen. Am Wellbaum de ist

das kleinere Rad oder der Trieb h befestiget; dieser wird beweget durch das Kronrad i, welches ebenfalls die Gestalt einer Krone hat. An dessen Welle ist das Getriebe k u. s. w.

Bei dieser Einrichtung konnte der Sekundenzeiger nicht unmittelbar mit dem Steigerade, sondern mit dem Kronrade herum gehen. Man gebe zum Exempel dem Steigerade 15 Zähne, dem kleinen Rade h 24 und dem Kronrade i 48 Zähne, so drehet sich das Steigerad alle 30 Sekunden einmal herum, und da i 2mal so viel Zähne hat als h, so drehet sich das Kronrad i in 2mal 30 Sekunden, das heißt in einer Minute, herum. Man kann demnach den Sekundenzeiger auf die verlängerte Axe ik aufstecken.

Anmerkung II. Die oben angeführte Anbringung des Gewichts ist zwar die gewöhnlichste, hat aber den Fehler, daß die Zeiger während dem Aufziehen stehen bleiben. Dieses kann auf folgende Art vermieden werden.

Es sei A (folg. Fig.) die Walze der Uhr, welche hier an der Welle des Bodenrades befestiget ist. Es sei B eine unterhalb der Uhr angebrachte Rolle, deren Axe nicht weichen kann, und die einen Sperrkeil hat. Es seien C und D zwei kleinere Rollen, woran Gewicht und Gegengewicht hängen. Es werde eine in sich selbst zurückgehende Schnur um diese vier Rollen geschlungen, wie es die Figur zeiget. Ist nun die Uhr abgelaufen, so ziehet man den Theil E der Schnur herunter, dann steigt die Rolle C und sinket die Rolle D, ohne daß die Wirkung auf die Walze A unterbrochen werde. Man hat noch andere Mittel um denselbigen Zweck zu erreichen. Zum Beispiel man kann, während dem Aufziehen, das Ende einer geraden und etwas starken Stahlfeder gegen einen Zahn eines der



mittleren Räder wirken lassen, so daß die Feder diesen Zahn, und folglich die ganze Uhr während einer kurzen Zeit in Bewegung erhalte.

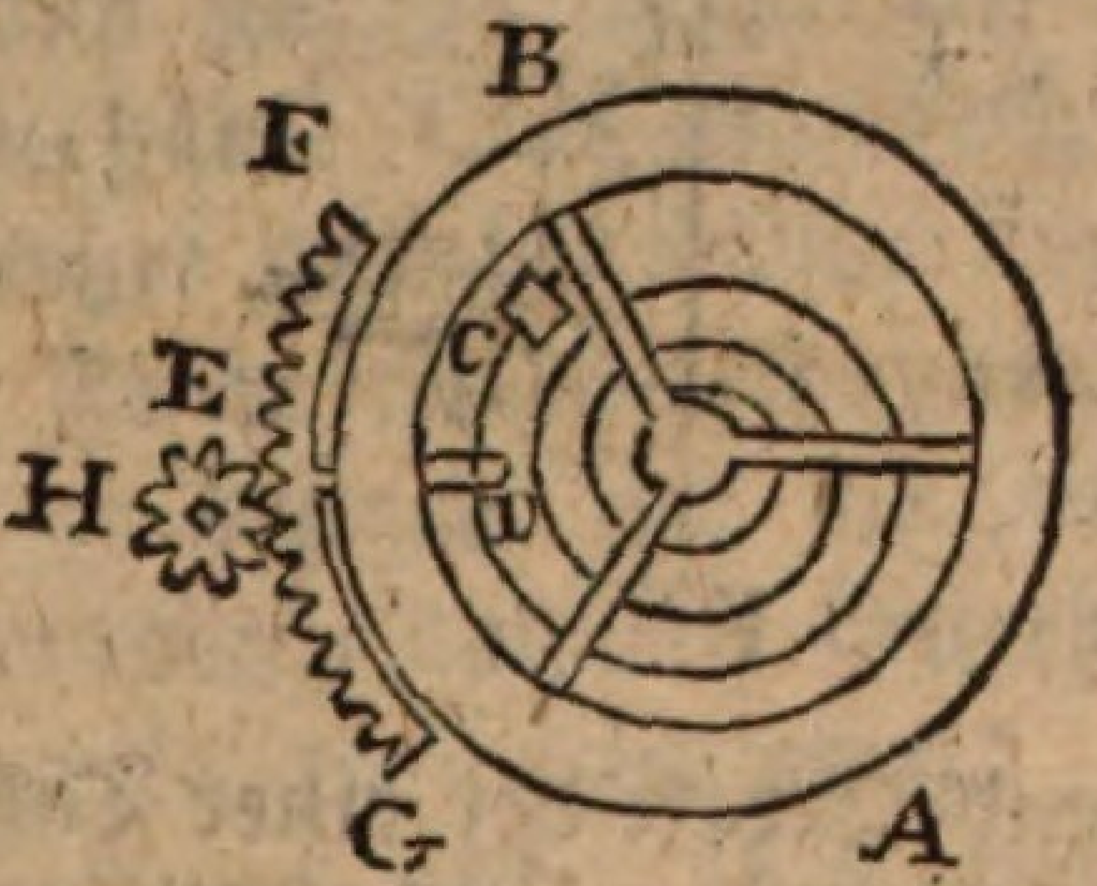
§. 2.

Taschen-Uhren sind, was das Räderwerk betrifft, ohngefähr eben so eingerichtet, wie die Pendel-Uhren. Der Unterschied befindet sich aber im schwingenden Körper und in der bewegenden Kraft. Denn es ist klar, daß bei einer tragbaren Uhr an kein Pendel und an kein Gewicht gedacht werden kann.

Anstatt des Pendels wird hier eine Unruhe gebraucht. Diese ist nichts anders als ein Ring AB, welcher an einer Welle befestiget ist, die durch den

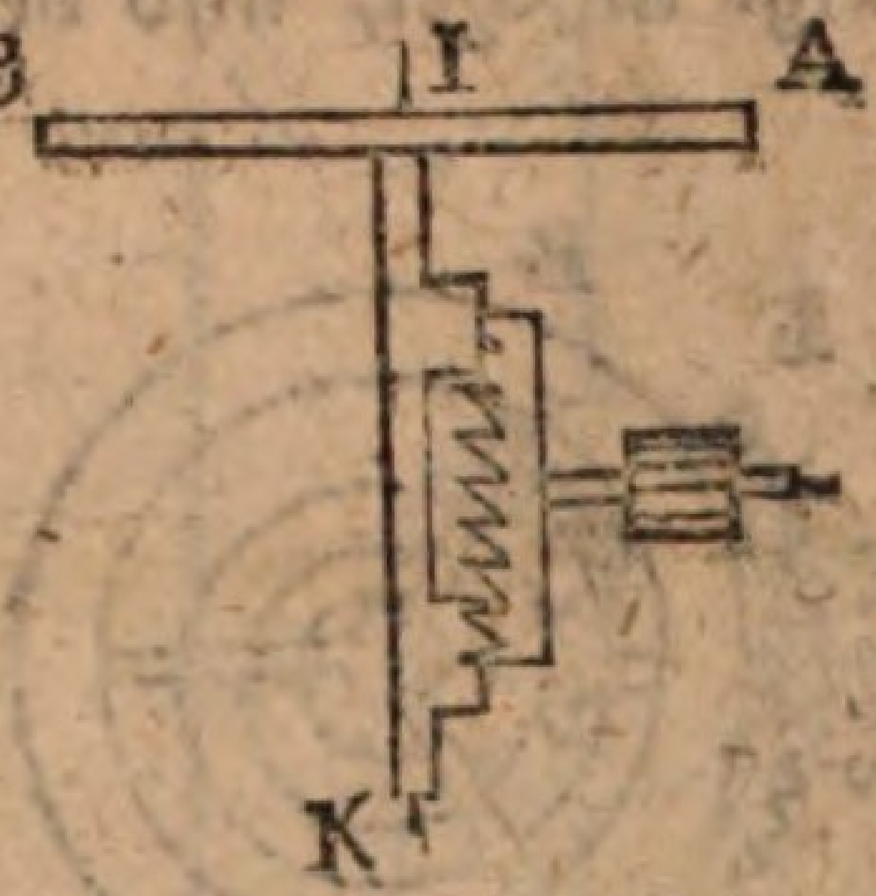
Mit-

Mittelpunkt gehet. An eben dieser Welle ist die Spiralfeder befestiget, das ist eine feine Stahlfeder, die einige Schneckengänge machet, und deren anderes En-

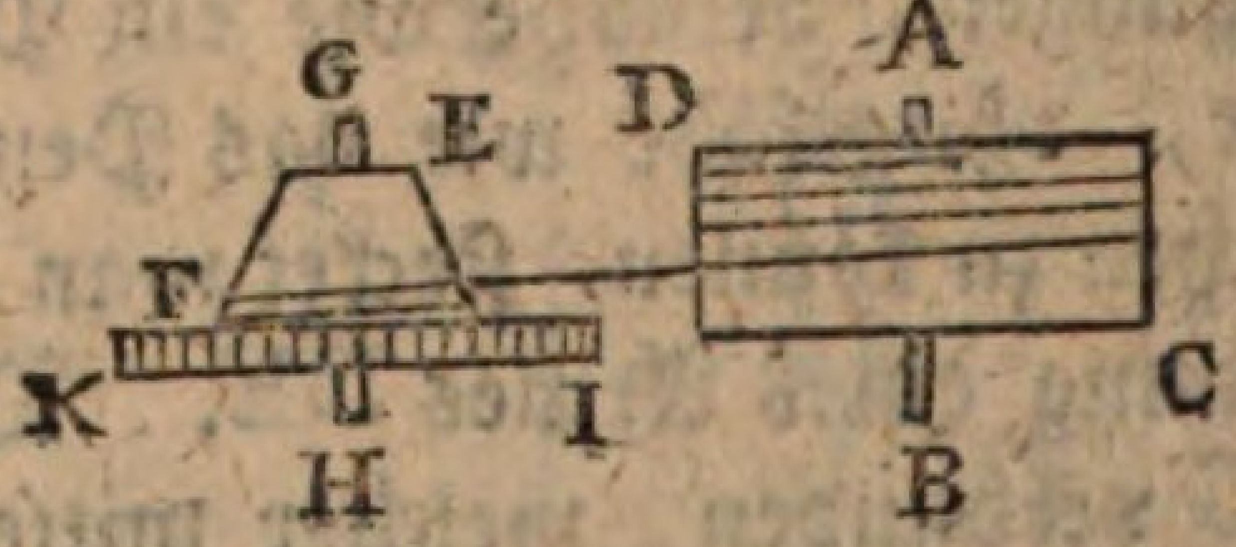


de C an der Wand des Uhrwerks befestiget ist. Wenn man die Unruhe AB drehet und sie dann losläßt, so wird sie durch die Spiralfeder zurückgebracht, und sie macht Schwingungen, beinahe wie ein Pendel. Um die Spiralfeder, ohngefähr wie das Pendel, länger und kürzer machen zu können, stecket man sie frei durch eine kleine Oefnung eines Armes DE. Dieser ist mit dem Bogen FG verbunden, welcher mittelst des Rädchens H hin und hergeschoben werden kann. Die Länge der Spiralfeder muß nur eigentlich von der Welle der Unruhe oder der Spindel bis zum Punkte D gerechnet werden; so wie sich nun dieser Punkt mittelst der Bewegung des Armes DE verschiebt, so wird die Spiralfeder länger oder kürzer, und die Schwingungen werden langsamer oder geschwinder. Die Welle des Rädchens H fällt in die Augen, sobald man eine Taschenuhr öffnet, und jeder kann sie mit dem Uhrschlüssel drehen, um den Gang der Uhr zu verbessern. Drehet man rechts, so wird die Uhr geschwinder gehen; jedoch giebt es Uhren, wo die Lage umgekehrt ist, und wo man links drehen muß, wenn die Uhr geschwinder gehen soll. Uebrigens hat die Welle IK (folg. Fig.) der Unruhe AB zwei Lappen, welche durch ein Steigerad beweget werden,

so wie oben (Seite 66.) bei der alten Pendel-Uhr.



Die bewegende Kraft bei einer Taschenuhr bestehet in einer Stahlfeder, welche ungemein stärker ist als die Spiralfeder. Die Welle AB ist unbeweglich an den Wänden der Uhr befestiget. An ihr ist das ei-



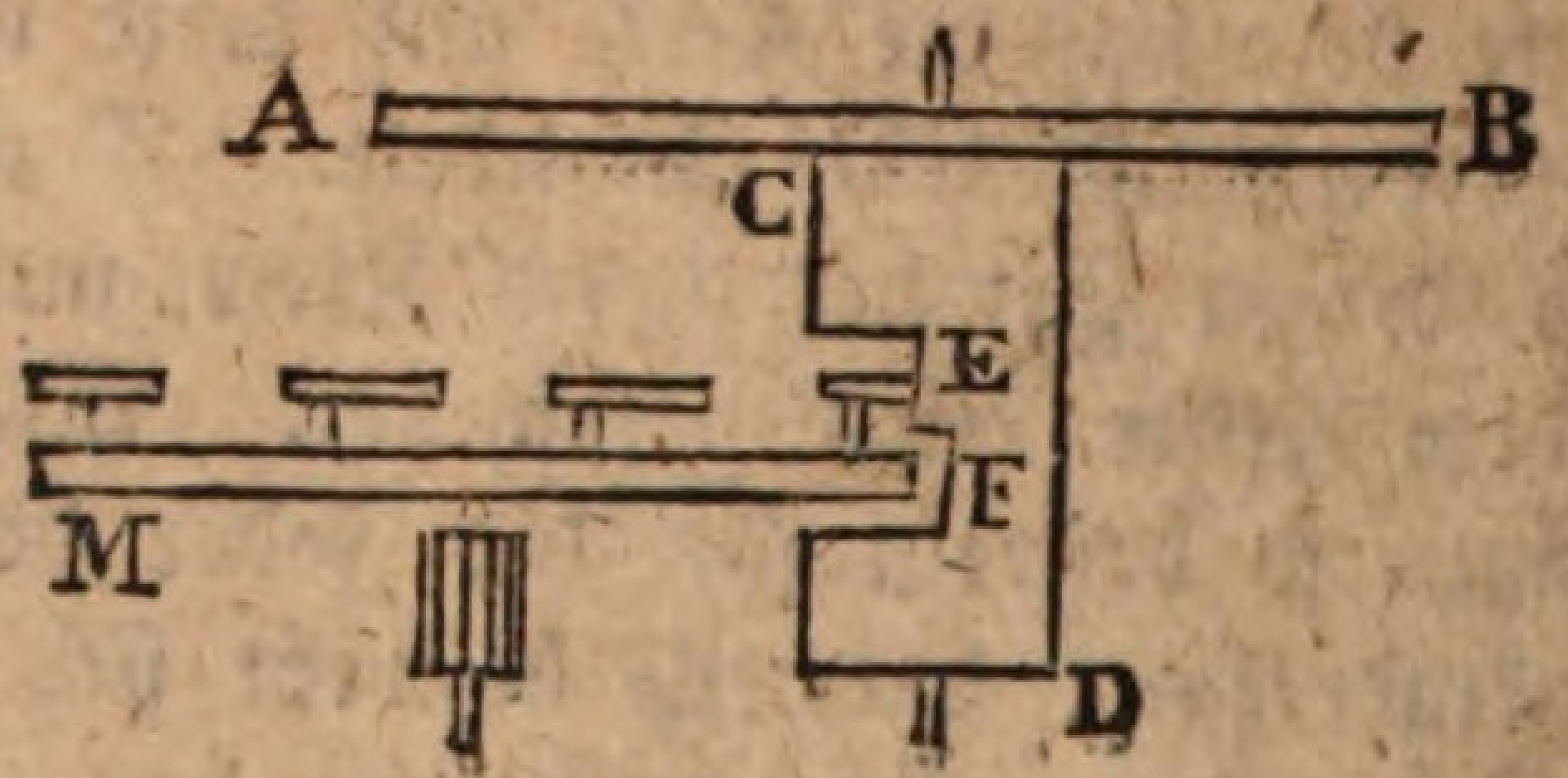
ne Ende einer Stahlfeder befestiget. Diese ist schneckenförmig gewunden, und das andere Ende ist inwendig an dem Federhause oder der Trommel CD befestiget, welche sich frei auf der unbeweglichen Axe AB drehen kann. Auswendig ist am Federhause eine Kette befestiget, die um dasselbe herumgewunden ist. Diese Kette ist mit ihrem anderen Ende um den abgekürzten Kegel EF gewunden, welcher schraubenförmige Stufen hat, auf welchen die Kette sich leget. Dieses Stück EF heißt die Schnecke. Sie ist an ihrer Welle GH unbeweglich befestiget. Auf diese Welle ist das erste Rad IK der Uhr frei aufgestecket. Es ist eine Sperrung angebracht, mittelst welcher die Schnecke samt der Welle sich ohne das Rad drehen läßt; in entgegen-

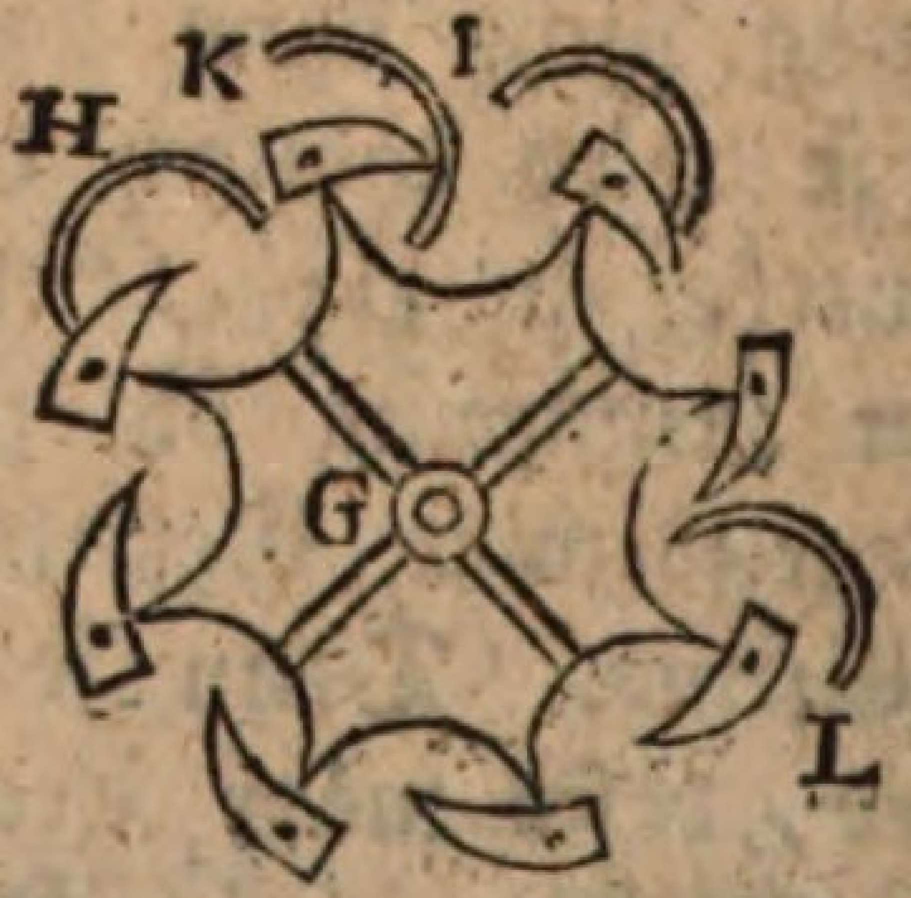
gesetz-

gesetzter Richtung aber kann sich die Schnecke nicht drehen, ohne das Rad mit sich umzudrehen. Wenn die Uhr aufgezogen werden soll, so drehet man, mittelst des Uhrschlüssels, die Welle GH samt der Schnecke, so daß sich die Kette auf diese aufwickelt und vom Federhause CD abwickelt. Das Federhaus selbst drehet sich bei dieser Bewegung, und die inwendige Feder wird gespannet. Wenn man nun los läßt, so bestrebt sich die Feder das Federhaus zurückzudrehen; dadurch bestrebt sich auch die Kette die Schnecke zurückzudrehen; da aber diese wegen der Sperrung nicht ohne das Rad IK zurückgehen kann, so wird dadurch dieses Rad samt dem ganzen Uhrwerke in eine Bewegung gesetzet, die sich mittelst der Hemmung bis zur Unruhe fortpflanzet. Die kegelförmige Gestalt der Schnecke hat ihren guten Grund. Denn je straffer die Feder angezogen wird, desto mehr Kraft hat sie; deswegen wickelt sich die Kette beim Aufziehen auf einen immer kleineren Schraubengang, wodurch die Wirkung zur Umdrehung des Rades KI ohngefähr um so viel kleiner wird, als die Kraft der Feder zunimmt; so daß der Erfolg dieser Wirkung hierdurch ohngefähr immer gleich bleibet. Die Schnecke ist hier als eine Winde zu betrachten, deren Wirkung bei gleichen Kräften um desto kleiner wird, je kleiner der Durchmesser ist.

Anmerkung. Statt der Hemmung mit Lappen kann man auch die sogenannte zylindrische Hemmung gebrauchen. Die Unruhe AB (folg. Fig.) wird an einem hohlen Zilinder CD befestiget, welcher bei E halb, bei F noch mehr ausgeschnitten ist. Das Steigerad M hat Zähne, die mit Kurben versehen sind, deren Gestalt bei G sichtbar ist. Diese

Kurben oder Haken sind zwar mit dem Rade parallel, aber nicht unmittelbar mit demselben zusammenhängend, sondern mit demselben durch





Stiftchen verbunden, wie bei M zu sehen ist. Diese Kurben stoßen bei E an die Ränder des halben ausgehöhlten Zylinders und treiben ihn mit Hülfe der Spiralfeder hin und her. Der tiefere Einschnitt F dienet dazu, daß der hohle Zylinder beim hin und herschwingen mehr Raum habe, und nicht gegen die Zähne des Steigerades stoße. In der Figur G ist der eigentliche Mechanismus dieser Hemmung deutlich vorgestellet. Bei H fängt eine Kurbe an in den halben Zylinder einzudringen, und ihn um seine Axe zu drehen, worauf er sich mittelst der der Unruhe mitgetheilten Bewegung sich noch weiter drehet. Bei K ist die Kurbe schon in der Höhlung und stößt gegen die innere Wand derselben. Nun thut die Spiralfeder ihre Wirkung und drehet die

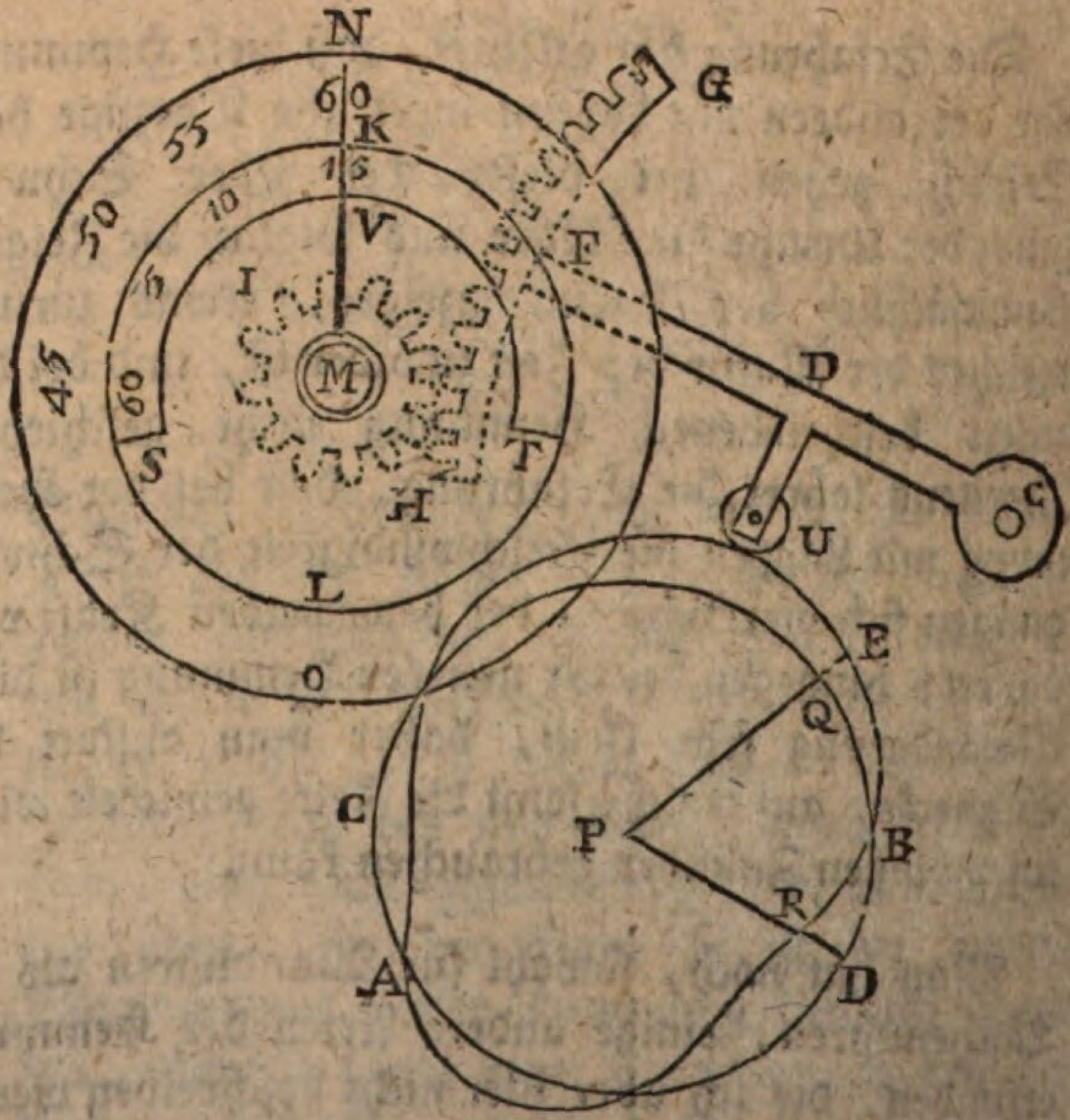
die Unruhe sammt dem Zylinder zurück. Bei I befreiet sich die Kurbe schon wieder, drehet den Zilinder zurück und verursachet, mittelst der Schwungkraft der Unruhe, daß der Zilinder sich noch mehr zurück drehet. Nun kömmt die folgende Kurbe und stößt, wie bei L angezeiget ist, gegen die auswendige Wand des Zylinders. Die Spiralfeder aber läßt den Zylinder nicht in dieser Lage, sondern drehet ihn in entgegengesetzte Richtung. Dann dringet die nämliche Kurbe in den Zylinder hinein wie bei H, und so dauret die Bewegung in eins fort.

Die Erfahrung hat gelehret, daß diese Hemmung vor der andern mit Lappen merkliche Vorzüge hat. Erstlich gehen bei dieser bei jeder Schwingung der Unruhe die Räder und folglich die Zeiger, hauptsächlich der Sekundenzeiger, etwas zurück, welches der Natur der Zeit zuwider ist, und bei der zulezt beschriebenen Hemmung nicht geschiehet. Zweitens lehret die Erfahrung, daß bei der Hemmung mit Lappen die Geschwindigkeit der Schwingungen sich merklich mit der bewegenden Kraft verändert; hingegen bei der neueren Hemmung ist diese Veränderung sehr klein, daher man anstatt der Schnecke, auf welche sonst die Kette gewickelt wird, einen bloßen Zylinder gebrauchen kann.

Man hat noch, sowohl für Wanduhren als für Taschenuhren, einige andere Arten der Hemmung erfunden, die ich aber hier nicht beschreiben werde. Ich begnüge mich überhaupt zu bemerken daß alle Hemmungen, bei welchen die Räder und Zeiger zurückgehen, deswegen **rückläufige Hemmungen**; diejenigen aber wobei dieses nicht geschiehet, **ruhende Hemmungen** genannt werden.

§. 3.

Aequazions-Uhren oder **Vergleichungs-Uhren**, welche zugleich die mittlere und die wahre Zeit zeigen, werden auf sehr verschiedene Weise verfertiget. Da meine Absicht hier nicht ist, eine Abhandlung von der Uhrmacherkunst zu schreiben, sondern nur allgemeine Begriffe von der Einrichtung der Uhren zu geben; so will ich mich begnügen, eine der einfachsten Einrichtungen einer Vergleichungs-Uhr anzuführen.



Man bringe an der Uhr ein Rad an, welches in einem Jahre herumgehe. Zu diesem Ende mache man ein Getriebe von einigen Zähnen oder Stöcken an der Röhre, welches den Stundenzeiger führet und alle 12 Stunden herum gehet; so wird es nicht schwer sein,

zwei

zwei oder drei Räder so einzurichten, daß das lezte in einem Jahre herum gehe. Mit diesem Rade befestige man an derselbigen Welle die Vergleichungsscheibe AB, welche eine fast eiförmige Gestalt hat. Dieses Stück AB gehet also auch in einem Jahre herum. Der Arm UD und der Hebel CF sammt dem Rechen GH, stehen folglich bald höher bald niedriger. Der Rechen drehet ein gezahntes Rad HI, welches eine Röhre oder Scheibe zur Welle hat, die sich um die Röhre der Zeiger frei herum drehet. Mit dem Rade IH ist eine Scheibe KL in Verbindung, welche sich also bald vorwärts bald rückwärts drehet, je nachdem der Rechen fällt oder steiget. Von dieser Scheibe KL ist von aussen ohngefähr die Hälfte des Randes durch eine Oefnung SVT im unbeweglichen Zifferblatte NO sichtbar. Auf diesem Zifferblatte weiset der Zeiger MN die Minuten mittlerer Zeit. Der Rand der Scheibe KL ist auch in 60 Zeitminuten getheilet. Mittelst des beschriebenen Mechanismus wird aber diese Scheibe so viel vorwärts oder rückwärts geschoben als es der Unterschied der wahren und mittleren Zeit erfordert; zum Exempel in der Figur weiset der Zeiger auf 60; die Scheibe aber stehet so, daß zugleich 15 unter dem nämlichen Zeiger zu sehen ist, welches zu erkennen giebt daß es jezt an der Sonne 15 Minuten ist, oder daß die mittlere Zeit in Vergleich mit der Sonne 15 Minuten zurück bleibet.

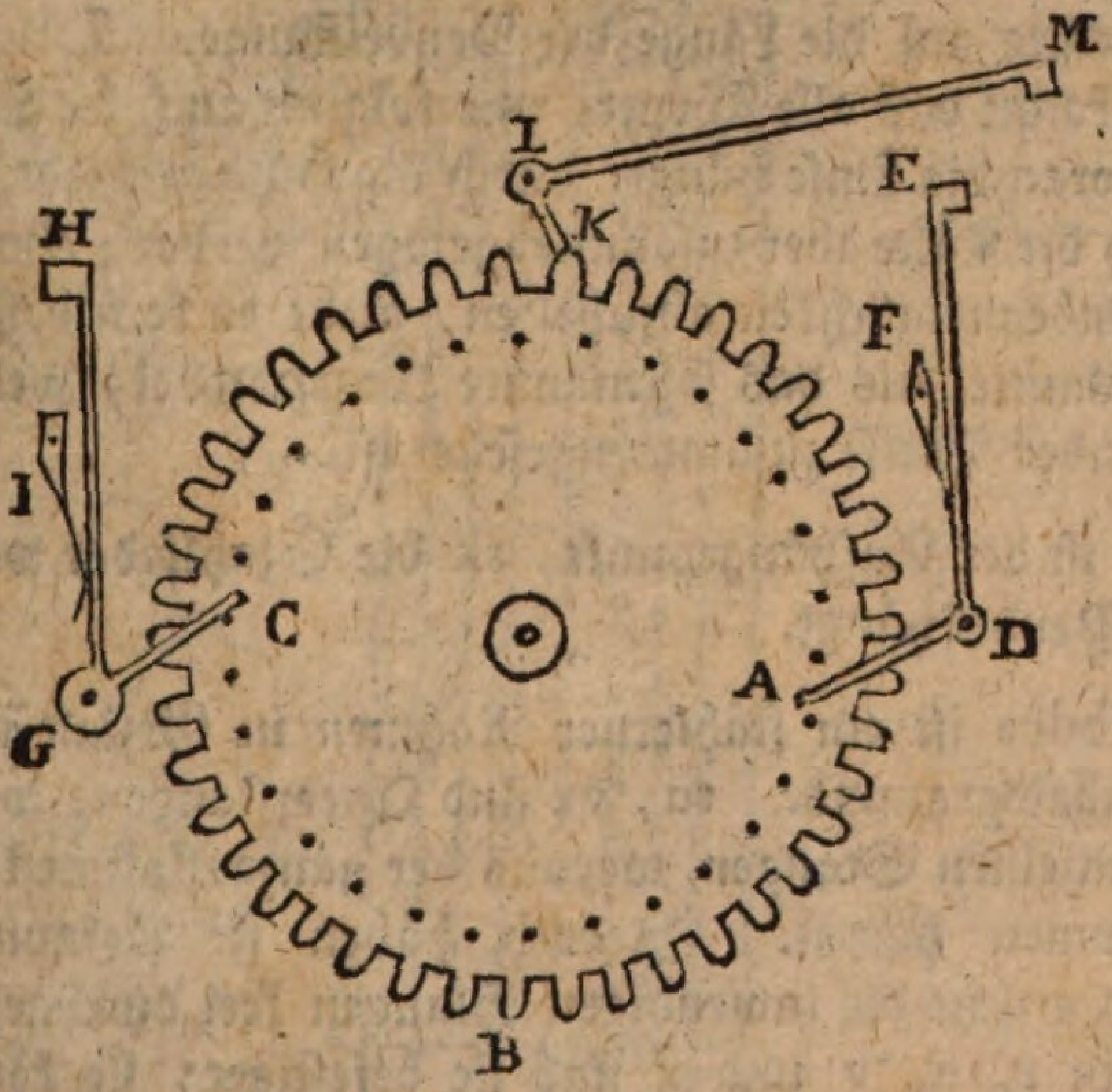
Die Hauptsache bestehet hier in der Zeichnung der Gestalt der Vergleichungs-Scheibe AB. Um diese zu erhalten beschreibet man eine Kreislinie CD und theilet sie in 365¼ Theile. Aus dem Mittelpunkt P ziehe man durch die Theilungspunkte gerade Linien wie PD, PE. Die Linie die durch den Anfang der Eintheilung gehet ist für den 1sten Januar, die folgende für den 2ten, u. s. f.

u. s. f. das ganze Jahr durch. Nun suche man in den Vergleichungstabellen, um wie viel Minuten an jedem Tage die wahre Zeit in Vergleich mit der mittleren entweder voreilet oder zurück bleibet. Man nehme für jede Minute ein gewisses kleines Längenmaß an, und trage die dem Tage zugehörige Verspätung oder Voreilung entweder ausserhalb des Zirkels in QE, oder innerhalb in DR. Durch alle auf diese Art bestimmte Punkte ziehe eine krumme Linie, so giebt sie den Umfang der Scheibe AB. Die Größe des Rades IH muß gegen den Halbmesser CF des Rechens GH so proportioniret werden, daß, während daß der Rechen sich von seinem höchsten bis zum tiefsten Stande beweget, die Bewegung der Scheibe LK $30\frac{3}{4}$ Zeitminuten betrage, weil das größte Zurückbleiben und das größte Voreilen zusammen genommen so viel betragen.

§. 4.

Uhren, welche die Stunden schlagen, sind einem Sternkundigen zu seinen Beobachtungen unnütz; und das Schlagewerk verhindert allemal mehr oder weniger die Freiheit und Einförmigkeit der übrigen Bewegungen. Also wollen wir die Vorrichtungen zum Schlagen und Repetiren ganz übergehen. Indessen brauchen doch die Astronomen dann und wann einen Zähler, das ist eine Uhr, welche bei jeder Sekunde einen Schlag an einer Glocke giebt. Von solcher Uhr wird übrigens die größte Genauigkeit nicht verlanget. Es ist genug, daß sie während der Zeit einer Beobachtung die Sekunden ohne merklichen Fehler schlage. Man gebraucht dergleichen Uhren, wenn die eigentliche Uhr nach welcher man sich sonst richtet, nicht nahe genug stehet oder zu leise gehet, so daß man die Pendelschläge nicht gut hören könne. Sie braucht nur aus drei Rädern

dern zu bestehen, wovon das mittlere ins Steigerad eingreift und jede Minute einmal herum gehet.



Man kann die Vorrichtung zum Schlagen der Sekunden etwa folgender Weise anordnen. ABC ist das Rad, welches in jeder Minute einmal herum gehet. Auf der einen Seite, nahe am Rande, hat es 30 Zapfen, die hier durch Punkte vorgestellet sind. Diese Zapfen heben wechselsweise die kürzeren Arme jedes der beiden Hebel ADE, CGH, welche ihren Ruhepunkt in D und G haben, mittelst der Stahlfedern F und I zurück gedrückt werden, und mittelst der Hämmer E und H an Glocken anschlagen. Auf der andern Seite des Rades ist ein einzelner Zapfen, welcher bei jeder Umwendung des Rades den Hammer M mittelst des Hebels KLM in Bewegung bringt und einen doppelten Schlag verursachet, welcher den Anfang einer Minute anzeiget.

§. 5.

§. 5.

Das größte Hinderniß gegen den richtigen Gang der Pendel-Uhren, ist der Einfluß der Wärme und der Kälte auf die Länge der Pendelstange. Denn es ist bekannt daß alle Körper, und folglich auch die Stange woran die Linse hängt, durch die Hitze ausgedehnet, durch die Kälte aber zusammengezogen werden. Um dieser Unbequemlichkeit abzuhelfen, giebt es kein besseres Hülfsmittel als das sogenannte Rostpendel, welches folgender Weise zusammengesetzet ist.

s ist der Aufhängepunkt, sk die Stahlfeder woran das Pendel hängt.

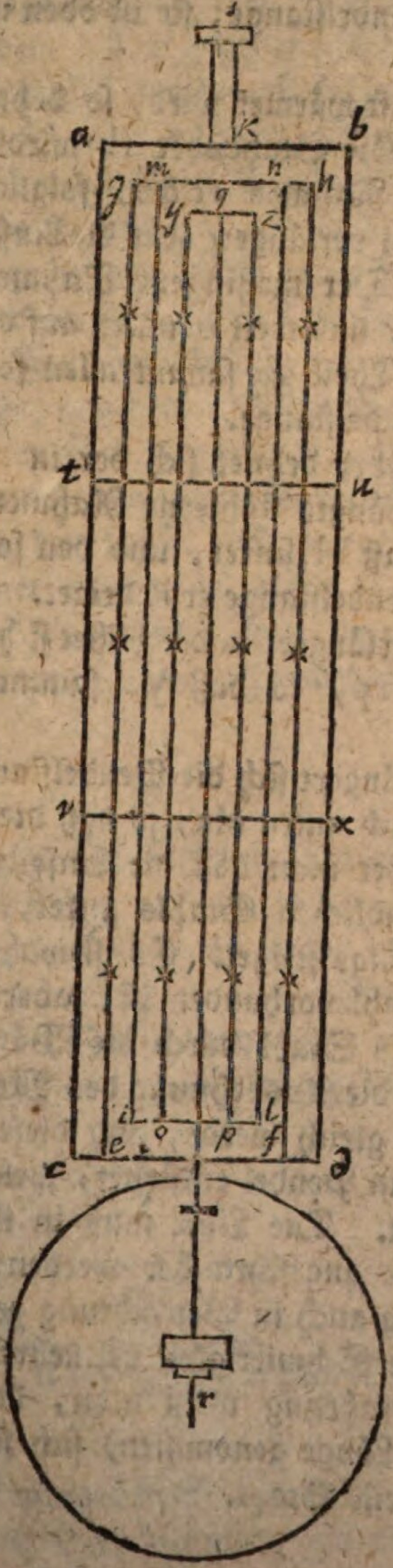
abdca ist ein stählerner Rahmen in Gestalt eines Parallelogramms. tu, vx sind Queerstangen, welche die einzelnen Stangen, woraus der ganze Rost bestehet, zusammen halten. Jedoch haben sie Oefnungen, durch welche die inwendigen Stangen frei durchgehen; nur in t, u, v und x sind sie befestiget; sie können ebenfalls von Stahl gemacht werden.

eghf ist ein messingener Rahmen, welcher auf cd anliegt, oder auch in e und f an cd befestiget ist. Die Stangen eg, fh gehen frei durch vx, tu; der Theil gh muß von ab etwas abstehen. Zu mehrerer Deutlichkeit habe ich die messingenen Stangen in der Figur mit Kreuzen bezeichnet.

miln ist wiederum ein stählerner Rahmen, der an gh befestiget oder angehänget ist, und dessen Theil il von ef etwas abstehet.

oyzp ist ein zweiter messingener Rahmen, der auf il anliegt, und der oben in gz von mn etwas abstehet.

qr ist



s
a
b
k
m
n
g
h
q
y
z
t
u
v
x
i
l
e
o
p
f
c
d
r

qr ist die Pendelstange; sie ist oben in q befestiget oder aufgehängt.

Wenn die Luft wärmer wird, so dehnen sich Eisen und Messing. Die Stahlfeder sk wird länger, eben so der stählerne Rahmen acdb, folglich würde dadurch das Pendel verlängert oder die Linse herunter gesenket werden. Der messingene Rahmen eghf aber dehnet sich auch, und weil er unten auf cd gestützet ist, so hebet sich der Theil gh sammt allen folgenden Rahmen und der Pendelstange.

Unterdessen aber dehnet sich der in m und n befestigte oder angehängte stählerne Rahmen miln nach unten hin, so daß il sinket, und den folgenden Rahmen nebst der Pendelstange erniedriget.

Hingegen verlängert und erhöhet sich der messingene Rahmen oyzp, so daß yz sammt der Pendelstange steiget.

Endlich verlängert sich die Pendelstange qr welche in q fest sitzt, nach unten hin, so daß die Linse sinket.

Hieraus siehet man daß die Linse vermöge alles am Pendel befindlichen Stahls sinket, hingegen vermöge alles Messings steiget. Es ist wahr daß weniger Messing als Stahl vorhanden ist; aber Messing dehnet sich mehr als Stahl durch die Wärme. Also ist es möglich, daß die Ausdehnung des Messings derjenigen des Stahls gleich werde, und diese gänzlich aufhebe, woraus ein Pendel entstehet, welches immer einerlei Länge hat. Die Linse muß in ihrer Mitte an der Pendelstange angeschraubet werden; sonst müßte ihre Ausdehnung auch in Betrachtung genommen werden, welches die Schwierigkeit vermehren würde.

Aus der Erfahrung weiß man, daß 74 Theile Messing (in die Länge genommen) sich so viel ausdehnen als 121 Theile Stahl.

Die-

Dieses angenommen, sei die Länge ac (= x) des Rostes zu finden. Die gegebenen Größen bestehen im obigen Verhältnisse, wozu noch folgende angenommen werden. Es sei sk = $2\frac{1}{2}$ Zoll. Wegen der Dicke des Metalls und des nöthigen Spielraumes seien die Abstände zwischen ab und gh, gh und yz, il und cd jeder zu $\frac{1}{2}$ Zoll gerechnet. Die ganze Länge sr des Pendels müste, wenn das Pendel einfach wäre, ohngefähr 3 Fuß 2 Zoll rheinländisch betragen; da aber der Rost ein Körper von beträchtlicher Schwere ist, so hat er seinen eigenen Schwingepunkt, und der Schwingepunkt des zusammengesetzten Pendels fällt oberhalb des Mittelpunktes der Linse. Deswegen muß man die Länge sr größer annehmen als 3 Fuß 2 Zoll, etwa 3 Fuß $2\frac{1}{2}$ Zoll, oder $38\frac{1}{2}$ Zoll, damit der Schwingepunkt des zusammengesetzten Pendels ohngefähr 38 Zoll unter s stehe.

Da hier aller Stahl sich nach unten ausdehnet, so müssen wir die Länge aller lothrechten stählernen Theile summiren. Es ist sk = $2\frac{1}{2}$ Zoll; es ist angenommen ac oder bd = x; mi ist = x — 1 Zoll wegen des oberen und unteren Zwischenraumes, qr ist gleich sr — sk — kq = $38\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} - 1 = 35$ Zoll. Also:

$$\begin{array}{rl} sk = & 2\frac{1}{2} \\ ac = & x \\ mi = & x - 1 \\ qr = & 35 \\ \hline & 2x + 36\frac{1}{2} \text{ Länge des Stahls.} \end{array}$$

Was das Messing betrifft, so ist eg = x — $\frac{1}{2}$, wegen des oberen Spielraumes, yo = x — $1\frac{1}{2}$ wegen der

der beiden oberen Zwischenräume und des unteren; also haben wir an Messing

$$eg = x - \frac{1}{2}$$
$$yo = x - 1\frac{1}{2}$$
$$\overline{\qquad 2x - 2 \text{ Länge des Messings.}}$$

Da nun bei gleichen Ausdehnungen 74 Theile Messing 121 Theile Stahl erfordern, so sage man mittelst der Regel Detri:

74 Mess. geben 121 Stahl, was $(2x - 2)$ Messing?

Man erhält $\frac{242x - 242}{74}$

Diese Länge des Stahls muß der obigen gleich seyn; also:

$$2x + 36\frac{1}{2} = \frac{242x - 242}{74}$$

Wenn man diese Gleichung auflöset so kommt $x = 31\frac{1}{3}$ ohngefähr für die Länge ac des Rostes, daher mi $(= x - 1) = 30\frac{1}{3}$, eg $(= x - \frac{1}{2}) = 30\frac{5}{6}$, yo $(= x - 1\frac{1}{2}) = 29\frac{5}{6}$ Zoll.

Uebrigens ist diese Rechnung nur ein Ohngefähr, theils weil man den Schwingepunkt des zusammengesetzten Pendels nicht vorher best-mmen konnte, theils weil die Dehnbarkeit beider Metalle einiger Verschiedenheit unterworfen ist, theils auch weil das Gewicht der Linse der Ausdehnung des Messings widerstehet. Man wird also wohl thun, wenn man bei der Rechnung die Dehnbarkeit des Messings lieber zu klein als zu groß annimmt, und wenn man unten zwischen il und cd einen etwas beträchtlichen Zwischenraum annimmt. Dabei müssen die lothrechten Stangen in den horizontalen Queerstücken gh, yz nicht befestiget, sondern nur ein-

eingehänget werden. Nun wird wahrscheinlich die wirkliche Dehnbarkeit des Messings größer sein, als sie angenommen worden. Die Linse wird demnach bei warmem Wetter oder bei zunehmender Stubenhitze ein wenig steigen und die Uhr wird geschwinder gehen. Man verkürze daher bei wenigem die messingenen lothrechten Stangen, bis daß man sehe, daß dem Fehler abgeholfen sei. Eine Stube, die man bald mehr bald weniger heitzet, leistet bei solchen Versuchen gute Dienste; und gewähret den Vortheil, daß man nicht nöthig hat, die natürlichen Veränderungen in der Temperatur der Luft abzuwarten.

Zwölftes Hauptstück.

Von Beobachtung der Oerter und der Lage der Himmelskörper.

§. 1.

Die Oerter und die Lage der Himmelskörper zu beobachten, ist eines der gewöhnlichsten und wichtigsten Geschäfte für den praktischen Sternkundigen. Wir wollen demnach diesem Gegenstande das ganze gegenwärtige Hauptstück widmen. Bevor man es aber lieset, halte man sich in Betrachtung der Höhen für gewarnet, daß wir für jezt die Wirkung der Stralenbrechung aus der Acht lassen, von welcher in einem der folgenden Hauptstücke gehandelt werden soll. Es ist nämlich bekannt, daß das Licht der Himmelskörper, indem es durch den Dunstkreis gehet, etwas von seinem geraden Wege abweichet; und daß daher die Himmelskörper uns etwas höher scheinen als wir sie sehen würden, wenn der Dunstkreis nicht vorhanden wäre. Wie diese Erhöhung in Anschlag gebracht wird, soll am

am gehörigen Orte erkläret werden; hier merke man sich nur ein für allemal, daß die beobachteten Höhen allemal, wegen der Stralenbrechung, einer Verbesserung bedürftig sind.

Ferner, es beziehen sich die beobachteten Höhen eigentlich auf den sinnlichen oder sichtbaren Horizont; wenn nun der beobachtete Himmelskörper sehr weit entfernet ist, wie es bei Fixsternen der Fall ist, so kann die Beobachtung auch für den razionalen oder eingebildeten Horizont gelten (H. I. §. 5.); hingegen bei näheren Körpern, vorzüglich bei dem Monde, findet dieses nicht statt, und es muß die Parallaxe, wovon ebenfalls in der Folge geredet werden soll, in Anschlag gebracht werden.

§. 2.

Aufgabe.

Die Standhöhe eines Sternes zu beobachten.

Hierzu gebrauchet man einen beweglichen Quadranten (H. VI. §. 6.). Man drehet ihn erstlich in horizontaler, dann aber in vertikaler Richtung, bis daß man den Stern in der Axe des Fernrohrs hat. Der Faden, woran ein Bleiloth hänget, zeiget alsdann am Rande des Quadranten die Grade der Höhe an. Statt eines Quadranten kann man auch einen Sextanten gebrauchen (H. VI. §. 9.) oder gar einen Oktanten (H. VI. §. 13.), auch wohl einen Spiegel-Oktanten (H. VI. §. 15.), hauptsächlich wenn von der Höhe der Sonne die Rede ist.

Anmerkung. Viele Sternkundige gebrauchen statt der Quadranten, Sextanten und Oktanten lieber

Instrumente in Gestalt ganzer Kreise, wenn sie auch einen kleineren Halbmesser haben; sie halten sich besser im Gleichgewicht, sind gewöhnlich genauer eingetheilet, und ihre Fehler lassen sich leichter bemerken und in Anschlag bringen.

§. 3.

Aufgabe.

Vermittelst zweier korrespondirenden Höhen eines Sternes die Mittagslinie finden.

Man gebrauche zu diesem Ende einen Azimutal-Quadranten (H. VI. §. 7.), es ist aber nicht nöthig, daß er schon genau nach den Weltgegenden gestellet sei. Man beobachte nun mittelst dieses Instruments einen Stern an der östlichen Seite des Himmels; man befestige jezt die Alidade, so daß sie auf dem beobachteten Grade der Höhe stehen bleibe. Man bezeichne auch auf dem horizontalen Ringe des Instruments die Linie wo seine Fläche und die Fläche des Quadranten einander schneiden. Wann nun der Stern in den westlichen Theil des Himmels gekommen ist, so verfolge man ihn mit dem Quadranten, indem man diesen drehet, bis daß man den Stern wiederum in der Axe des Fernrohres hat. Man bezeichne wiederum die Durchschnitts-Linie des Quadranten mit dem horizontalen Ringe. Die beiden Durchschnittslinien bilden einen Winkel, durch welchen der Quadrant von der ersten Beobachtung bis zur zweiten hat beweget werden müssen. Wenn man nun diesen Winkel oder den Bogen der ihn mißt, mittelst einer geraden Linie halbiret, so ist diese die Mittagslinie. Stellet man den Quadranten auf diese Linie, und zielet man mit dem Fernrohre nach einem etwas entfernten irdischen Gegenstande,

mer-

merket man sich dabei den Punkt den man genau in der Axe des Fernrohrs siehet; so kann man den Quadranten jedesmal, wenn man will, wieder in die Mittagslinie bringen. Will man zugleich das Instrument ein für allemal nach den Weltgegenden stellen, so drehe man es, ohne den Ring aus seiner Lage zu verrücken, bis daß der auf der Mittagslinie des Instruments gestellte Quadrant zugleich in der wahren Mittagslinie lieget, welches man durch das Fernrohr und den in der Ferne bemerkten Punkt erkennet.

Dieses Verfahren, wenn es mit gehöriger Genauigkeit befolget wird, hat seine völlige Richtigkeit. Denn da die scheinbare tägliche Bewegung der Sterne einförmig ist, und da sie sich vom Mittagskreise eben so entfernen, wie sie sich ihm genähert haben; so bekommen sie in einer gewissen Entfernung vom Mittagskreise, nach ihrem Durchgange durch denselben, wiederum dieselbige Höhe, die sie in derselbigen Entfernung von ihm vor dem Durchgange hatten. Der Mittagskreis und folglich auch die Mittagslinie, lieget demnach in der Mitte zwischen zwei gleichen Höhen eines und desselbigen Sternes.

Anmerkung I. Diese Methode hat den Vortheil, daß die Stralenbrechung auf dieselbe keinen merklichen Einfluß haben kann. Denn da die Stralenbrechung in gleichen Höhen, bis auf Kleinigkeiten, die vom Zustande der Luft abhängen, gleich ist; so sind die durch dieselbe entstehenden Irrthümer hier in beiden Beobachtungen gleich, und einer hebet den andern. Nämlich da die Stralenbrechung den Stern etwas erhöhet, und ihn hier beide mal gleich viel erhöhet; so ist es eben so gut als wenn man den Stern vor dem Durchgange etwas später,

und nach dem Durchgange eben so viel früher beobachtet hätte.

Anmerkung II. Statt der Sterne kann man auch die Sonne in gleichen Höhen beobachten; allein theils ihr beträchtlicher Durchmesser (H. VIII. §. 3.), theils ihre veränderliche Abweichung vom Aequator (H. VIII. §. 5.), machen daß hier viel mehr Behutsamkeit nöthig ist. Also ist es wohl am sichersten, wenn man seine Mittagslinie durch die Sterne bestimmet.

Anmerkung III. Wenn der Azimutal-Quadrant, dessen in der Auflösung gedacht worden, gehörig nach den Weltgegenden gestellet ist, so macht es gar keine Schwierigkeit, das Azimut eines Sterns zu jeder Zeit zu beobachten (H. VI. §. 7.), und es wäre daher überflüssig, zu diesem Ende hier besondere Aufgaben einzurücken.

Anmerkung IV. Wenn man eine Mittagslinie hat, so lassen sich mehrere in einiger Entfernung ziehen. Man richtet an dem Orte, wo die neue Mittagslinie sein soll, einen lothrechten Stab auf, und ebenfalls einen über der alten. Wenn dieser leztere seinen Schatten auf die Linie wirft, so bezeichnet man das Ende des andern Schattens und erhält dadurch die neue Mittagslinie. Wenn die neue von der alten etwas entfernet sein soll, so müssen zwei Beobachter sein, die sich durch Zeichen zu verstehen geben.

§. 4.

Aufgabe.

Die Kulminazion eines Sterns, das ist, seinen Durchgang durch den Meridian beobachten.

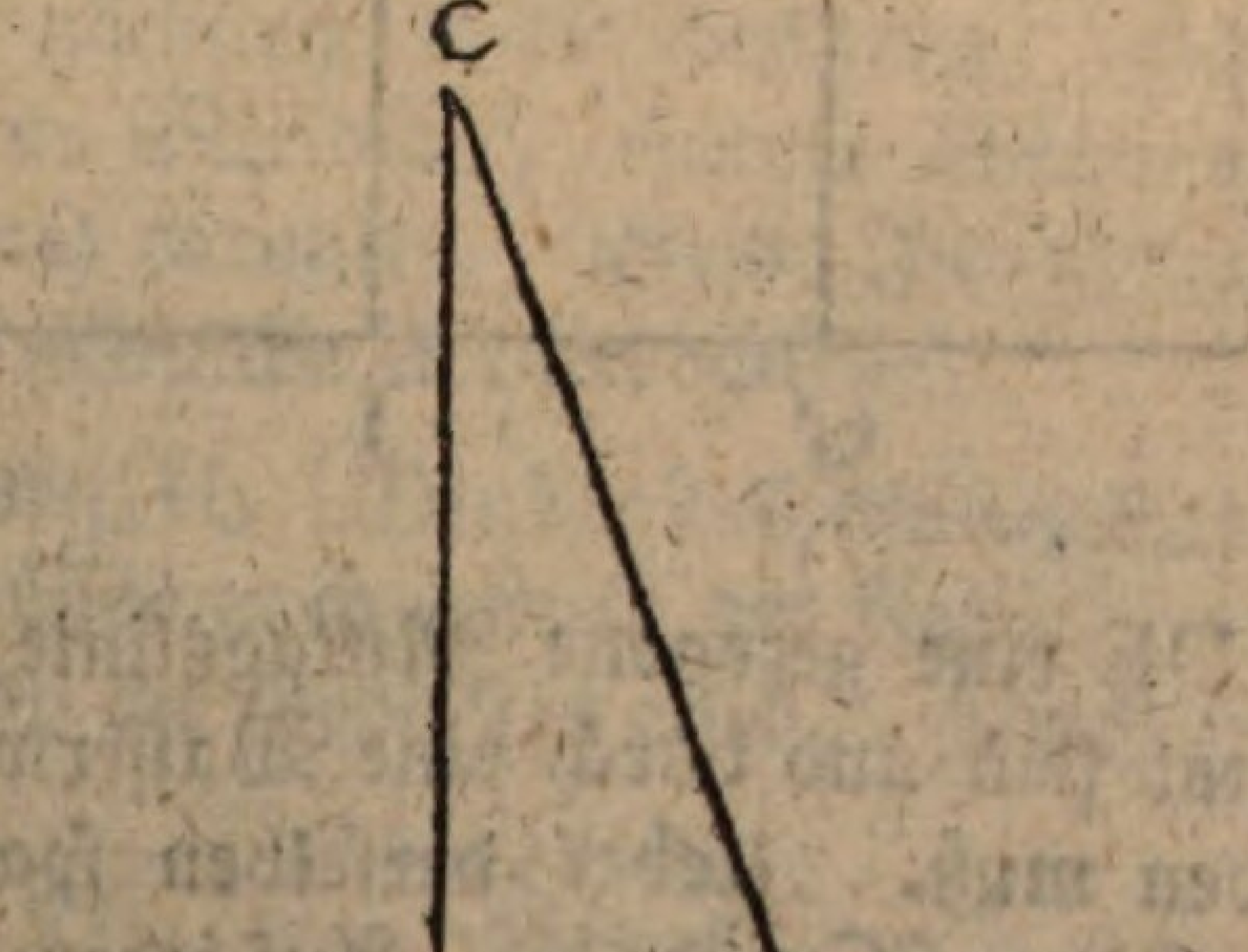
Die-

Dieses geschiehet mittelst eines Mauerquadranten (H. VI. §. 8.), oder mittelst eines Durchgangs-Rohrs (instrument de passage.).

Da man schon ohngefähr weiß, in welcher Höhe der Stern durchgehet, so stellet man vorher das Fernrohr in dieser Höhe und erwartet den Durchgang. Mittelst eines Zählers oder einer andern Uhr, deren Perpendikelschläge man hören kann, bemerket man ganz genau die Zeit des Durchgangs. Während dem Durchgange läßt sich das Fernrohr noch genauer stellen, so daß der Stern gerade durch die Axe desselben gehe. Oder man beobachtet, mittelst irgend einer im Fernrohre angebrachten mikrometrischen Vorrichtung (H. VII. §. 4. bis §. 8.), um wie viel der Stern über oder unter der Axe desselben durchgehet, woraus sich die angenommene Standhöhe des Durchganges verbessern läßt.

Will man nur den Zeitpunkt der Kulmination erfahren, so kann man sich mit einem bloßen Faden behelfen.

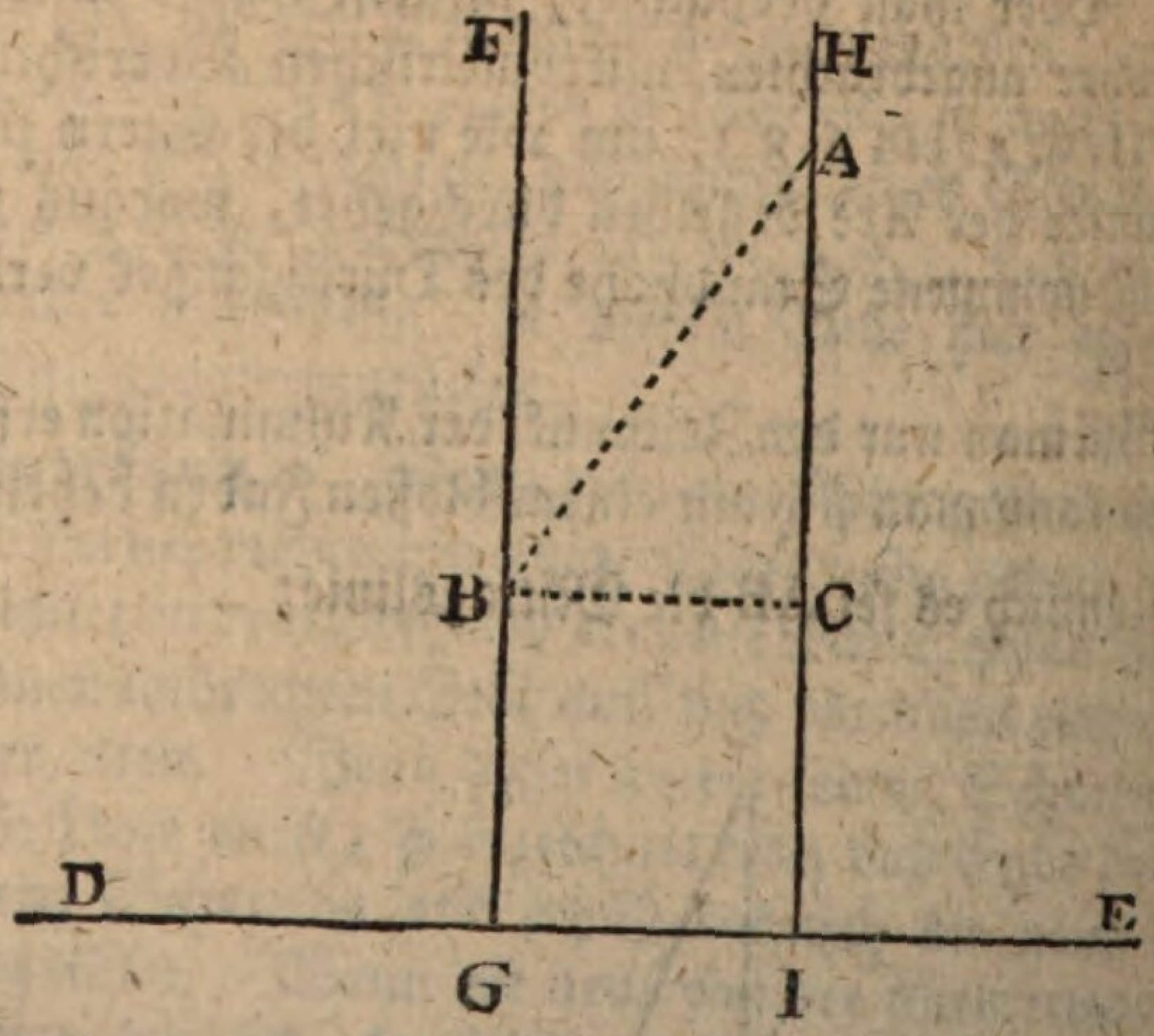
Nämlich es sei AB die Mittagslinie;



lothrecht über derselben in C befestige man einen Haken oder einen Nagel. Nun ziehe man über densel-

ben einen Faden ACB und befestige dessen Enden an der Mittagslinie, so befindet sich das Dreieck ABC in der Ebene des Mittagskreises. Man hält also das Auge hinter dem einen Faden, z. E. hinter CB, und erwartet den Augenblick, da der Stern hinter dem andern Faden AC vorbeigehet; dieses ist der Augenblick des Durchganges.

Wenn man keine eigentliche astronomische Werkzeuge hat, so kann man auch durch eine leicht zu machende Vorrichtung die Standhöhe beim Durchgange erfahren.



Es sei DE eine gezogene Mittagslinie, welche recht horizontal sein und durch eine Wasserwage ausprobiret werden muß. Ueber derselben spanne man zwei lothrechte Fäden FG und HI. Auf jedem derselben muß ein enger Ring, wie bei A und B, aufgezogen seyn, der sich zwar auf und nieder schieben lasse, aber nicht von selbst herunter gleite. Während nun daß der eine Ring A unbewegt bleibet und der Stern sich dem Meridian

ridian nähert, schiebe man den andern Ring B, bis daß B, A und der Stern sich in einer Linie befinden. Man ziehe in Gedanken BC horizontal, und AB von einem Ringe zum andern, so ist ∠ ABC die Standhöhe des Sternes; um diese zu berechnen, messe man AI BG und BC oder GI, dann ist AC = AI — BG, und im rechtwinkeligen Dreiecke BCA sind die Katheten BC und AC bekannt, woraus sich der Winkel ABC finden läßt, wenn man saget (Einleit. Seite XXXXIV.)

BC : AC :: R : tang ABC.

Es lassen sich noch mehrere dergleichen Einrichtungen erdenken; statt des Fadens HI kann man den Rand einer senkrechten Mauer, und statt des Ringes A irgend ein Abzeichen an derselben gebrauchen. Statt des Fadens FG und des Ringes B kann man zwischen zwei Stäben eine Diopter anbringen, die sich auf und nieder schieben läßt. Um die Mittagslinie GI recht horizontal zu bekommen, kann man sie auf den Enden eines langen mit Wasser angefüllten Gefäßes zeichnen, u. s. w.

Anmerkung I. Die Sterne, die sich in der Nähe unseres nächsten Poles befinden, gehen zweimal durch den Meridian, einmal über dem Pol, das anderemal darunter. Beide Durchgänge lassen sich auf die nämliche Art beobachten.

Anmerkung II. Die beobachteten Höhen der Durchgänge müssen noch mittelst der Refrakzionslehre, wovon unten die Rede sein wird, berichtiget werden.

§. 5.

Aufgabe.

Die mittägliche Höhe der Sonne zu beobachten.

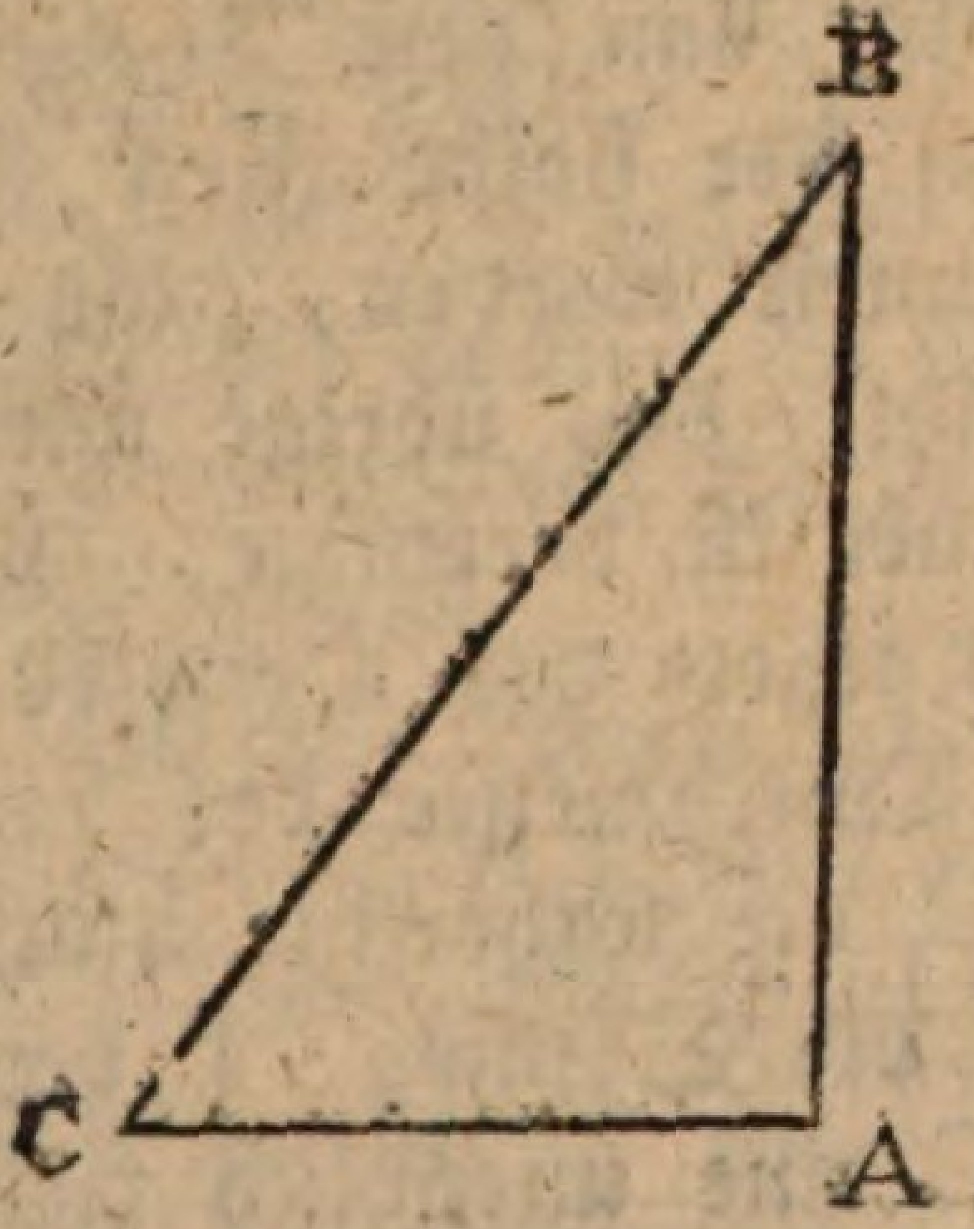
Dieses

Dieses kann durch allerlei Quadranten, Sextanten, Oktanten und Passage-Instrumente (H. VI.) geschehen, wenn man sie nur vorher so gestellet hat, daß ihre Fläche genau im Mittagskreise lieget. Zu Lande ist der Mauerquadrant (H. VI. §. 8.) am besten dazu, zur See aber der Hadleysche Oktant; da es aber zur See nicht leicht ist, die Mittagslinie genau zu finden, so muß man durch Uhren oder andere Mittel die Zeit des Mittags genau wissen, um alsdann die mittägliche Höhe der Sonne zu beobachten. Da aber die Sonne einen beträchtlichen Durchmesser hat, so muß man entweder die Höhe des obern und des untern Randes schnell nach einander nehmen, und dann das Mittel zwischen beiden Beobachtungen suchen, um die Standhöhe des Mittelpunkts zu haben; oder man muß sich begnügen, den einen Rand zu beobachten, nämlich den untern oder den obern, und dann den halben Durchmesser der Sonne, den man von 6 zu 6 Tagen in den Ephemeriden angezeiget findet, subtrahiren oder addiren. Statt der Ephemeriden kann man auch einen Heliometer gebrauchen (H. VII. §. 9.), und dadurch den Durchmesser der Sonne kurz vor oder nach ihrer Kulminazion erforschen.

Viele berühmte Sternkundige haben statt der künstlichen Instrumente ein bloßes Gnomon zur Beobachtung der mittäglichen Sonnenhöhe gebrauchet. Hierunter verstehet man nicht bloß einen lothrechten Stab, der seinen Schatten auf eine Mittagslinie wirft (H. VIII. §. 2.), sondern auch jede andere Einrichtung, wo man sich statt des Stabes eine gerade Linie denken kann, wodurch die Mittagslinie beschattet wird.

Ein bloßer Stab als Gnomon gebrauchet, kann keine sonderliche Genauigkeit gewähren, weil der Halbschatten die Gränze des Schattens und Lichts ungewiß machet; will man indessen dieses Mittel gebrauchen, oder

oder hat man kein besseres, so messe man die Höhe AB des Stabes und die Länge AC des Schattens auf der Mittagslinie, dann hat man ein Dreieck ABC, worin sich der Winkel C, als die Sonnenhöhe leicht berechnen läßt.

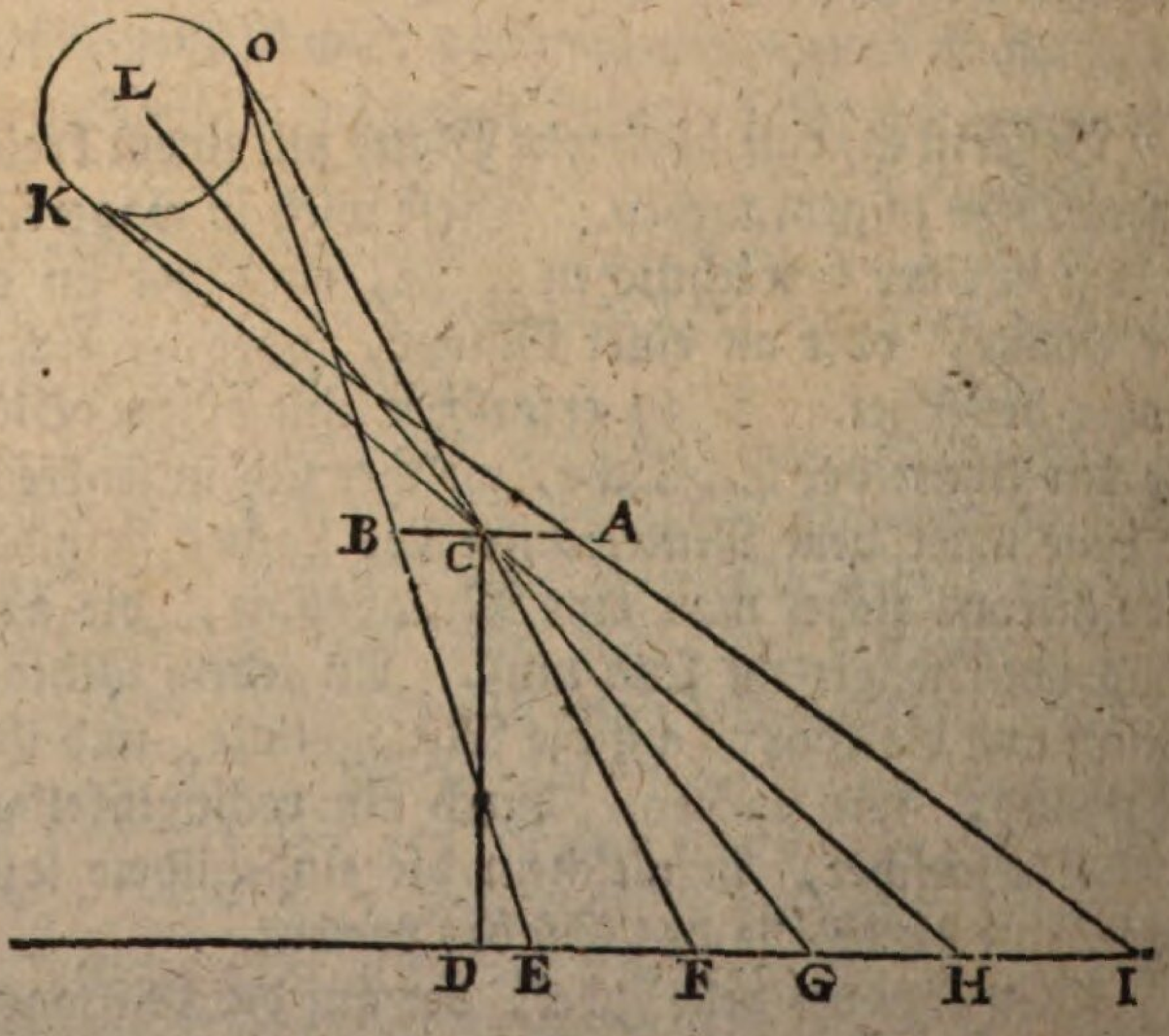


Besser ist es, eine blecherne Platte mit einem kreisrunden Loche zu gebrauchen. Diese wird in wagerechter Lage in einer beträchtlichen Höhe, entweder an einem Pfahle, oder an einer Mauer, oder an einem Fenster befestiget. Man erforschet mit einem Bleiloth den Punkt der Erdfläche, welcher sich in senkrechter Linie unter dem Mittelpunkte des Loches befindet. Von hieraus ziehet man eine Mittagslinie, die aber vollkommen wagerecht seyn muß. An jedem Mittage scheinet nun die Sonne auf die Mittagslinie, und ihre Höhe wird, wie vorher, durch ein rechtwinkeliges Dreieck erforschet, in welchem die eingebildete lothrechte Linie die Stelle des Stabes vertritt.

Weil aber der helle Fleck, der auf der Mittagslinie durch den Sonnenschein entstehet, eine merkliche Ausdehnung hat, so ist hierbei noch folgendes zu beobachten. Der Augenblick, da die Mittagslinie

den

den hellen Fleck halbiret, läßt sich entweder durch fleißiges Ausmessen, oder bloß durch das Augenmaaß bestimmen, oder durch Linien, die beiderseits mit der Mittagslinie gleichlaufend gehen; es kömmt auch so sehr genau nicht darauf an, weil die Sonne in der Nähe des Meridians ihre Höhe nicht schnell verändert. Ferner muß von dem Theile der Mittagslinie, auf welchen der halbe Fleck fällt, beiderseits so viel abgenommen werden, als der Halbmesser des Loches beträgt; das übrige wird halbiret, und der mittelste Punkt ist derjenige, von welchem an die wagerechte Kathete des Dreiecks gerechnet wird. Es sei AB der Durchmesser des Loches, C dessen Mittelpunkt, CD die lothrechte Linie, DI die Mittagslinie, OK die Sonne, L deren Mittelpunkt. Wäre nun in C eine unendlich kleine Oefnung, so



würden KCH und OCF die äußersten Stralen seyn, die auf die Mittagslinie fielen, FH wäre der helle Fleck, LCG

LCG aus dem Mittelpunkt der Sonne entspringend, würde FH zwar nicht genau, aber doch beinahe halbiren, und es wäre der Winkel LGD oder CGD des Dreiecks CDG der Sonnenhöhe gleich. Nun aber, wegen der Größe des Loches, sind die äußersten Stralen KAI und OBE. Wegen der großen Entfernung der Sonne ist KAI mit KCH für gleichlaufend zu achten, also IH = AC = $\frac{1}{2}$ AB. Aus demselben Grunde ist FE = CB = $\frac{1}{2}$ AB, worin also der Grund lieget, daß der Halbmesser des Loches an beiden Enden des hellen Fleckes IE abgenommen werden und dann das übrige halbiret werden muß.

Zusatz I. Da im Dreiecke DCF sowohl DC als DF, und im Dreiecke DCH sowohl DC als DH gegeben sind, so lassen sich die Winkel DCF und DCH berechnen. (Einleitung, Seite XXXXIV.) Nimmt man den Unterschied beider Winkel, so hat man den Winkel HCF, oder seinen gleichen OCK, als den scheinbaren Durchmesser der Sonne.

Oder, nachdem man die Sonnenhöhe DGC berechnet hat, so nehme man deren Komplement, dieses ist gleich dem Winkel GCD. Nun berechne man, wie kurz vorher entweder der Winkel DCF oder den $\angle$ DCH. Der Unterschied eines dieser Winkel und des DCG giebt den scheinbaren Halbmesser der Sonne, FCG oder HCG.

Anmerkung. Die beobachtete Sonnenhöhe muß erst durch die Stralenbrechung verbessert werden, wie in einem der folgenden Hauptstücke gezeiget werden soll.

§. 6.

Aufgabe.

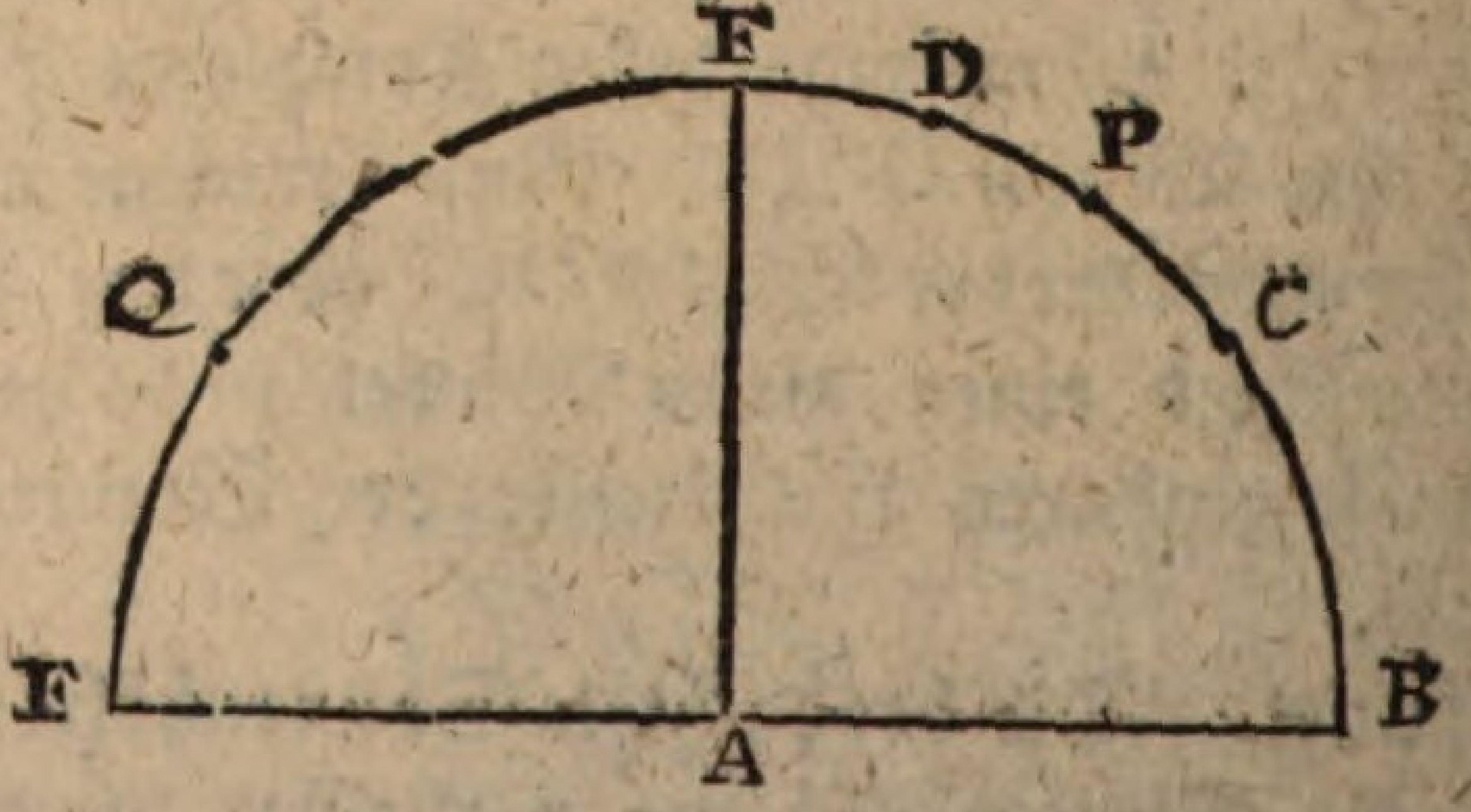
Die Polhöhe des Ortes, wo man ist, beobachten.

Man

Man wähle eine der Winternächte, die länger als 12 Stunden dauren. Nun wähle man in der Gegend, wo man schon beiläufig weiß, daß sich der Pol befindet, einen Stern, der während einer Nacht zweimal durch den Meridian gehet. Zu diesem Ende richte man die Weltkugel, so daß sie die Lage des Himmels am letzten Mittage vorstelle (H. III. §. 5.). Nun drehe man sie, so daß der Zeiger die Nachtstunden durchlaufe; dann wird man sehen, welche Sterne zweimal in der Nacht durch den Meridian gehen.

Hat man sich einen solchen Stern gewählet, so beobachte man sorgfältig in welcher Höhe er seinen obern und untern Durchgang verrichtet (§. 4.). Man nehme den Unterschied beider Höhen, man halbire ihn, und addire ihn zur kleinsten Höhe, so bekömmt man die Polhöhe.

Denn es sei FB die Mittagslinie des Zuschauers A, E sein Zenith, FEB sein Mittagskreis, P der Pol, also BP die Polhöhe. Gesetzt der Stern gehe einmal



in D, das anderemal in C durch den Mittagskreis, so ist bekannt, daß er dabei vom Pole in gleicher Entfernung bleibet, so daß DP = CP, also CP = $\frac{1}{2}$ CD = $\frac{1}{2}$ (DB — BC), und es ist BP = BC + CP = BC + $\frac{1}{2}$ (DB — DC).

Anmerkung I. In den langen Winternächten gehet der Polarstern, wo der Schweif des kleinen Bären

ren sich endiget, zweimal durch den Meridian, man kann also diesen Stern gebrauchen, der dem Pole schon sehr nahe ist, indem er ohngefähr $1\frac{3}{4}$ Grad davon abstehet.

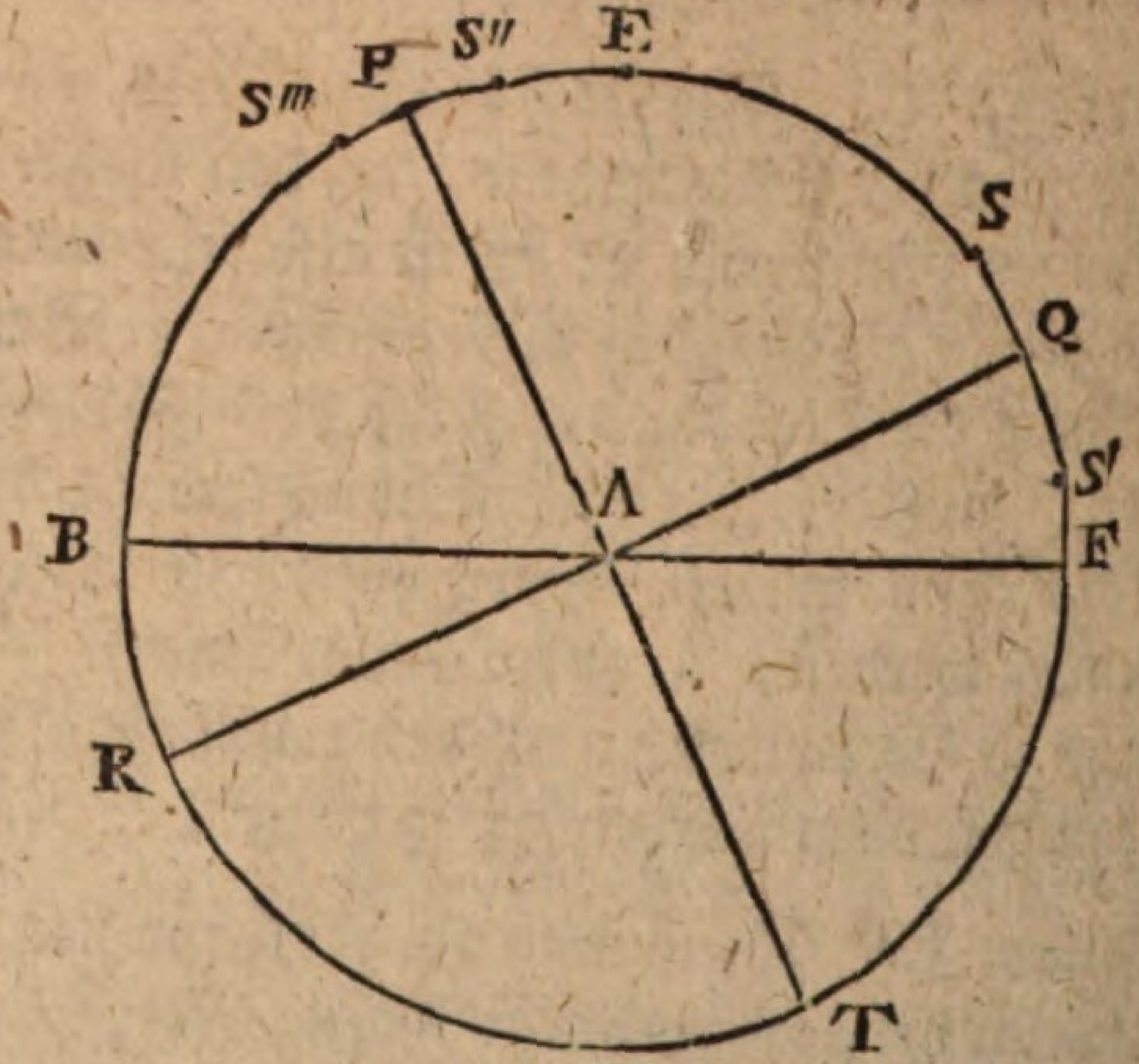
Anmerkung II. Die Polhöhe des Ortes, wo man ist, lieget nebst der Mittagslinie, bei den meisten Beobachtungen zum Grunde; es ist also sehr nöthig, beide so genau als möglich zu bestimmen. Bei der Erforschung der Polhöhe durch die vorgeschriebene Methode, muß die Stralenbrechung sowohl beim oberen als beim unteren Durchgange in Anschlag genommen werden, wovon weiter unten. Hier in Berlin ist die Polhöhe nach den genauesten Beobachtungen gefunden worden $52^g\ 31'\ 45''$.

Zusatz I. Wenn man die Polhöhe hat, so hat man zugleich die geographische Breite oder Standbreite des Ortes; denn beide sind einander gleich. (H. IV. §. 11.).

Zusatz II. Wenn man die Polhöhe von 90 Graden abziehet, so hat man die Höhe des Aequators: denn der Aequator schneidet den Meridian in einem Punkte Q (letzte Fig.), welcher 90 Grade vom Pole abstehet; also ist $PQ = 90^g$, nun ist $BP + PQ + FQ = 180^g$; davon abgezogen $PQ = 90^g$, bleibet $BP + FQ = 90^g$, das heißt: die Polhöhe und die Höhe des Aequators machen zusammen 90 Grad.

Zusatz III. Mittelst der bekannten Höhe des Pols und des Aequators, und der beobachteten mittäglichen Höhe eines Himmelskörpers läßt sich dessen Abweichung oder Entfernung vom Aequator finden. Es sei FB (folg. Fig.) der Horizont des Zuschauers A, FEBRTF sein Mittagskreis, PT die Erdaxe, QR der Gleicher. Ist nun FS die mittägliche Höhe eines Ster-

nes S, so subtrahiret man von derselben die Höhe des Aequators FQ, und erhält die Abweichung QS, welche in diesem Falle bei uns nördlich ist. Ist S′ der



Punkt des Durchganges, so ist die Abweichung QS′ = FQ — FS′, und in diesem Falle südlich. Ist der Durchgangspunkt in S″, so subtrahire man von der Höhe BS″ die Polhöhe bP, dieses giebt den Abstand PS″ des Sternes vom Pole, und diese von PQ oder von 90 Grad abgezogen, giebt die Abweichung QS″. Geschiehet der Durchgang in S‴, so nehme man BP — BS‴, dieses giebt PS‴, und wenn man diesen Bogen von 90 Grad oder von PR abziehet, so bleibet die Abweichung RS‴.

Auf diese Art hat man Tafeln verfertiget, worin die Abweichungen der Sterne aufgezeichnet sind; man hat aber gefunden, daß die Abweichung sich nach und nach um etwas weniges verändert, wovon in der Folge ein mehreres gesaget werden soll.

Zusatz IV. Wenn die Abweichung eines Sternes aus Tafeln oder anderen Berichten als bekannt angenom-

genommen wird, und wenn jemand am Orte, wo er ist, die Kulminazion desselben Sternes beobachtet, so kann er daraus die Polhöhe seines Ortes erfahren. Denn, wenn in der vorigen Figur gegeben sind QS und FS, so ist erstlich: $FQ = FS - QS$, und ferner: $BP = 90^g - FQ$. Sind QS' und FS' gegeben, so ist $FQ = QS' + FS'$ und $BP = 90^g - FQ$. Sind QS'' und BS'' gegeben, so ist $BP = QS'' + BS'' - QP = QS'' + BS'' - 90^g$. Sind RS''' und BS''' gegeben, so ist $RS''' - BS''' = RB = FQ$, und $BP = 90^g - FQ$.

§. 7.

Aufgabe.

Es soll gefunden werden, durch welche Sterne der Aequator geht.

Nachdem man die Polhöhe und durch dieselbe die Höhe des Aequators oder Gleichers gefunden hat (§. 6 Zus. II.), so stelle man das Fernrohr am Mauerquadranten, oder an einem andern Quadranten, dessen Fläche im Mittagskreise befindlich ist, oder an einem Durchgangsrohr (H. VI. §. 21.), so daß es mit dem Horizonte einen Winkel mache, welcher der Höhe des Aequators gleich sei: alle Sterne, welche dann durch die Axe des Fernrohrs gehen, liegen im Aequator.

Anders: Wenn man ein Aequatorial (Gleicherwerk), oder eine parallatische Maschine (Abweichungsrohr) besitzet (H. VI. §. 22., 23. u. 24.), so stelle man an diesen Maschinen das Fernrohr, so daß es mit dem Ringe, der den Aequator vorstellet, parallel sei, ohne sich weiter darum zu bekümmern, ob das Rohr in der Ebene des Mittagskreises ist oder nicht. Die Sterne, welche allmählig durch die Axe des Rohres

gehen, gehören zum Aequator. Oder man drehe das Fernrohr, nachdem es mit dem Aequator gleichlaufend gestellet worden, herum, ohne die Gleichlaufung (den Parallelismus) zu ändern; dann gehet die Axe desselben nach und nach durch die Sterne des Aequators.

Alles dieses beruhet auf die Einrichtung dieser Instrumente und bedarf keines weiteren Beweises.

Zusatz I. Auf eine ähnliche Art läßt sich finden, durch welche Sterne ein gegebener Abweichungskreis gehet. Man darf nur bei dem Gebrauche des Quadranten, oder des Aequatorials, oder des parallatischen Instruments, das Fernrohr so stellen, daß es um so viel Grade über oder unter dem Aequator stehe, als die nördliche oder südliche Abweichung des Kreises beträgt. Wenn man zum Beispiel schon weiß, um wie viel Grade und Minuten die Wendekreise vom Gleicher abstehen, so kann man die Sterne finden, die in ihnen liegen.

Zusatz II. Für nördliche Sterne gebrauchet man statt der Abweichung ihr Komplement, als die Entfernung vom Pole: diese von der Polhöhe subtrahiret, oder zu derselben addiret, giebt die Höhe, in welcher der gegebene Abweichungskreis vom Mittagskreise geschnitten wird, und wenn man ein Fernrohr im Mittagskreise und in der gefundenen Höhe aufstellet, so gehen alle Sterne, die sich im vorgeschlagenen Kreise befinden, durch die Axe des Rohrs. Da die meisten großen Instrumente, als Mauerquadranten, Aequatoriale, u. s. w. zu Beobachtungen nach der Mittagsseite des Himmels eingerichtet sind, so wird für nördliche Beobachtungen ein guter beweglicher Quadrant, den man erst sorgfältig nach der Mittagslinie gestellet hat, wohl das Beste seyn.

Mittelst eines so gestellten Quadranten könnte man die Sterne finden, die zu unsern nördlichen Polarkreisen gehören, vorausgesetzet, daß die Schiefe der Ekliptik bekannt sei, welche sowohl der Abweichung der Wendekreise, als auch der Entfernung der Polarkreise vom Pole gleich ist.

§. 8.

Aufgabe.

Es soll die gerade Aufsteigung eines Himmelskörpers gefunden werden.

Dieses setzet voraus, daß man die gerade Aufsteigung irgend eines andern Himmelskörpers als bekannt annehme. Man bedienet sich dabei einer Pendel-Uhr, welche entweder Sternzeit, oder mittlere Sonnenzeit zeiget (H. VIII. §. 11.). Man beobachtet so genau als möglich die Zeit der Kulminazion beider Körper (§. 4.), und findet daraus den zwischen beiden Kulminazionen verflossenen Zeitraum. Diesen verwandelt man in Grade des Aequators. Dieses geschiehet folgender Weise.

Wenn die Uhr Sternzeit zeiget, so sagt man vermöge der Regel-Detri: 24 Stunden geben 360 Grade, was geben so oder so viel Stunden, Minuten und Sekunden? Was herauskömmt giebt den Unterschied der geraden Aufsteigung beider Körper in Graden und Gradtheilen. Man stelle sich vor, daß auf der beweglichen Himmelsfläche Aufsteigungskreise gezogen sind, die durch das Ende jedes Grades des Aequators gehen. Da nun alle diese 360 Kreise in 24 Stunden durch unseren Mittagskreis gehen, und da die tägliche Bewegung einförmig ist, so läßt sich mit Recht schließen, daß

24 Stunden sich zu der beobachteten Zwischenzeit verhalten, wie 360 Aufsteigungskreise zu so viel Kreisen als während dieser Zeit durch den Meridian gegangen sind, oder zu so viel Graden der Aufsteigung als auf dem Aequator zwischen den Aufsteigungskreisen beider Sterne gezählet werden.

Wenn die Uhr nicht Sternzeit, sondern mittlere Sonnenzeit zeiget, so muß man erstlich die Sonnenzeit in Sternzeit verwandeln, indem man saget: 1 Stunde Sonnenzeit machet 1 Stunde $9\frac{85}{100}$ Sekunden Sternzeit, was machen so oder so viel Stunden und Stundentheile Sonnenzeit? (H. VIII. §. 11.)

Oder man saget: 24 Stunden geben 360^{g}59′8″,328, was geben die beobachteten Stunden und Stundentheile (H. VIII. §. 10.)? oder auch: 23 Stunden 56′4″1 Sonnenzeit geben 360 Grade, was geben so oder so viel Stunden und Stundentheile?

Nachdem man durch die Stern- oder Sonnenzeit den Unterschied der geraden Aufsteigung beider Himmelskörper gefunden hat, so muß dieser zur Aufsteigung des bekannten Sterns addiret werden, falls der andere nach ihm durch den Meridian gehet; gehet aber der bekannte nach, so wird subtrahiret.

Zusatz I. Wenn man die Aufsteigung irgend eines Sterns oder Punktes am Himmel für null, oder welches einerlei ist, für 360 Grade annimmt; so lassen sich durch die vorgeschriebene Methode nach und nach die Aufsteigungen aller sichtbaren Sterne finden; in einer einzigen Nacht kann man deren schon eine große Menge beobachten, indem man einen Gehülfen bei sich hat, dem man die Augenblicke der Kulminazionen anzeiget; und der die Zeiten an der Uhr beobachtet und solche aufschreibet.

Zu-

Zusatz II. Es ist zwar willkührlich, den Nullpunkt der geraden Aufsteigungen wo man will festzusetzen; allein der allgemeine Gebrauch der Astronomen hat entschieden, daß die geraden Aufsteigungen vom Frühlingspunkte an (H. I. §. 18.) gezählet werden. Dieser liegt so, daß derjenige Aufsteigungskreis welcher zwischen den Sternen α der Andromede und γ des Pegasus durchgehet, der erste ist und den Aequator im Nullpunkte schneidet (H. II. §. 16.). Wir werden in der Folge sehen, wie dieser Punkt noch genauer bestimmet werden kann.

Zusatz III. Nachdem man die geraden Aufsteigungen und die Höhen (§. 2.) der sichtbaren Firsterne beobachtet und aufgezeichnet hat, so kann man sie auf eine Himmelskugel oder auf Himmelskarten auftragen, wie im Vten Hauptstücke gelehret worden. Und es ist dazu nicht einmal nöthig, den im vorigen Zusatze erwähnten Frühlingspunkt genau zu kennen. Man kann bei den Beobachtungen, welchen Stern man will für denjenigen annehmen, dessen Abweichung null ist, die Lage der Sterne gegen einander leidet dabei nicht. Nur in der Folge, wann die Ekliptik aufgetragen werden soll, muß der Frühlingspunkt ganz genau bestimmt werden, und wie dieses geschiehet, soll bald gelehret werden.

Zusatz IV. Da solche Verwandelungen der Zeit, in Grade der Aufsteigung wie in der Auflösung vorkommen, oft gebrauchet werden; so kann man sich Tafeln machen worin man schon berechnet findet, wie viel jede gegebene Stern- oder Sonnenzeit an Graden und Gradtheilen machet, und wie viel jeder Bogen des Aequators an Stern- oder Sonnenzeit beträgt.

§. 9.

Aufgabe.

Die Lage der Ekliptik am Himmel finden.

Dieses geschiehet durch fleißige Beobachtung der mittäglichen Sonnenhöhen während einem oder mehreren Jahren. Dabei werden trigonometrische Rechnungen mit zu Hülfe gezogen; will man sich unterdessen mit einer blos graphischen oder zeichnerischen Methode begnügen, so verfahre man also:

Man schreibe sich jedesmal die beobachtete Höhe auf. Jedesmal in der Nacht nach der Beobachtung stelle man das Fernrohr so hoch über den Aequator als die Sonne unter demselben gewesen ist, oder so hoch darunter als sie darüber gewesen ist, und warte bis daß 12 Sternstunden oder 11 Stunden 58′2″ mittlerer Sonnenzeit seit der Kulminazion der Sonne verflossen sind. Man bemerke alsdann auf welchen Stern oder Fleck des Himmels das Fernrohr hinzeiget. Man merke täglich diese Punkte auf einer Kugel, worauf die Sternbilder schon gezeichnet sind. Man wird sehen daß die Sonne nach ohngefähr sechs Monaten durch die Punkte gehet, die man sechs Monate vorher zur Mitternachtzeit gemerket hatte; daß ihr Weg am Himmel, oder die Ekliptik, einen wirklichen Kreis bildet, und zwar einen größten Kreis der Kugel; daß dieser Kreis gegen den Aequator schief stehet; daß er den Aequator in zwei Punkten durchschneidet, die, wie es bei größten Kreisen nicht anders sein kann, 180 Grade von einander entfernet sind; daß die größte Abweichung dieses Kreises vom Aequator und folglich die Neigung beider Kreisflächen gegen einander in runden Zahlen

$23\frac{1}{2}$ Grad, oder genauer 23 Grad 28 Minuten beträgt; daß unsere Jahreszeiten größtentheils von dem Orte, den die Sonne in der Ekliptik einnimmt, abhängen; überhaupt alles was von der Ekliptik schon voraus gesaget worden ist (H. I. §. 18.).

Zusatz I. Weil die Schiefe der Ekliptik oder ihre größte Abweichung für die Astronomie sehr wichtig ist, so muß man gegen die Zeit der Nachtgleichen, nämlich gegen den 19ten März und den 22sten September, die mittäglichen Sonnenhöhen mit besonderem Fleiße beobachten; die größte davon giebt die größte Abweichung oder die Schiefe der Ekliptik.

Zusatz II. Die Entfernung der Wendekreise vom Gleicher und der Abstand der Polarkreise vom Pole, ist der Schiefe der Ekliptik gleich (H. I. §. 18. u. 19.).

Zusatz III. Wenn man am Himmel in Gedanken oder wirklich auf der künstlichen Himmelskugel zwei Kreise auf beiden Seiten der Ekliptik mit derselben gleichlaufend in einer Entfernung von 10 Graden ziehet, so hat man einen Gürtel, 20 Grad breit, welchen man den Thierkreis nennet; weil die Sternbilder, durch welche er gehet, meistens Thiere vorstellen; man hat ihm diese Breite gegeben, weil er den Raum einschließen soll, in welchem man am Himmel den Mond und die Planeten aufsuchen muß, diese Körper aber sich etwa 10 Grade von der Ekliptik entfernen können.

Anmerkung I. Die vorgeschriebene Art, wie man die Ekliptik beobachten soll, ist freilich nicht die allergenaueste, wenn man nicht noch Rechnungen zu Hülfe nimmt, von welchen in der Folge geredet werden soll. Indessen ist sie hinlänglich, um den

Anfänger einen ordentlichen Begriff von der Lage der Sonnenbahn am Himmel und von der Möglichkeit solche zu bestimmen, zu geben.

Anmerkung II. Sowohl die Durchschnittspunkte des Aequators mit der Ekliptik, als auch die Schiefe der Ekliptik sind einiger Veränderung unterworfen, wovon in der Folge ein Mehreres.

§. 10.

Aufgabe.

Den Abstand zweier Sterne von einander zu beobachten.

Zu diesem Ende gebrauchet man einen eigentlich dazu eingerichteten Sextanten (H. VI. §. 10, 11, 12.), oder Oktanten (H. VI. §. 14.), oder auch einen Spiegel-Oktanten (H. VI. §. 15, 16, 17, 18.). In Ermangelung aller dieser Instrumente, und wenn es auf keine große Genauigkeit ankömmt, kann man sich mit einem Astrolabium behelfen, dergleichen die Landmesser gebrauchen; man stellet durch Versuche die Scheibe so auf ihrer Nuß, daß ihre verlängerte Ebene durch beide Sterne gehe; nämlich so, daß der eine Stern durch die Diopptern zu sehen sei, die am Halbmesser des Instruments befestiget sind, der andere aber durch die Dioptern der Alidade; dann zählet man auf dem Limbus des Instruments die Grade zwischen der Alidade und dem Nullpunkt des Limbus. Da aber die Oefnungen und die Fäden der Dioptern eine beträchtliche Länge haben, welches in der Lage der Scheibe eine große Unbestimmtheit läßt; so muß man entweder die äußersten oder inner-

nersten Enden der Oefnungen und Fäden gebrauchen, so daß diese Enden mit dem Auge und dem Stern in einer geraden Linie zu liegen kommen; oder von jedem Paare Dioptern muß die eine ein bloßes kleines Loch, die andere aber Kreuzfäden haben, wodurch die Gesichts-Axe hinlänglich bestimmet wird.

Anmerkung. Die alten Astronomen behalfen sich mit diesem oder einem ähnlichen Instrumente bei ihren meisten Beobachtungen; daher ihm der Name Astrolabium (Stern-Aufnehmer) geblieben ist.

Drei-

Dreizehntes Hauptstück.

Trigonometrische Aufgaben, die sich auf die Sonne beziehen.

§. 1.

Da die Sonne das große Licht ist, welches durch seine tägliche scheinbare Bewegung unsere Zeit eintheilet, und unsere Arbeiten lenket und beleuchtet; so verdienet diese Bewegung eine eigene Erläuterung, damit wir im Stande seien jedesmal den Aufgang, den Untergang, die Höhe und überhaupt die Lage dieses großen Weltkörpers am Himmel zu berechnen.

§. 2.

Wir haben schon die gerade Aufsteigung erkläret, indem wir gesaget haben, es sei derjenige Bogen des Aequators, der zwischen dem Anfangspunkte desselben und dem Meridian liegt, der durch einen Fixstern oder den Mittelpunkt eines anderen Weltkörpers gehet (H. I. §. 17.). Diese Benennung rühret daher,

daß

daß für die Bewohner des Aequators alle Himmelskörper nicht wie bei uns in schiefer Richtung, sondern lothrecht über den Horizont aufsteigen; denn der Aequator durchschneidet hier den Horizont lothrecht, und da alle Tageskreise der Himmelskörper mit dem Aequator gleichlaufend sind, so sind sie ebenfalls gegen den Horizont lothrecht. Für die Bewohner des Aequators liegen beide Pole im Horizonte; und wenn man in Gedanken durch die Pole und einen gegebenen Himmelskörper einen halben Kreis ziehet, so kommt der halbe Kreis mit dem Sterne zugleich ganz in den Horizont, gehet mit ihm auf und unter, und schneidet den Aequator in einem Punkte der ebenfalls zugleich mit dem Stern auf und unter gehet, und der Bogen zwischen diesem Punkte und demjenigen den man zum Anfangspunkte des Aequators angenommen hat, nämlich dem Frühlingspunkte, wird mit Recht die **gerade Aufsteigung**, oder wenn man will, bloß die **Aufsteigung** genannt.

Es giebt aber auch eine **schiefe Aufsteigung**; diese ist nichts anders als derjenige Bogen des Aequators der zwischen dem Anfange desselben, und demjenigen seiner Punkte begriffen ist, der zugleich mit einem anderen gegebenen Punkte der Himmelsfläche, oder mit einem gegebenen Himmelskörper, aufgehet, oder durch den östlichen Horizont gehet, nämlich für einen Erdbewohner der sich nicht unter dem Aequator befindet. Denn für einen solchen steigen alle Himmelskörper schief über den Horizont, daher der Name der **schiefen Aufsteigung**.

Man könnte noch fragen, was für eine Aufsteigung es für die Bewohner der Erdpole geben würde, wenn solche vorhanden wären; hierauf dienet zur Antwort: **gar keine**; denn ihr Horizont ist mit dem Glei-

cher gleichlaufend, und mit diesem sind auch die Tageskreise der Sterne gleichlaufend; also bleiben diejenigen die über dem Horizont sind, immer über demselben, und die unter ihm sind, bleiben unter ihm.

So wie es eine schiefe Aufsteigung giebt, so kann man auch eine schiefe Absteigung oder Niedersteigung annehmen, und darunter den Bogen des Aequators verstehen, der vom Anfangspunkte desselben bis zu dem Punkte desselben gehet, der mit einem Himmelskörper oder einem anderen gegebenen Punkte der Himmelsfläche, zugleich untergehet.

Zwischen der geraden und schiefen Aufsteigung giebt es einen Unterschied, den man den **Unterschied der Aufsteigung** (differentia ascensionalis) nennet; eben so kann man einen **Unterschied der Absteigung** annehmen.

§. 3.

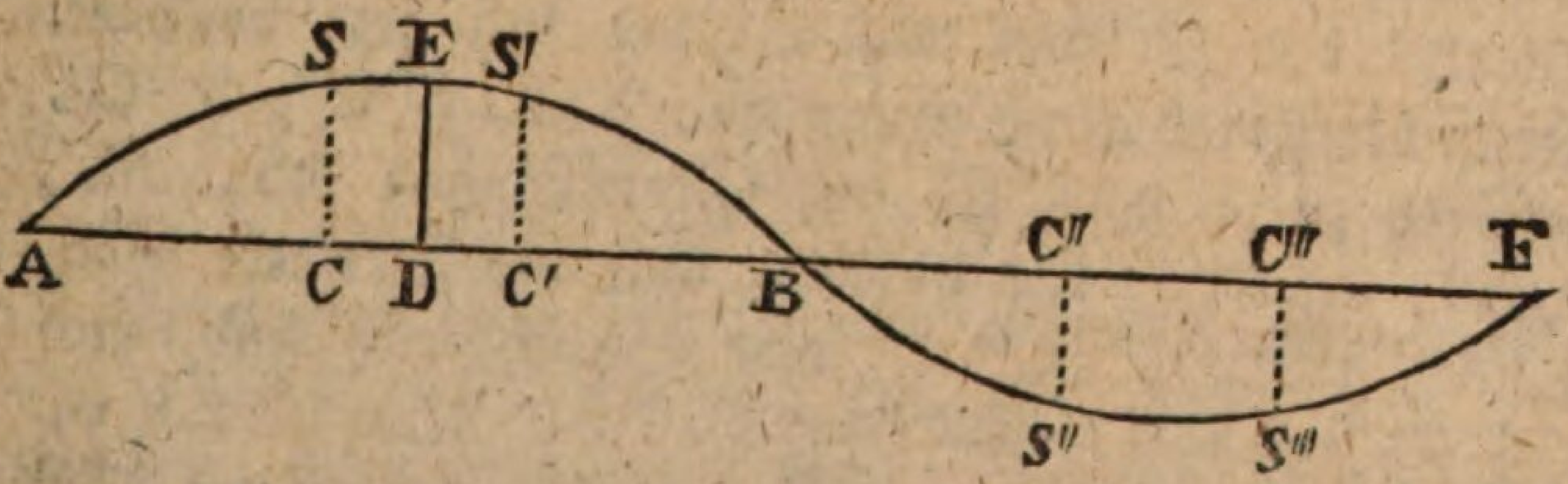
Der **Ost- und der Westpunkt** des **Horizonts** sind 90 Grade von demjenigen Punkte entfernet, wo die Mittagsfläche den Horizont schneidet (H. I. §. 5.). Die Sonne aber gehet meistens nicht genau in Osten auf und in Westen unter; sondern ihr Auf- oder Untergang geschiehet in einem Punkte des Horizonts, der mehr oder weniger Grade vom Ost- oder Westpunkte entfernet ist. Der Bogen des Horizonts, welcher zwischen dem Ost- oder Westpunkte des Horizonts, und dem Punkte wo die Sonne auf oder unter gehet, begriffen ist, heißt die **Aufgangs- oder Untergangs-Weite** (amplitudo ortiva, amplitudo occidua), wie schon an einem anderen Orte bemerket worden (H. I. §. 13.); auch die **Morgen- oder Abend-Weite**. Sie ist entweder nördlich oder südlich. Da nun das Azimuth (H. I. §. 11.) vom

vom Südpunkte an gerechnet wird, so beträgt das Azimuth allemal entweder 90 + die Auf- oder Untergangs-Weite, oder 90 — dieselbe Weite, und diese beträgt entweder das Azimuth — 90°, oder 90° — das Azimuth.

§. 4.

Aufgabe.

Aus der gegebenen Schiefe der Ekliptik und der Abweichung der Sonne soll ihr Ort in der Ekliptik, das heißt, ihre Standlänge gefunden werden.



Es sei AF der Aequator, ASBS''F die Ekliptik, S der Ort der Sonne, SC ihre Abweichung, so ist ACS ein rechtwinkeliges kugelhaftes Dreieck, in welchem die Kathete SC sammt dem Winkel SAC gegeben sind; denn dieser ist gleich der Schiefe der Ekliptik, oder auch der größten Abweichung ED der Ekliptik (H. I. §. 18.). Die trigonometrischen Regeln lehren uns nun die Hypotenuse AS durch folgendes Gleichverhältniß zu finden. (Einleitung, Seite 11.)

$$\sin A : R :: \sin CS : \sin AS$$

und wenn man den Sinus von AS hat, so ist AS selbst durch die Sinustafeln gegeben.

Es

Es sei zum Beispiel SC = $17^g 14' 13''$, und die Schiefe der Ekliptik sei $23^g 28' 0''$, wie sie Herr Lalande oder de la Lande für das Jahr 1786 bestimmet hat.

$$\log. R = 10'0000000$$

add. $\log 17^g 14' 13'' = 9'4717668$

$$19'4717668$$

subtr. $\log \sin 23^g 28' = 9'6001181$

bleibet $\log \sin AS = 9'8716487$

daher $AS = 49^g 5' 4''$

Zusatz I. Zur vollständigen Auflösung dieser Aufgabe muß man jedesmal wissen, in welchem Viertel der Ekliptik die Sonne sich jezt befindet. Denn dieselbige Abweichung SC, S'C', S''C'', S'''C''' gehöret zu 4 verschiedenen Standlängen AS, AS', ASS'', ASS'''. Es ist klar, daß die Dreiecke ACS, BC'S'', BC''S'', FC'''S''' alle ähnlichgleich sind, und daß AS = BS' = BS'' = FS'''. Nun ist AS' = ASB — BS', ASS'' = ASB + BS'', ASS''' = ASF — FS''', oder AS' = 180^g — BS', ASS'' = 180^g + BS'', ASS''' = 360^g — FS'''.

Nachdem man also die Hypotenuse berechnet hat, so muß man sie, falls die Sonne im ersten Viertel der Ekliptik ist, unverändert lassen; im zweiten Viertel wird die gefundene Hypotenuse von 180^g abgezogen; im dritten zu 180^g addiret, und im vierten von 360^g abgezogen.

Zusatz II. Wenn man will, so kann man die gefundenen Grade in Zeichen verwandeln, indem man 30 Grad auf ein Zeichen rechnet.

Zusatz II. Die Sinus der Abweichungen verhalten sich wie die Sinus der Standlängen; denn es seien CS und C'S' zwei verschiedene Abweichungen, so ist

sin. A:R:: sin CS: sin. AS
sin. A:R:: sin. C'S': sin. AS'

daher sin. CS: sin. C'S':: sin. AS: sin. AS'

Zusatz III. Wenn man die Schiefe der Ekliptik als bekannt annimmt (H. XII. §. 9. Zus. 1.), so läßt sich aus der beobachteten mittäglichen Höhe der Sonne ihre Abweichung (H. XII. §. 6. Zus. III.), folglich auch vermöge des jetzigen Paragraphs ihre Standlänge schließen.

§. 5.

Aufgabe.

Aus der gegebenen Abweichung der Sonne, nebst der Schiefe der Ekliptik, soll die gerade Aufsteigung der Sonne gefunden werden.

Es sind nämlich gegeben A und CS, und es soll gefunden werden AC. Dieses geschiehet mittelst des Gleichverhältnisses

tang A:R:: tang CS: sin AC

Es sei z. B. CS = 17°44'13" und A = 23°28'0".

log R = 10,0000000
add. log tang 17°44'13" = 9,5049482

19,5049482
subtr. log. tang. 23°28'0" = 9,6376106

log. sin. AC = 9,8673376
daher AC = 47°27'28"

Zusatz I. Hier gilt die nämliche Zweideutigkeit, welche bei der vorhergehenden Aufgabe statt findet; nämlich die berechnete Aufsteigung bleibet entweder wie sie gefunden worden, oder sie wird von 180 Gräden abgezogen, oder zu denselben addiret, oder von 360° abgezogen.

Zusatz II. Vorausgesetzt, man habe die Schiefe der Ekliptik mit gehöriger Genauigkeit beobachtet (H. XII. §. 9. Zus. I.), so läßt sich mittelst dieser Aufgabe der Anfangspunkt des Aequators und der Ekliptik, oder der Frühlingspunkt weit genauer bestimmen, als oben (H. XII. §. 8. u. 9.) geschehen. Nämlich, nachdem man die Schiefe der Ekliptik bestimmet hat (H. XII. §. 9. Zus. I.), so beobachtet man die mittägliche Höhe der Sonne, schließt daraus ihre Abweichung (H. XII. §. 6. Zus. III.) und berechnet, wie eben gelehret worden, ihre gerade Aufsteigung. Diese subtrahiret man von 360^g, und den Rest verwandelt man in Zeittheile (H. XII. §. 8. Zus. IV.). Man stellet ein Fernrohr in der Höhe des Aequators und im Mittagskreise; man läßt seit dem Durchgange des Mittelpunktes der Sonne die gefundene Zeit verfließen, und bemerket dann die Stelle am Himmel wo die Axe des Fernrohrs hinzielet; diese ist der wahre Anfangspunkt des Aequators und der Ekliptik, welches man leicht begreifen wird, wenn man eine künstliche Himmelskugel bei der Hand hat. Den Durchgang des Mittelpunktes der Sonne durch den Meridian findet man, wenn man die Zeit des Durchganges beider Ränder der Sonne an der Uhr beobachtet, und das Mittel zwischen beiden Zeitpunkten nimmt; oder man nimmt die Dauer des Durchganges des Sonnen-Halbmessers zur Hülfe (H. VIII. §. 3.).

Zusatz III. Wenn man diesen Versuch in verschiedenen Jahreszeiten wiederholet und findet, daß der Frühlings-Punkt allemal wirklich auf denselbigen Punkt des Himmels trift: so beweiset dieses, daß die berechneten Aufsteigungen mit den beobachteten übereinstimmen; daß folglich die Hypothese, worauf die Rechnung beruhet, richtig ist; daß also die Ekliptik ein wirklicher Kreis, nicht etwa eine andere krumme Linie, und zwar ein größter Kreis der Kugel ist. Hierdurch und durch die Festsetzung des Anfangspunktes der Ekliptik, wie auch durch die Beobachtung ihrer Schiefe (H. XII. §. 9. Zus. I.), ist nun die Gestalt und Lage der Ekliptik genauer bestimmet als ohne alle Rechnung geschehen konnte (H. XII. §. 9.). Die kleine allmählige Veränderung des Frühlingspunktes kann hier füglich aus der Acht gelassen werden.

§. 6.

Aufgabe.

Aus der gegebenen Abweichung der Sonne nebst der Schiefe der Ekliptik, den Winkel finden, den die Ekliptik mit dem Aufsteigungskreise machet, der durch die Sonne gehet.

Nämlich es wird der Winkel ASC gesuchet, und dazu dienet die Proporzion (Einleitung Seite L.)

$$\text{Cos}\,CS : \text{Cos}\,A :: R : \text{sin}\,ASC$$

Es wäre überflüßig, ein Exempel herzusetzen; ein jeder kann es sich selbst machen. Wir wollen uns überhaupt bei den Aufgaben dieser Art nicht zu lange verweilen, und begnügen uns mit der folgenden allgemeinen Aufgabe.

§. 7.

Aufgabe.

Wenn von diesen fünf Dingen, Abweichung der Sonne, Aufsteigung derselben, Standlänge derselben, Schiefe der Ekliptik, Winkel der Ekliptik mit dem Aufsteigungskreise der durch die Sonne gehet, zwei gegeben sind, so soll eins der drei übrigen gefunden werden.

Diese Frage enthält zugleich die drei vorhergehenden Aufgaben, die zur Probe, ausführlicher abgehandelt worden sind; und alle übrigen Fälle der Auflösung eines rechtwinkeligen Dreiecks. Man nehme also seine Zuflucht zu den Formeln, die man in der Einleitung (Seite L und LI) findet. Der Gebrauch dieser Formeln wird noch leichter, wenn man auch die dort gezeichnete Figur beibehält, und unter BA, AC, BC die gerade Aufsteigung der Sonne, ihre Abweichung und ihre Standlänge verstehet; dann ist ∠CBA die Schiefe der Ekliptik und ∠BCA der Winkel, den sie mit dem Aufsteigungskreise der Sonne machet.

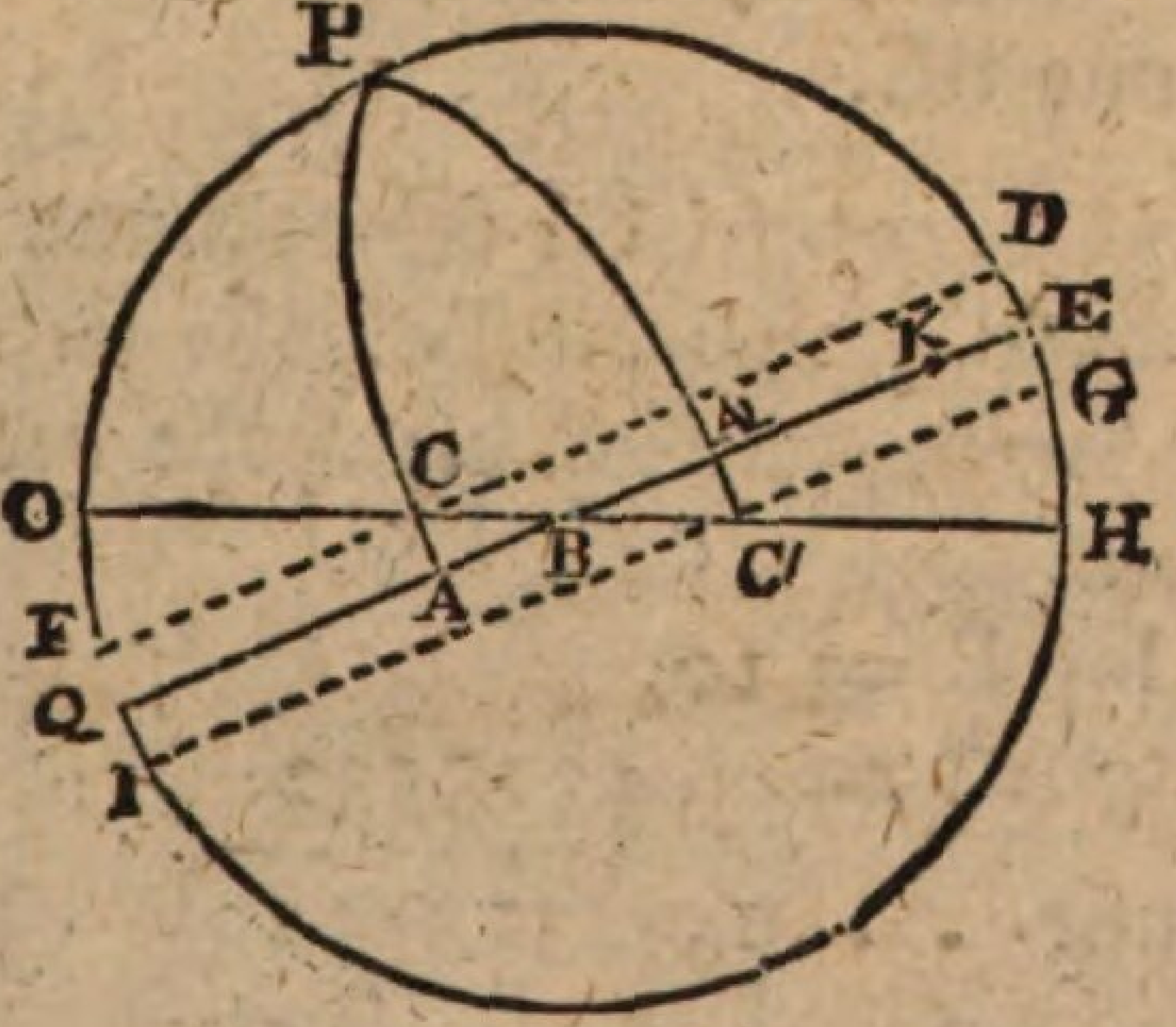
Zusatz I. Anstatt jedesmal neue Rechnungen anzustellen, pflegen die Astronomen die Auflösungen derjenigen Aufgaben die am häufigsten vorkommen, in Tabellen zu bringen. Z. B. Nachdem man aus der Schiefe der Ekliptik und der Standlänge der Sonne ihre Abweichung berechnet hat, und dieses für jeden Grad oder gar für jeden noch kleineren Theil der Ekliptik gethan hat, so macht man ein für allemal eine Tabelle von den Abweichungen der verschiedenen Punkte der Ekliptik. Die Formel zur Berechnung einer solchen Tabelle ist; R : sin AS :: sin A : sin CS. (Siehe die Formeln in der Einleitung Seite L und die Figur Seite 111.)

§. 8.

Aufgabe.

Mittelst der gegebenen Polhöhe und der Abweichung der Sonne, soll der Unterschied ihrer geraden und schiefen Aufsteigung, nebst der Aufgangsweite gefunden werden.

(Diese Figur stellet die konkave Fläche des östlichen halben Himmels vor.)



Es sei OPH der Mittagskreis, P der Pol, EQ der Gleicher, DF oder GI der Abweichungskreis worin die Sonne sich befindet, HO der Gesichtskreis. Man ziehe durch P und durch den Punkt C, oder C' wo DF oder GI den Horizont HO durchschneidet, den Aufsteigungsbogen PCA oder PA'C'. Wenn die Sonne sich im Kreise DF oder GI befindet, so gehet sie auf im Punkte C oder C'. Es sei nun ferner K der Anfangspunkt des Gleichers, so ist KA oder KA' die gerade Aufsteigung, KB aber die schiefe Aufsteigung; AB oder A'B ist der Unterschied beider Aufsteigungen, BC oder BC' ist die Aufgangsweite. Diese beiden Größen AB oder A'B und BC oder BC' sollen gefunden werden.

Es ist ABC oder A'BC' ein rechtwinkeliges kugelhaftes Dreieck. Darin ist gegeben AC oder A'C' als

 die

die jetzige Abweichung der Sonne, und der Winkel bei B als die Höhe des Gleichers oder das Komplement der Polhöhe; folglich lassen sich die übrigen Theile des Dreiecks bestimmen. Es ist nämlich (Einleitung, Seite LI.)

tang B : R : : tang AC : sin AB

und sin B : R : : sin AC : sin BC.

Wenn die Sonne in den südlichen Zeichen ist, setzet man A'C' statt AC, und dann kommen A'B und BC' statt AB und BC.

Zum Beispiel, es sei die Abweichung der Sonne $= 15^g 7' 33'' = AC$, und die Polhöhe sei wie hier in Berlin 52 31'45'', folglich die Höhe des Gleichers $37^g 28' 15'' = B$.

	log R =	10,	
add.	log tang AC =	9,4318532	
	Summe . .	19,4318532	
subtr.	log tang B =	9,8845226	
bleibet	. .	9,5473306	= log sin AB

daher $AB = 20^g 38' 56''$

Ferner	log R =	10,	
add.	log sin AC =	9,4165403	
		19,4165403	
subtr.	log sin B =	9,7841589	
bleibet	. .	9,6323814	= log sin BC.

folglich $BC = 25^g 23' 58''$

Zusatz I. Wenn man es nöthig hätte, so könnte man auch den Winkel C bestimmen, mittelst des Gleichverhältnisses (Einl. Seite LI.)

cos AC : cos B : : R : sin C

Zu-

Zusatz II. Der Unterschied der Niedersteigungen, nebst der Untergangsweite, werden eben so berechnet wie der Unterschied der Aufsteigung und die Aufgangs-Weite.

Zusatz III. Wenn der Unterschied der Aufsteigungen AB oder A′B gefunden worden, und wenn die gerade bekannt ist, so ist die schiefe KB gleich der geraden KA oder KA′, weniger oder mehr dem Unterschiede der Aufsteigungen AB oder A′B; nämlich wenn die Abweichung nördlich ist, so wird subtrahiret; wenn sie aber südlich ist, so wird addiret.

Zusatz IV. Das Azimuth HC oder HC′ ist gleich 90^{g} mehr oder weniger der berechneten Aufgangsweite BC oder BC′, je nachdem die Abweichung nördlich oder südlich ist.

Zusatz V. Der Unterschied der Niedersteigung, nebst der Untergangsweite geben auf eine ähnliche Art die gerade Niedersteigung und das Azimuth.

Zusatz VI. Das Dreieck ABC enthält hier die Abweichung AC, die Aufgangsweite BC, den Unterschied AB der Aufsteigungen, den Winkel B als Höhen des Aequators, und den Winkel C zwischen dem Horizont und dem Aufsteigungskreise PA. Wenn von diesen Größen zwei gegeben sind, so läßt sich jede der drei übrigen berechnen. (Einleitung, Seite L). Z. B. Aus der Abweichung AC und der Aufgangsweite BC läßt sich die Höhe des Aequators, und folglich die Polhöhe finden.

Zusatz VII. Es wurde bei der Auflösung angenommen, daß die Sonne während dem ganzen Tage die nämliche Abweichung behält, welches aber nicht ganz richtig ist. Die vorgeschriebene Rechnung ist also nur

als ein Ohngefähr anzusehen. Verlanget man mehr Genauigkeit, so muß man mittelst des beiläufig gefundenen Unterschiedes der geraden und schiefen Aufsteigung die Stunde des Sonnenaufgangs ebenfalls beiläufig berechnen. Aus dieser beiläufig bestimmten Stunde, und aus der heutigen und gestrigen mittäglichen Abweichung der Sonne, läßt sich ihre Abweichung beim Aufgehen viel genauer bestimmen, und dann kann man von neuem sowohl den Unterschied der geraden und schiefen Aufsteigung als auch die Aufgangsweite viel genauer berechnen, wie im folgenden Paragraph im dritten Zusatze gezeiget werden soll. Was hier vom Aufgange gesaget worden, gilt ebenfalls vom Untergange.

§. 9.

Aufgabe.

Es ist gegeben der Ort der Sonne in der Ekliptik am Mittage, nebst der Polhöhe und der Schiefe der Ekliptik; es soll für denselbigen Tag der Aufgang und der Untergang der Sonne berechnet werden.

Mittelst der gegebenen Schiefe der Ekliptik und des Ortes der Sonne oder der Standlänge derselben findet man ihre Abweichung (§. 7.). Mittelst dieser und der Polhöhe findet man den Unterschied der Aufsteigungen (§. 8.). Diesen addire man für die nördlichen Zeichen zu 90°, oder man subtrahire ihn davon für die südlichen. Was herauskommt verwandele man in Zeittheile, 24 Stunden auf 360° gerechnet, so bekommt man die halbe Tageslänge, und zugleich die Stunde und Minute da die Sonne untergehet. Man subtrahire die nämliche halbe Tageslänge von 12 Stunden,

den, so bekömmt man die Stunde und Minute da die Sonne aufgehet.

Denn, wenn die Sonne in C aufgehet (Seite 117.), so muß sie den Bogen CD ihres Tageskreises beschreiben, bis daß es Mittag wird, und dieser hat so viel Grade als der Bogen AE des Gleichers. Da nun die Sonne dem Scheine nach in 24 Stunden wahrer Zeit um die Erde herum gehet, und 360 Grade vom Meridian bis wieder dahin durchläuft, so verhalten sich 360^g zu den Graden des Bogens AB, wie 24 Stunden wahrer Zeit zu den Stunden und Stundentheilen, während welchen die Sonne den Bogen CD durchläuft, und diese Stunden und Stundentheile machen die halbe Dauer des Tages.

Im Sommer ist der Bogen $AE = EB + BA = 90^g + BA$, und im Winter ist $A'E = EB - BA' = 90^g - BA'$.

Zum Exempel, es sei der Ort der Sonne in der Ekliptik 10 Zeichen $17^g\ 13'$, das heißt: 317 Grad $13'$, so befindet sie sich im vierten Viertel der Ekliptik, und es fehlen noch $42^g\ 47'$ bis zum Ende der Ekliptik. Nun suche man erstlich die Abweichung vermöge der Aufgabe des §. 7. und der trigonometrischen Formeln der Einleitung (Seite L.). Die Schiefe der Ekliptik beträgt $23^g\ 28'$. Also ist im Dreiecke ABC (Einleitung, Seite L.), wo jetzt B das Ende der Ekliptik CB vorstellet, $CB = 42^g\ 47'$ und $\angle B = 23^g\ 28'$, und die Trigonometrie lehret, daß

$$R : \sin. BC :: \sin. B : \sin AC.$$

$$\log. \sin. B = \log. \sin. 23^g\ 28' = 9{,}6001181$$
$$\text{add. } \log. \sin. BC = \log. \sin. 42^g\ 47' = 9{,}8320155$$

$$\text{Summe } 19{,}4321336$$
$$\text{subt. } \log. R = 10$$

$$\text{bleibet } 9{,}4321336 = \log AC.$$

daher $AC = 15^g\, 42'$

Ich rechne, der Kürze wegen, bloß bis auf Minuten, ohne Sekunden.

Dieses AC ist, was in der Figur des 8ten Paragraphs (Seite 117.) mit A′C′ bezeichnet ist, nemlich die Abweichung der Sonne, die sich in den mittäglichen Zeichen befindet. Jetzt muß ferner gefunden werden A′B, oder der Unterschied der Aufsteigungen, und man hat

$$\text{tang } B : R :: \text{tang } AC' : \text{sin. } AB.$$

Hier ist $AC' = 15^g\, 42'$ und tang B, oder die Tangente der Höhe des Gleichers beträgt für Berlin 9,8845226, wie schon oben (Seite 118.) angeführet worden.

	log. R	= 10,0000000
add.	log. tang. $15^g\, 42'$	= 9,4488413
		19,4488413
subtr.	log. tang. B	= 9,8845226
bleibet	log. sin. A′B	= 9,5643187
daher	$A'B = 21^g\, 31'$	

Diese $21^g\, 31'$, subtrahire von 90^g, so bleiben $68^g\, 29'$, als der halbe Tagesbogen der Sonne; nun sage: 360 Grade geben 24 Stunden, was geben $68^g\, 29'$? Es kommen 4 Stunden 34 Minuten, als die halbe Dauer des Tages, und die Sonne geht unter um 4 Uhr 34 Minuten. Wenn man von 12 Stunden 4 Stunden und 34 Minuten subtrahiret, so bleiben 7 Stunden 26 Minuten, und diese zeigen an, daß die Sonne um 7 Uhr 26 Minuten aufgehet.

Zusatz I. Wenn man auf diese Art den Sonnen-Untergang für einen gewissen Tag und den Sonnen-Aufgang für den folgenden berechnet, so braucht man nur die Zeit des Untergangs von 12 Stunden abzuziehen, und zum Reste die Zeit des Aufgangs addiren, um die Dauer der Nacht zu bekommen. Indessen,

sen, wenn es auf Kleinigkeiten nicht ankommt, so braucht man nur die gefundene halbe Länge des Tages doppelt nehmen, um die ganze Länge zu bekommen, und dann diese von 24 Stunden zu subtrahiren, so giebt der Rest ohngefähr die Nachtlänge. Ich sage ohngefähr, denn da die Sonne am folgenden Morgen etwas früher oder später aufgehet als am vorhergehenden, so machet die Zeit von einem Sonnen-Aufgange zum andern entweder etwas weniger, oder etwas mehr als 24 Stunden; nur von einem Mittage zum andern, oder von einer Mitternacht zur andern, verfließen 24 richtige Stunden wahrer Zeit.

Zusatz II. Man findet in einigen Büchern, (z. B. in Wolfs Elementa matheseos universae, Tom III., Astronomie §. 213.), daß man, bei Verwandlung des halben Tagesbogens, in Zeit sagen soll: 360 Grad geben 23 Stunden 56 Minuten Sonnenzeit, was geben die Grade des halben Tagesbogens? Dieses Verfahren kann man aber unmöglich für richtig erkennen; denn es ist hier nur vom bloßen Scheine die Rede; der Weg, den die Sonne von einer Kulminazion zur andern zu machen scheinet, beträgt 360^g, und die Stunden, die in der Zwischenzeit verfließen, sind 24 Sonnenstunden, weder mehr noch weniger; also muß man in diesem Falle wirklich 24 volle Stunden auf 360^g rechnen.

Zusatz III. Bei der vorgeschriebenen Methode wird angenommen, daß die Sonne den ganzen Tag lang die nämliche Abweichung hat, welches aber nicht ganz richtig ist. (H. VIII. §. 5.). Will man die Veränderung der Abweichung mit in Anschlag bringen, so verfahre man folgender Weise.

Man suche fürs erste die halbe Tageslänge nur ohngefähr, es sei durch die eben jetzt gezeigte Methode, oder bloß mittelst der Himmelskugel (H. III. §. 11.).

Nun muß man aus den Ephemeriden oder durch andere Mittel wissen, um wie viel die Abweichung der Sonne sich seit dem gestrigen Mittage bis zum heutigen geändert hat. Wenn dieses bekannt ist, so sagt man 24 Stunden geben so oder so viel Unterschied in der Abweichung, was giebt die gefundene ohngefähre halbe Tageslänge? Was die Regeldetri hervorbringt, wird zur Abweichung des heutigen Mittags addiret oder davon subtrahiret, je nachdem die Abweichung im Abnehmen oder Zunehmen ist. Auf diese Art erhält man die Abweichung der Sonne zur Zeit ihres Aufgangs, bis auf eine unmerkliche Kleinigkeit, die daher rühret, daß man den Aufgang nur erst ohngefähr gefunden hatte. Mit dieser viel genaueren Abweichung AC oder A'C' (Seite 117.) verfährt man, wie eben jetzt gelehret worden, und erhält dadurch den Bogen CD oder AE in Graden, und daraus die Dauer des Vormittags, und wenn man diese von 12 abziehet, die Zeit des Sonnen-Aufgangs.

Auf eine ähnliche Art erhält man die Dauer des Nachmittags. Nämlich man suchet zu erfahren, um wie viel die Abweichung der Sonne sich vom heutigen bis zum morgenden Mittag verändert, und schließt daraus, wie groß diese Veränderung vom Mittage bis zur ohngefähr bekannten Stunde des Sonnen-Unterganges sein muß. Nun verfährt man ganz wie bei den Morgenstunden, indem man sich einbildet, die Sonne, anstatt vom Meridian bis zum Horizont herunter zu steigen, sei im Gegentheil, wie Vormittags vom Horizonte zum Meridian hinaufgestiegen. Auf diese Art erhält man die Dauer des Nachmittags, und zugleich die Zeit des Sonnen-Untergangs.

Diese Methode scheinet vorauszusetzen, daß die Sonne statt eines Bogens einer Schneckenlinie, Vormittags einen Kreisbogen und Nachmittag einen andern

dern in einer etwas veränderten Abweichung beschreibet. Allein dieses thut nichts zur Sache, indem es hier einerlei ist, die Sonne mag von ihrem Aufgange bis zu ihrem Untergange ihre Abweichung allmählig, oder zu Mittage plötzlich verändern.

Will man noch mehr Genauigkeit haben, so nehme man die jetzt schon näher bekannten Zeitpunkte des Auf- und Untergangs, und berechne wiederum für dieselben die Abweichung der Sonne; dann verfahre man mit dieser wiederum auf die nämliche Art, so kömmt die Dauer des Vor- und Nachmittags, folglich der Auf- und Untergang der Sonne noch genauer. Allein eine solche übertriebene Pünktlichkeit wäre hier sehr überflüssig, da für das gemeine Leben die erste Berechnung, bei welcher die bloße mittägliche Abweichung zu Grunde geleget wird, schon zureichend ist, und da der Sonnen-Auf- und Untergang nicht sonderlich von den Astronomen gebrauchet wird, um merkwürdige Folgerungen daraus zu ziehen.

§. 10.

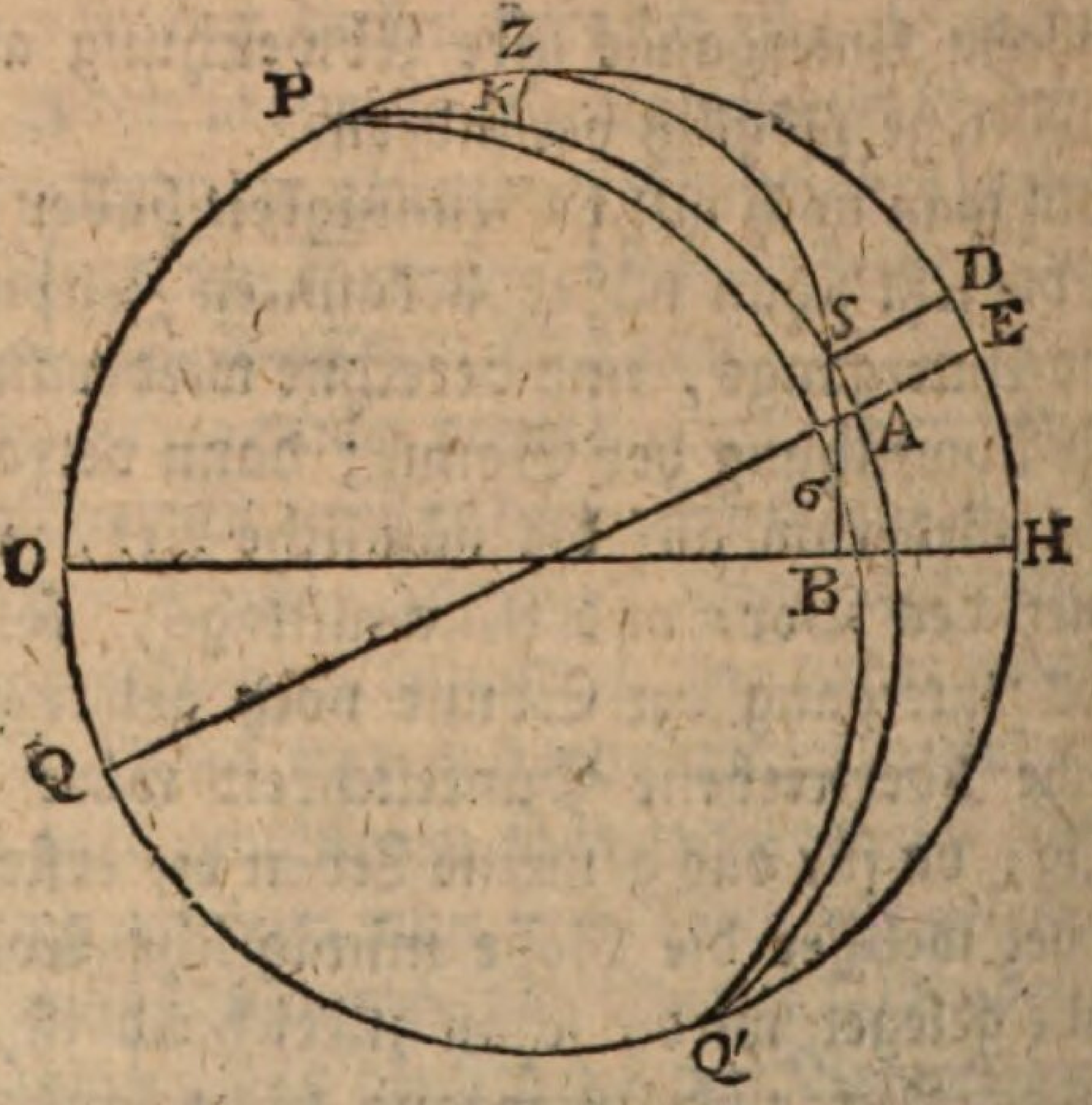
Aufgabe.

Mittelst der gegebenen Polhöhe und der Abweichung der Sonne soll ihre Standhöhe für eine beliebige Stunde und Minute des Tages gefunden werden.

Es sei HO der Gesichtskreis, EQ der Gleicher, P und Q beide Pole, Z der Zenith, S der Mittelpunkt der Sonne, PSAQ ihr Aufsteigungskreis, also AS ihre Abweichung, ZSB sei ihr Vertikalkreis, also BS ihre Höhe.

Im Dreiecke ZSP ist bekannt PZ als das Komplement der Polhöhe PO, PS als das Komplement der

Abweichung AS. Der Winkel ZPS oder EPA ist nichts anders als der Stundenwinkel (H. VIII. §. 4.), er



hat so viel Grade, als der Bogen EA des Gleichers, und wird gefunden, wenn man die Stunden und Minuten, die seit dem Mittage verflossen sind, oder die bis Mittag verfließen sollen, in Grade und Gradtheile verwandelt. Mittelst dieser drei bekannten Größen PZ, PS und ∠ ZPS oder EPA läßt sich ZS berechnen, und dessen Komplement PS ist die verlangte Höhe.

Vor der Ausführung der Rechnung ziehe in Gedanken oder in der That den Bogen ZK senkrecht gegen PS. Nun setze man in Gedanken A statt S, B statt P, C statt Z, D statt K; dann sind gegeben AB, BC und ∠B und es wird AC gesuchet, und wenn man die Formeln für diesen Fall aufsuchet (Einleitung, Seite LIII.) und wenn man wiederum die Buchstaben unserer Figur eintauschet, so hat man;

R : tang PZ : : Cos EPA : tang PK

SP — PK = SK

Cos PK : Cos SK : : Cos PZ : Cos ZS

und

und wann ZS gefunden worden, so ist die Höhe BS = 90° — ZS.

Wenn die Abweichung der Sonne südlich ist, z. B. wenn sie in ♎ ist, so ist die Rechnung die nämliche, außer daß die Seite P♎ des Dreiecks ZP♎ nicht 90° weniger der Abweichung, sondern 90° Grad mehr der Abweichung gleich ist.

Wenn die Sonne im Gleicher ist, so wird die Rechnung sehr einfach. Angenommen, es sei nicht EA, sondern DS ein Bogen des Gleichers, so ist der Meridian gegen diesen, wie gegen alle Tageskreise senkrecht (H. I. §. 12.). Also ist in D ein rechter Winkel. In der nämlichen Voraussetzung wäre DZ als Komplement der Höhe DH des Gleichers, der Polhöhe gleich; ferner: wenn man die gegebenen Stunden und Minuten in Grade verwandelt, so bekommt man den Bogen DS, und dadurch läßt sich die Hypotenuse ZS des rechtwinkeligen Dreiecks DZS finden. Diese von 90° abgezogen, giebt die Höhe BS.

Uebrigens setzen wir voraus, daß die Abweichung der Sonne für den Zeitpunkt selbst, auf welchen die Höhe sich beziehen soll, gegeben ist. Gemeiniglich ist sie nur für den Mittag gegeben, und wenn es nur auf ein ohngefähr ankömmt, so kann man sie für den ganzen Tag so behalten. Will man aber genauer rechnen, so muß man die Abweichung für den vorigen oder nachfolgenden Mittag haben, und dadurch erforschen, wie groß sie zur gegebenen Stunde ist, eben so, wie im IIIten Zusatze des vorigen Paragraphs.

Noch ist zu bemerken, daß auch hier bei der Verwandelung der Stunden in Grade 24 volle Stunden, nicht 23 und 56′ auf 360 Grade gerechnet werden müssen, und

zwar

zwar aus den nämlichen Gründen, die schon oben (§. 9. Zus. II.) angeführet worden.

Exempel. Man verlanget zu wissen, wie hoch die Sonne heute am 9ten Oktober 1795 Nachmittags um 3 Uhr 39 Minuten stehet.

Mittägliche Abw. der ☉ am 9ten $= 6^g\ 20'\ 34''$
" " " " " " " am 10ten $= 6^g\ 43'\ 24''$
Unterschied $= 22'\ 50''$

Da nun 24 Stunden $22'\ 50''$ geben, so geben 4 Stunden $3'\ 48''$. Dieses zu der heutigen mittäglichen Abweichung addiret, giebt $6^g\ 24'\ 22''$. Also $P\sigma = 90^g + 6^g\ 24'\ 22'' = 96^g\ 24'\ 22''$. Nun ist PZ für Berlin $= 37^g\ 28'\ 15''$. Ferner: um $\angle$ ZPS oder $\angle$ EPA zu finden, sage man: 24 Stunden geben 360^g, was geben 3 Stunden 39 Minuten, so kommen $54^g\ 45'$. Mit einem Worte im Dreiecke $ZP\sigma$ haben wir

$$P\sigma = 96^g\ 24'\ 22''$$
$$PZ = 37^g\ 28'\ 15''$$
$$\angle P = 54^g\ 45'$$

Wenn man nun die letzten Formeln (Seite 126.) anwendet, und mit Logarithmen rechnet, so bekommt die Rechnung folgende Gestalt:

$$\log \text{tang } PZ = 9{,}8845226$$
$$\log \cos EPA = 9{,}7612851$$
$$19{,}6458077$$
$$\log R = 10,$$
$$\log \text{tang } PK = 9{,}6458077$$
$$PK = 23^g\ 51'\ 51''$$
$$P\sigma = 96^g\ 24'\ 22''$$

folgl.

folgl. $K\sigma = 72^g\ 32'\ 31''$

$\text{Cos}\, K\sigma = 9{,}4771322$

$\text{Cos}\, PZ = 9{,}8996363$

$19{,}3767685$

$\text{Cos}\, PK = 9{,}9611872$

$\text{Cos}\, Z\sigma = 9{,}4155813$

$Z\sigma = 74^g\ 54'\ 30''$

Der Abstand der Sonne vom Zenith beträgt also $74^g\ 54'\ 30''$, folglich ihre Höhe $15^g\ 5'\ 30''$.

Anmerkung. Es wird vorausgesetzet, daß die Stunde in wahrer Zeit gegeben ist. Wäre sie in mittlerer Zeit gegeben, so müste diese erst in wahre verwandelt werden (H. VIII. §. 9.).

§. 11.

Aufgabe.

Aus der Höhe des Pols, der Abweichung der Sonne und ihrer Standhöhe, soll die Stunde des Tages gefunden werden.

Es sei wie im vorigen Paragraph (Seite 126.) HO der Horizont, HZO der Mittagskreis, EQ der Gleicher, Z der Zenith, P der Pol, S die Sonne, ZSB ein Scheitelkreis, der durch dieselbe gehet, PSA ein Aufsteigungskreis, der ebenfalls durch die Sonne gehet; so sind im Dreiecke SZP gegeben: PZ als die Ergänzung, oder das Komplement der Polhöhe OP, PS als die Ergänzung der Abweichung SA, ZS als die Ergänzung der Sonnenhöhe SB. Daraus läßt sich der Winkel ZPS oder EPA bestimmen, welcher in Graden dem Bogen EA des Aequators gleich ist. Wenn nun dieser Bogen oder jener Stundenwinkel im Zeittheile verwandelt wird, so erkennet man wie viel Stunden

und Minuten noch bis Mittag fehlen, oder wie viel deren seit Mittage schon verflossen sind.

Wenn die Abweichung der Sonne südlich ist, so ist Z♂ nicht wie ZS die Ergänzung der Abweichung, sondern Z♂ = 90° + der Abweichung.

Wenn die Sonne sich im Gleicher befindet, so sei jetzt DS ein Bogen des Gleichers; dann beträgt im Dreieck DZS, DZ, als Komplement der Gleichershöhe, so viel als die Polhöhe; ZS ist das Komplement der gegebenen Höhe SB, und in D ist ein rechter Winkel. Es läßt sich demnach der Winkel DZS finden, und dieser in Zeit verwandelt, giebt wie vorher die Zeit, die bis zum Mittage noch verfließen soll, oder die seit Mittag verflossen ist.

Eigentlich müßte die Abweichung der Sonne für den Zeitpunkt der Beobachtung gegeben seyn, allein dieser soll noch erst gefunden werden. Folglich wird man fürs erste die Abweichung so annehmen müssen, wie sie am Mittage desselbigen Tages ist, und wie man sie in den Ephemeriden oder astronomischen Kalendern findet. Verlanget man mehr Genauigkeit, so kann man nach geschehener Rechnung, und nachdem die Tagesstunde schon beinahe gefunden ist, die Abweichung für diese Stunde suchen, wie im §. 9. (Seite 124.) geschehen ist. Dann fängt man mit der verbesserten Abweichung die Rechnung von vorne wieder an.

Bei der Verwandelung des Stundenwinkels in Zeit sagt man: 360 Grad geben 24 Sonnenstunden, nicht 23 Stunden und 56 Minuten, was geben die Grade des Stundenwinkels? Hiervon ist die Ursache oben angegeben worden. (Seite 123.)

Exempel.

Exempel. Es ist die Frage: was es heute am 11ten Oktober 1795 Vormittags an der Zeit ist, wenn die Sonne 24 Grad über dem Horizont stehet. Nach den Ephemeriden ist heute Mittag die Abweichung der Sonne = $7^g\ 6'\ 9''$ südlich.

Es ist folglich in der vorigen Figur

$ZP = 37^g\ 28'$

$Z\sigma = 66^g$

$P\sigma = 97^g\ 6'$

Wir wollen hier fürs erste nicht scharf rechnen, da es nur auf die beyläufige Bestimmung des Stundenwinkels ankommt, um daraus für den Augenblick der Beobachtung die Abweichung der Sonne herleiten zu können. Man lasse den Bogen ZK senkrecht auf $P\sigma$ herab, und bestimme zuförderst KP durch die Proportion:

$$\text{Cot}\ \tfrac{1}{2}(Z\sigma + ZP) : \text{tang}\ \tfrac{1}{2}(Z\sigma - ZP) :: \text{Cot.}\ \tfrac{1}{2}\,\sigma P : \text{tang}\ \tfrac{1}{2}(K\sigma - KP)$$

(siehe die folgende Anmerkung.)

$\tfrac{1}{2}(Z\sigma + ZP) = 51^g\ 44'$

$\tfrac{1}{2}(Z\sigma - ZP) = 14^g\ 16'$

$\tfrac{1}{2}\,\sigma P = 48^g\ 33'$

Wenn wir mit Logarithmen rechnen, so stehet die Rechnung also:

$$\begin{array}{rl} \log \text{Tang}\ 14^g\ 16' = & 9'4053076 \\ \text{Log Cot}\ 48^g\ 33' = & 9'9460447 \\ \hline & 19'3513523 \\ \text{Log Cot}\ 51^g\ 44' = & 9'8969714 \\ \hline \text{Log tang}\ \tfrac{1}{2}(K\sigma - KP) = & 9'4543809 \\ = \log \text{tang}\ 15^g\ 53'. & \end{array}$$

Da nun $\tfrac{1}{2}(\sigma K + KP) = 48^g\ 33'$

und $\tfrac{1}{2}(\sigma K - KP) = 15^g\ 53'$

so ist KP, der kleinere Bogen, $= 32^g\ 40'$

 In

In dem rechtwinkelichten Dreiecke ZPK ist nun ferner:

$$\text{Tang ZP : Tang KP :: r : Cos P}$$

Log Tang KP = 9,8069714
Log r = 10,

19,8069714
Log Tang ZP = 9,8844572

Log Cos P = 9,9225142 =
Log Cos 33^g 13′

Der Stundenwinkel P beträgt also 33^g 13′ oder 2 Stunden 13′ in Zeit.

Durch diese vorläufige Rechnung sind wir nun im Stande, die Abweichung der Sonne für den Augenblick, da sie den 11ten October Vormittags 24^g hoch steht, genauer zu bestimmen.

Es ist nehmlich die Abweichung der Sonne
den 10ten October Mittags 6^g 43′ 24″
den 11ten — — — 7 6 9

Unterschied 22′ 45″

Da nun 24 Stunden geben 22′ 45″, so geben 2 Stunden 13′, 2′ 6″. Zieht man diese 2′ 6″ von 7^g 6′ 9″ ab, so erhält man 7^g 4′ 3″, als die gesuchte Abweichung.

Nunmehr wollen wir dieselbe Rechnung noch einmal vornehmen und ein schärferes Resultat suchen:

$$ZP = 37^g\,28'\,15''$$
$$Z\sigma = 66^g$$
$$P\sigma = 97^g\,4'\,3''$$
$$\tfrac{1}{2}(Z\sigma + ZP) = 51^g\,44'\,8''$$
$$\tfrac{1}{2}(Z\sigma - ZP) = 14^g\,15'\,53''$$
$$\tfrac{1}{2}P\sigma = 48^g\,32'\,2''$$

Log tang 14^g 15′ 53″ = 9,4052459
Log Cot 48^g 32′ 2″ = 9,9462908

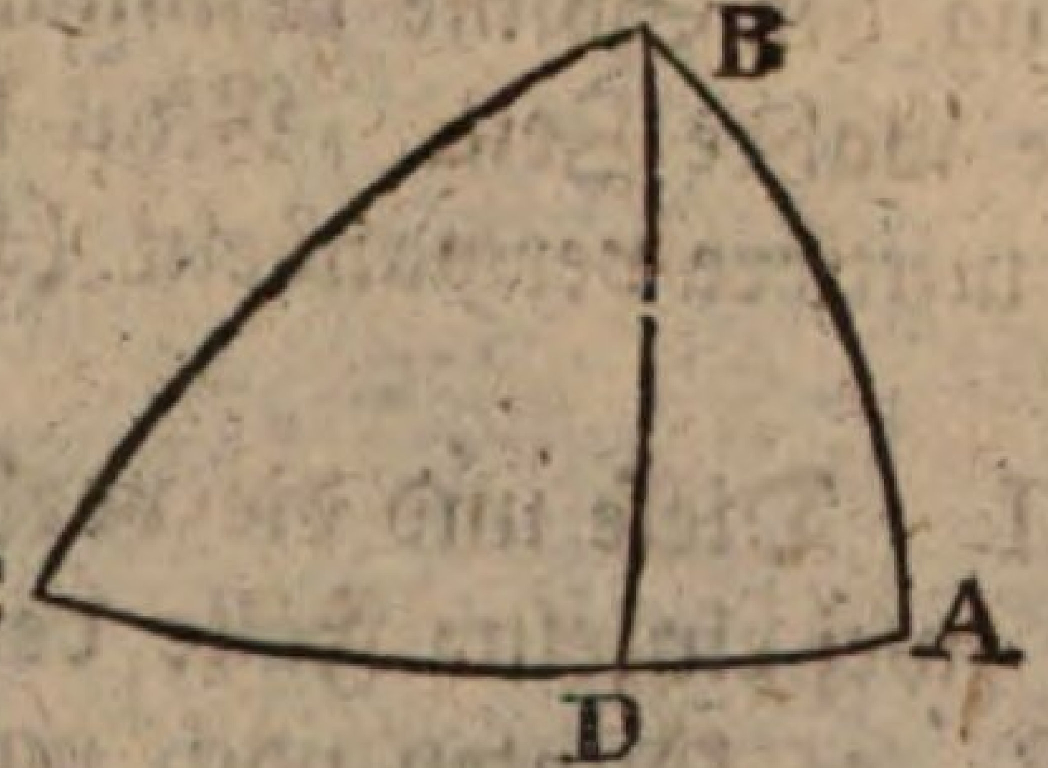
19,3515367

Log.

$$\begin{array}{rl} & 19,3515367 \\ \log \cot 51^g\, 44'\, 8'' = & 9,8969368 \\ \hline & 9,4545999 \\ & = \log \text{tang } 15^g\, 53'\, 57'' \\ \text{Also } \tfrac{1}{2} (\sigma K - KP) = & 15^g\, 53'\, 57'' \\ \text{Da nun } \tfrac{1}{2} (\sigma K + KP = & 48\;\; 32\;\;\; 2 \\ \hline \text{so ist } KP = & 32^g\, 38'\;\; 5'' \\ \hline \log \text{tang } 32^g\, 38'\, 5'' = & 9,8064383 \\ \log r = & 10, \\ \hline & 19,8064383 \\ \log \text{tang } 37^g\, 28'\, 15'' = & 9,8845226 \\ \hline \log \cos P = & 9,9219157 \\ & = \log \cos 33^g\, 20'\, 18'' \end{array}$$

Dieser Stundenwinkel in Zeit verwandelt giebt 2 Stunden 13′ 21″, welche, von 12 Uhr abgezogen, 9 Uhr 46′ 39″, als die verlangte Zeit, geben.

Anmerkung I. Die erste Proportion, nach welcher hier gerechnet worden, läßt sich folgendermaßen erweisen:



steht BD senkrecht auf AC, so ist (selbstl. Geometer Th. II. S. 307.)

$$\text{Cos AB} : \text{Cos BC} = \text{Cos AD} : \text{Cos DC}.$$

daher:

$$(\text{Cos AB} + \text{Cos BC}) : (\text{Cos. BC} - \text{Cos. AB}) :: (\text{Cos AD} + \text{Cos DC}) : (\text{Cos DC} - \text{Cos AD})$$

 oder:

oder:

$$\frac{\text{Cos}\,AB + \text{Cos}\,BC}{\text{Cos}\,BC - \text{Cos}.\,AB} = \frac{\text{Cos}\,AD + \text{Cos}\,DC}{\text{Cos}\,DC - \text{Cos}\,AD}$$

oder: (Einleitung, S. XLIV.)

$\text{Cot}\,\frac{1}{2}(AB + BC) \times \text{Cot}\,\frac{1}{2}(AB - BC) = \text{Cot}\,\frac{1}{2}(AD + DC) \times \text{Cot}\,\frac{1}{2}(AD - DC)$

oder: da $\text{Cotang} = \frac{1}{\text{tang}}$, und $AD + DC = AC$

$$\frac{\text{Cot}\,\frac{1}{2}(AB + BC)}{\text{tang}\,\frac{1}{2}(AB - BC)} = \frac{\text{Cot}\,\frac{1}{2}\,AC}{\text{tang}\,\frac{1}{2}(AD - DC)}$$

oder:

$\text{Cot}\,\frac{1}{2}(AB + BC) : \text{tang}\,\frac{1}{2}(AB - BC) :: \text{Cot}\,\frac{1}{2}\,AC : \text{tang}\,\frac{1}{2}(AD - DC)$

Man hat zwar für den Fall, wo die drei Seiten eines Dreiecks gegeben sind und ein Winkel gesuchet wird, eine andere Formel (Einleitung, Seite LIII). Allein die praktischen Mathematiker pflegen die jezt bewiesene für bequemer zu halten, weswegen ich sie auch hier gebrauchet und erläutert habe.

Anmerkung II. Da die Zeit hier durch die scheinbare Bewegung der Sonne bestimmet wird, so ist es allemal die wahre Zeit. Man kann sie, wenn man will, in mittlere verwandeln (H. VIII. §. 9.).

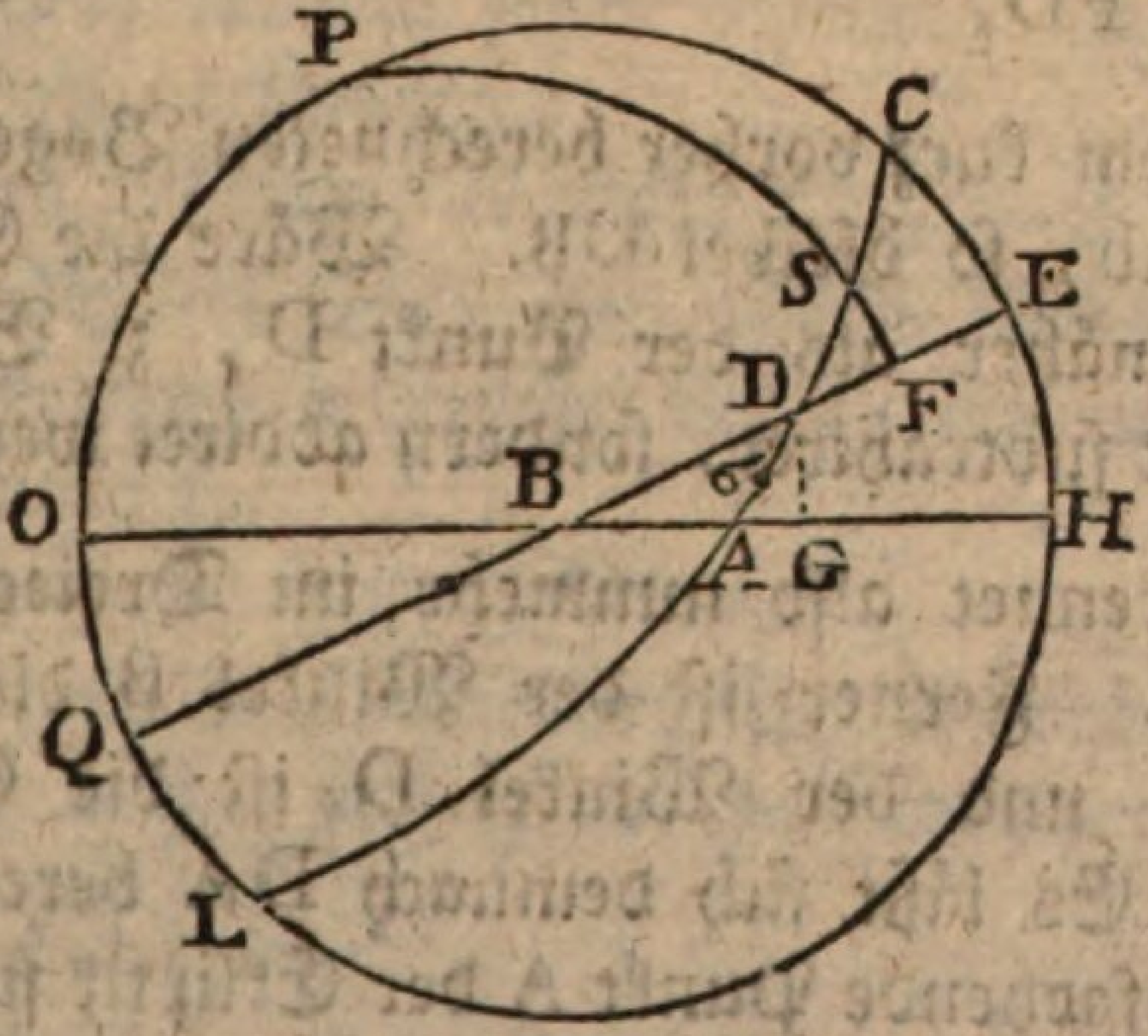
Anmerkung III. Diese und die vorhergehende Aufgabe sind nur zwei einzelne Fälle der Auflösung des Dreiecks SZP, es könnten noch mehrere derselben zu astronomischen Aufgaben Anlaß geben. Z. B. Es sei gegeben ZP (dem Komplemente der Polhöhe gleich), ZS (dem Komplemente der Sonnenhöhe gleich), nebst dem Winkel SZP oder dessen Supplement HZB (= dem Azimuth der Sonne), so läßt sich daraus PS und folglich die Abweichung SA finden.

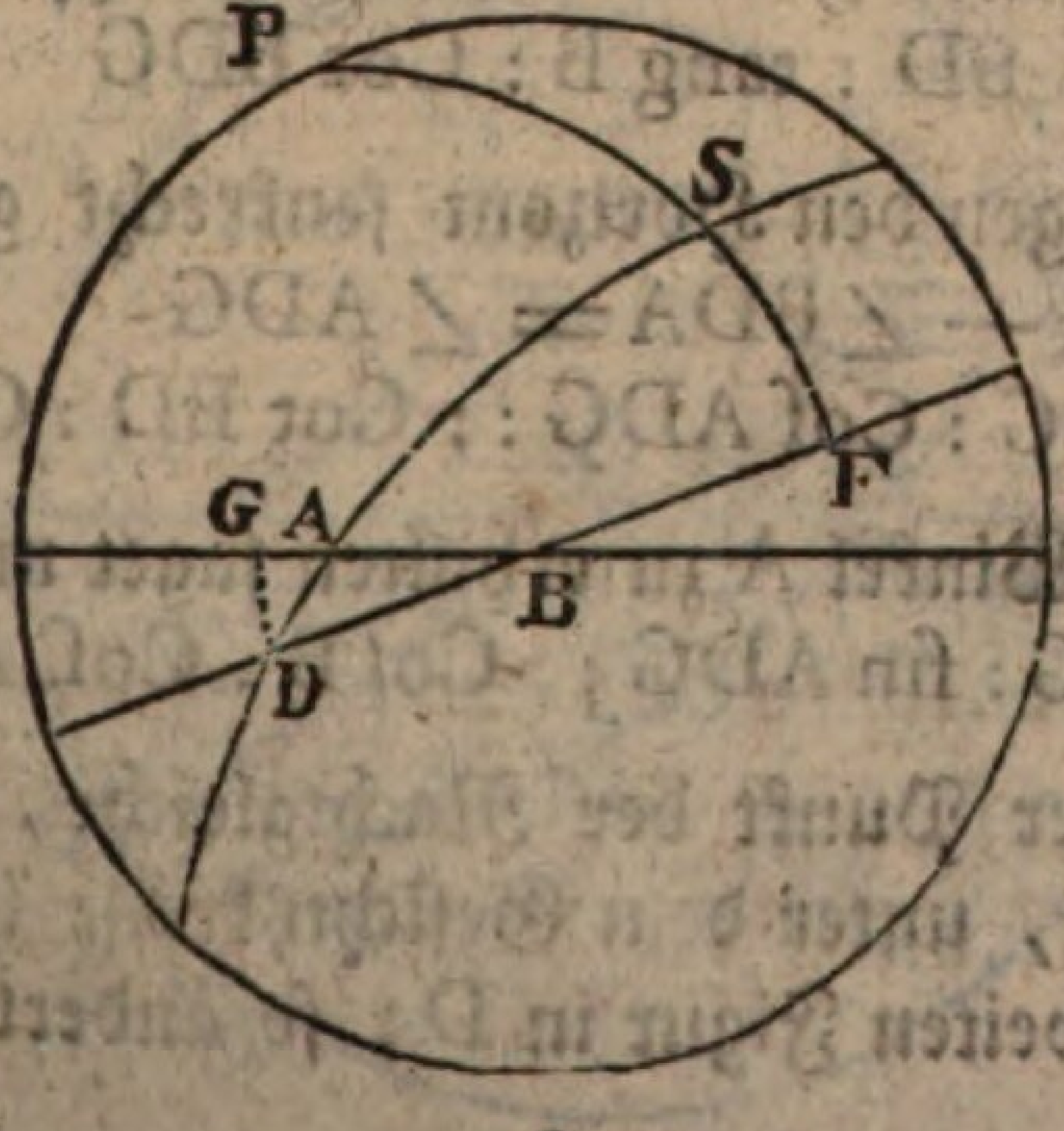
den. Allein, weil dergleichen Aufgaben selten oder gar nicht gebrauchet werden, so läßt man sie lieber aus einem Lehrbuche weg.

§. 12.

Aufgabe.

Mittelst der gegebenen geraden Aufsteigung der Sonne, nebst der Höhe des Gleichers und der Schiefe der Ekliptik, soll der in einem gegebenen Zeitpunkte aufgehende Punkt der Ekliptik gefunden werden, nebst dem Winkel den die Ekliptik zur selbigen Zeit mit dem Horizonte machet.





Die Figuren stellen die konkave Fläche des östlichen Himmels vor. Es ist CHLOC der Mittagskreis, HO der Gesichtskreis, EQ der Gleicher, CAL die Ekliptik oder Sonnenbahn, P der Pol, S der Mittelpunkt der Sonne, PSF der Aufsteigungskreis der durch die Sonne gehet.

Man zähle, wie viel Stunden und Stundentheile noch bis Mittag verfließen, und verwandele sie in einen Bogen des Gleichers (Seite 10 .), so bekömmt man den Bogen EF, folglich auch dessen Komplement FB.

Die gerade Aufsteigung der Sonne giebt ihre Entfernung vom Punkte D der Nachtgleiche; das heißt, den Bogen FD.

Von dem kurz vorher berechneten Bogen FB ziehe man FD ab, so bleibet DB. Wäre die Sonne dem Horizonte näher als der Punkt D, z. B. in ᵋ, so müßte nicht subtrahiret, sondern addiret werden.

Man kennet also nunmehr im Dreieck DBA die Seite DB. Ferner ist der Winkel B die Höhe des Gleichers, und der Winkel D ist die Schiefe der Ekliptik. Es läßt sich demnach DA berechnen, und also der aufgehende Punkt A der Ekliptik finden. Dazu dienen folgende Formeln (Einleitung, Seite LIII.):

R : Cos BD : tang B : Cot BDG

indem DG gegen den Horizont senkrecht gezogen wird.

$\angle$ BDG — $\angle$ BDA = $\angle$ ADG

Cos BDG : Cos ADG : : Cot BD : Cot AD

Um den Winkel A zu erhalten saget man:

sin BDG : sin ADG : : Cos B . Cos A.

Wenn der Punkt der Nachtgleiche, welcher der Sonne folget, unter dem Gesichtskreise ist, zum Beispiel in der zweiten Figur in D; so ändert dieses weiter nichts

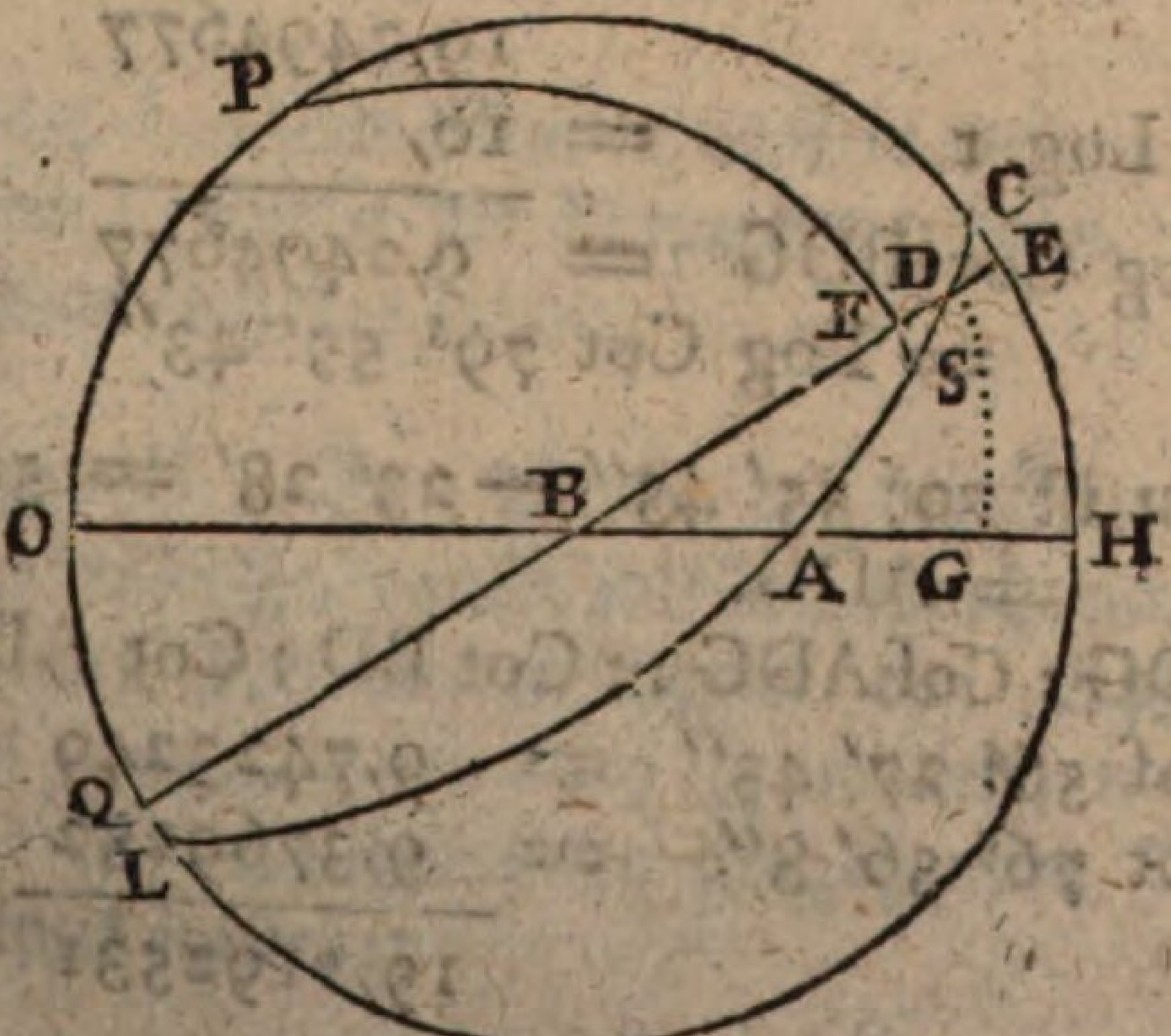
nichts in der Rechnung, als daß man nicht FD von FB, sondern FB von FD abziehen muß, um BD zu bekommen.

Wenn die gegebene Stunde eine Nachmittagsstunde ist, so wird es am bequemsten sein, auf eine ganz ähnliche Art den untergehenden Punkt der Ekliptik zu suchen. Man zähle in der Ekliptik 180 Grade vorwärts oder rückwärts, so bekömmt man den aufgehenden Punkt.

Wenn jemand fürchtet, sich in den verschiedenen vorkommenden Fällen zu verwirren, so nehme er die Himmelskugel zur Hand und stelle sie für die jetzige Stunde, dann wird er die Lage des zu berechnenden Dreiecks ganz deutlich sehen können. Ein Exempel wird die Sache erläutern.

Es wird gefraget, was für ein Punkt der Ekliptik am 11ten Oktober 1795 um 10 Uhr Vormittags aufgehet, und welchen Winkel die Ekliptik jezt mit dem Horizonte machet.

Da für diesen Fall die Abweichung der Sonne südlich ist, und der Herbstäquinoctialpunkt nicht weit hinter ihr westlich liegt, so hat das zu berechnende Dreieck folgende Lage:



Der Himmel ist hier wiederum konkav vorgestellet. S ist der Ort der Sonne, D der Herbstäquinoctialpunkt, DF die gerade Aufsteigung der Sonne weniger 180^g, und DAB das zu berechnende Dreieck.

Die Zeit, für welche gerechnet wird, ist 10 Uhr Vormittags; also EF ein Bogen von 30^g, und FB von 60^g.

Die gerade Aufsteigung der Sonne ist:

Mittags den 10ten October	195^g	45′	24″
— — 11ten —	196	40	45
Unterschied . .		55′	21″

Da also 24 Stunden geben 55′ 21″, so geben 2 Stunden einen Unterschied von 4′ 37″. Diese 4′ 37″ von 196^g 40′ 45″ abgezogen, geben 196^g 36′ 8″, als die gerade Aufsteigung der Summe um 10 Uhr Vormittags den 11. October 1795.

DF ist also $196^g\,36'\,8'' - 180^g = 16^g\,36'\,8''$
und $DF + FB = 16^g\,36'\,8'' + 60^g = 76^g\,36'\,8''$
$= BD$

r : Cos BD :: Tang ABD : Cot BDG

$$\text{Log Cos } 76^g\,36'\,8'' = 9{,}3649451$$
$$\text{Log Tang } 37^g\,28'\,15'' = 9{,}8845226$$
$$19{,}2494677$$
$$\text{Log r} = 10{,}$$
$$\text{Log Cot BDG} = 9{,}2494677$$
$$= \text{Log Cot } 79^g\,55'\,43''$$

Nun ist $79^g\,55'\,43'' - 23^g\,28' = 56^g\,27'\,43''$
$= ADG.$

Cos BDG : Cos ADG :: Cot BD : Cot AD.

$$\text{Log Cos } 56^g\,27'\,43'' = 9{,}7423249$$
$$\text{Log Cot } 76^g\,36'\,8'' = 9{,}3769282$$
$$19{,}1192531$$

Log

$$\begin{array}{rcl} & & 19,1192531 \\ \text{Log Cos } 79^g\ 55'\ 43'' & = & 9,2427278 \\ \hline \text{Log Cot AD} & = & 9,8765253 \\ & = & \text{Cot } 53^g\ 2'\ 14'' \end{array}$$

Also geht den 11ten October Vormittags um 10 Uhr ein Punkt der Ekliptik auf, welcher um $53^g\ 2'\ 14''$ vom Herbstäquinoctialpunkt entfernt liegt, oder der 24ste Grad des 8ten Zeichens.

Es ist nun noch übrig, den Winkel zu berechnen, den die Ekliptik mit dem Horizont machet.

Daß hierbei die Proportion

$$\sin BDG : \sin ADG :: \text{Cos } B : \text{Cos } A$$

gebraucht werde, ist schon gesagt worden.

Wird mit Logarithmen gerechnet, so steht die Rechnung also:

$$\begin{array}{rcl} \text{Log sin } 56^g\ 27'\ 43'' & = & 9,9209155 \\ \text{Log Cos } 37^g\ 28'\ 15'' & = & 9,8996363 \\ \hline & & 19,8205518 \\ \text{Log sin } 79^g\ 55'\ 43'' & = & 9,9932559 \\ \hline \text{Log Cos A} & = & 9,8272959 \\ & = & \text{Log Cos } 47^g\ 47'\ 14'' \end{array}$$

Dies ist der verlangte Winkel.

Anmerkung I. Die Stunde muß in wahrer Zeit gegeben sein (Siehe die Anmerkung bei §. 10. und die 2te Anm. bei §. 11.).

Anmerkung II. Den Winkel den die Ekliptik in einem gegebenen Zeitpunkte mit dem Horizonte machet, pfleget man der Kürze wegen den Aufgangs-Winkel (angulus orientis) zu nennen, weil er der nämliche ist, welcher beim aufgehenden Punkte A der Ekliptik entstehet.

Da

Da die Ekliptik ein größter Kreis ist, so halbiret sie allemal den Horizont, und wenn man von ihrem aufgehenden Punkte 90 Grade aufwärts zählet, so hat man ihren höchsten Punkt am Himmel, den man kurz weg den Neunzigsten (nonagesimus) nennet. Wenn man durch die Pole der Ekliptik und durch den Neunzigsten einen Längenkreis ziehet, so liegt ein Bogen desselben zwischen dem Neunzigsten und dem Horizonte, und zeiget in Graden die Höhe dieses Neunzigsten. Ein solcher Bogen hat eben so viel Grade als der Aufgangs-Winkel; denn beide zeigen die Neigung der Ekliptik gegen den Horizont. Dieses alles wird man leicht einsehen, wenn man sich in Gedanken statt der Ekliptik den Aequator vorstellet, statt der Pole der Ekliptik die Weltpole, statt der Neigung der Ekliptik gegen den Horizont, die Höhe des Aequators; nur mit dem Unterschiede, daß die Lage der Ekliptik sich jeden Augenblick verändert, während daß der Gleicher in seiner Lage bleibet. Der gedachte Bogen, der durch den Neunzigsten und durch die Pole der Ekliptik gezogen wird, gehet auch zugleich durch die Pole des Horizonts, das ist durch den Zenith und den Nadir, eben so wie der Meridian, der durch den 90sten Grad des Aequators vom Horizonte gerechnet, und durch die Pole des Aequators oder die Weltpole gehet, zugleich durch den Zenith und Nadir gehet. Mit Hülfe der künstlichen Himmelskugel wird man dieses alles noch deutlicher einsehen.

Vier-

Vierzehntes Hauptstück.

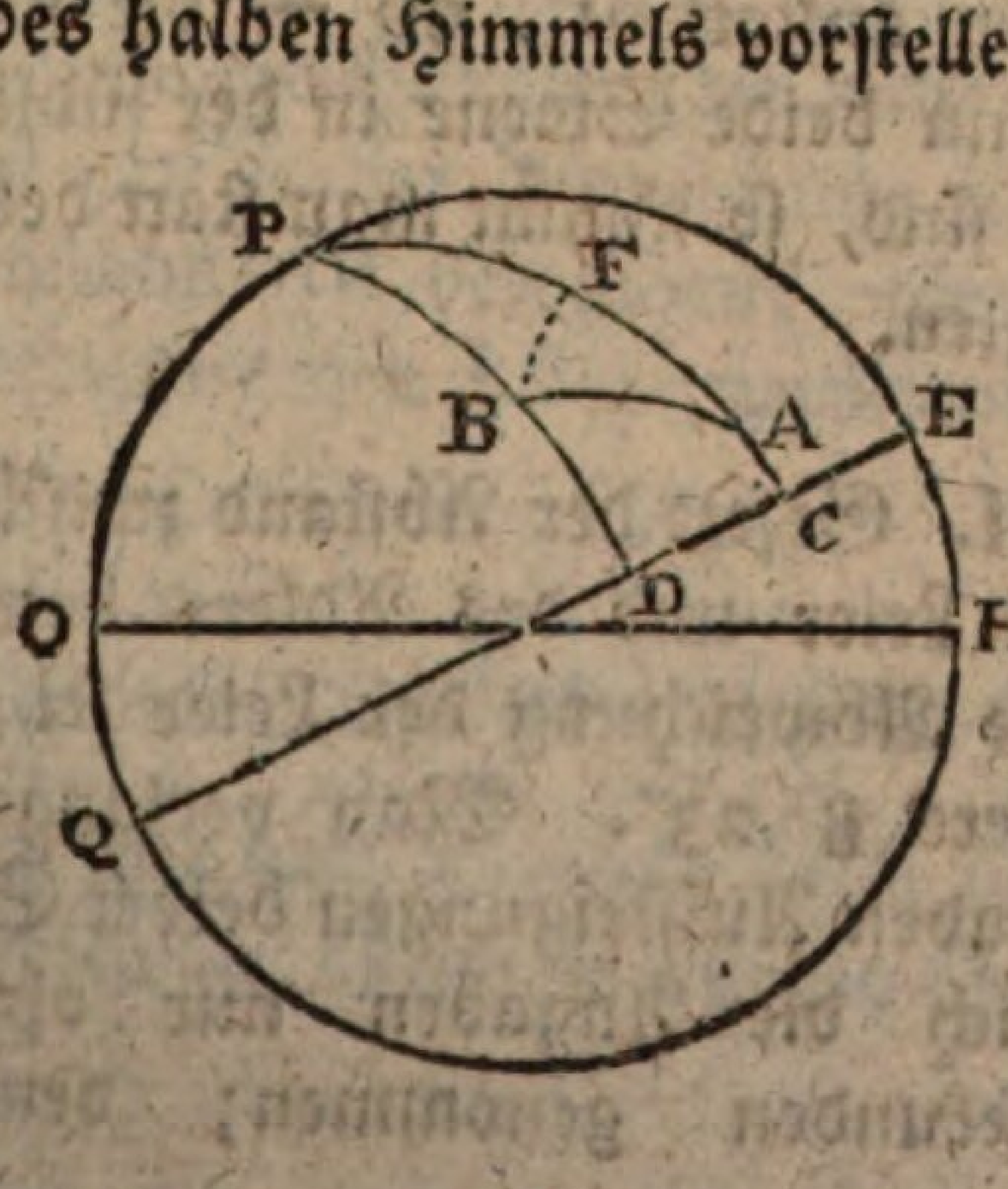
Trigonometrische Aufgaben, die sich auf die Fixsterne beziehen.

§. 1.

Aufgabe.

Es ist der Abstand zweier Sterne von einander gegeben, nebst ihren Abweichungen; es soll der Unterschied ihrer geraden Aufsteigungen gefunden werden.

(Der Leser wird ein für allemal gewarnet, daß die Figuren in diesem Hauptstücke allemal die konkave Fläche des halben Himmels vorstellen.)



Es

Es sei HO der Gesichtskreis, EQ der Gleicher, P der Pol; es seien A und B zwei Sterne, AB deren gegebener Abstand; AC, DB deren gegebene Abweichungen; CP, DP deren Aufsteigungskreise.

Im Dreiecke APB ist AP = 90^g — AC, BP = 90^g — DB, und AB ist gegeben; also läßt sich der Winkel APB berechnen, und dieser ist gleich in Graden dem Bogen CD des Gleichers, das heißt, dem Unterschiede der Aufsteigungen.

Die Regel zur Berechnung des Winkels APB ist folgende:

$$\sin AP \times \sin BP$$
$$: \sin (\tfrac{1}{2} AB + \tfrac{1}{2} BP - \tfrac{1}{2} AP) \times \sin (\tfrac{1}{2} AP + \tfrac{1}{2} AB - \tfrac{1}{2} BP)$$
$$:: R^2$$
$$: (\sin \tfrac{1}{2} P)^2$$

(Siehe die Einleitung, Seite LIII.) Uebrigens verursachet die verschiedene Lage der Sterne kleine Veränderungen in der Rechnung. Z. B. Wenn der Stern A im Gleicher befindlich ist, so wird die Seite AP = 90^g. Wenn der Stern B jenseit des Gleichers läge, so bekäme man anstatt BP, 90^g + die südliche Abweichung. Wenn beide Sterne in der südlichen Halbkugel befindlich sind, so nimmt man statt des Poles P den entgegengesezten.

Exempel. Gesezt der Abstand zwischen den hellen Sternen der Leier und des Adlers betrage 34^g 37′. Die nördliche Abweichung der Leier sei 38^g 40′, und jene des Adlers 8^g 23′. Man verlanget den Unterschied der geraden Aufsteigungen beider Sterne. Uebrigens habe ich die Angaben nur ohngefähr und ohne Gradsekunden genommen; denn bei einer blo-

bloßen Uebung im Rechnen wird eben keine Genauigkeit in den gegebenen Größen erfordert.

Es ist also $AP = 81^g\ 37'$
$AB = 34^g\ 37'$
und $BP = 51^g\ 20'$

Setzt man diese Werthe in obige Gleichung, so hat man:

$$\sin 81^g\ 37' \times \sin 51^g\ 20' : \sin 2^g\ 10' \times \sin 32^g\ 27' :: 1 : (\sin \tfrac{1}{2} P)^2$$

folglich

$$(\sin \tfrac{1}{2} P)^2 = \frac{0{,}0378065 \times 0{,}5365634}{0{,}9893147 \times 0{,}7807940} = 0{,}02626\text{-}1323365$$

und

$$\sin \tfrac{1}{2} P = \sqrt{0{,}026261323365} = 0{,}1620534 = \sin 9^g\ 20'.$$

P beträgt also $18^g\ 40'$.

Zusatz I. Wenn die Abweichungen und geraden Aufsteigungen zweier Sterne gegeben sind, so läßt sich dadurch ihr Abstand finden. Denn in diesem Falle hat man CD und den Winkel, als den Unterschied der geraden Aufsteigungen; ferner AP und BP als die Komplemente der Abweichungen (wo nicht einer dieser Bögen gleich ist $90^g +$ der Abweichung.). Daraus läßt sich der Abstand AB berechnen; nämlich es ist, nachdem BE senkrecht gegen AP gezogen worden,

$R : \text{tang } BP :: \text{Cos } P : \text{tang } PE$
$AP - PE = AE$
$\text{Cos } PE : \text{Cos } AE :: \text{Cos } BP : \text{Cos } AB$

Es ließen sich aus dem Dreiecke APB noch mehrere Aufgaben entwickeln, allein sie würden ohne Nutzen sein.

Zu-

Zusatz II. Will man die Rechnung mit der Erfahrung vergleichen, so beobachte man, wie oben (H. XII. §. 8.) vorgeschrieben worden, die Unterschiede der geraden Aufsteigungen. Oder man bediene sich folgender Methode um nicht nur die Unterschiede der geraden Aufsteigungen, sondern diese Aufsteigungen selbst zu bekommen. Gesezt es sei die gerade Aufsteigung der Sonne für den heutigen Mittag bekannt, oder sie werde aus ihrer Abweichung (H. XIII. §. 5.), diese aber aus ihrer Höhe (H. XII. §. 6. Zus. III.) berechnet. Im Augenblicke da die Sonne durch den Meridian gehet, beobachte man was eine nach der Sternzeit gehende Uhr zeiget; wann nun die Nacht gekommen ist, so beobachte man an derselbigen Uhr die Kulminazionen so vieler Sterne als man will. Wenn man die an der Uhr seit Mittag verflossenen Stunden und Stundentheile in Grade des Gleichers verwandelt, 24 Stunden auf 360 Grad gerechnet, so hat man die geraden Aufsteigungen der Sterne, woraus man sehr leicht die Unterschiede der geraden Aufsteigungen finden kann.

Hat man keine nach der Sternzeit gestellte Uhr, so gebrauche man eine die nach der mittleren Sonnenzeit gehet, und verwandele solche Zeit in Sternzeit (H. VIII. §. 11.). Daß hier nach Sternzeit muß gerechnet werden, ist begreiflich, weil hier die Sonne als ein unbeweglicher Stern betrachtet wird, oder wenigstens ihre Bewegung gar nicht in Anschlag kommt.

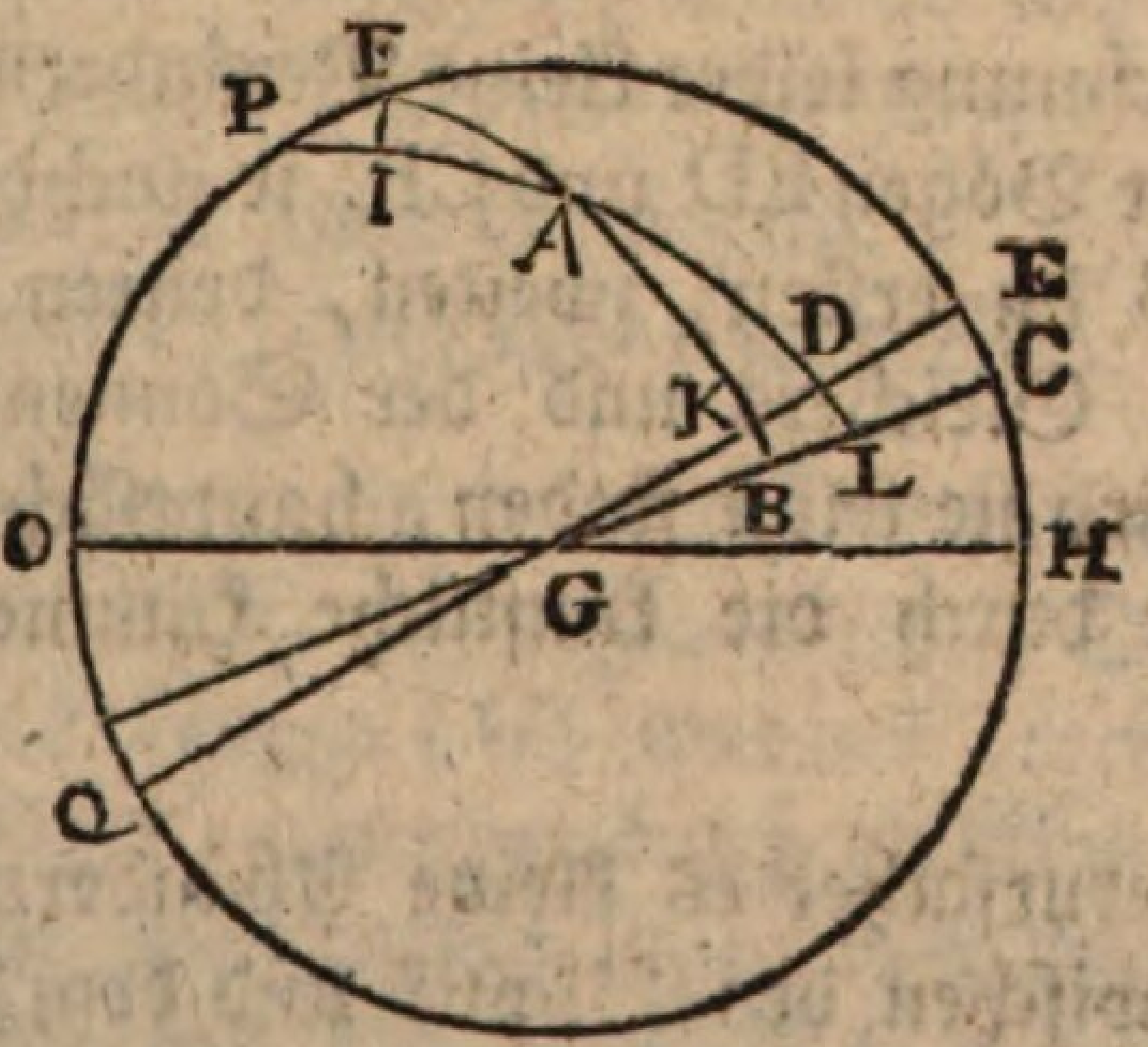
Bei dieser Methode entstehet die Schwierigkeit, den Augenblick zu treffen, da der **Mittelpunkt** der Sonne durch den Mittagskreis gehet. Man kann aber an dessen Stelle den einen Rand der Sonne nehmen, und die Uhr auf Mittag stellen; entweder wann die Sonne den Mittagskreis zuerst berühret, oder wann sie ihn verläßt. Man muß aber von den gefun-

denen Zeiten der Kulminazionen der Sterne so viel abnehmen, oder ihnen so viel zusetzen, als die halbe Dauer des Durchgangs der Sonne beträgt (H. VIII. §. 3.)

§. 2.

Aufgabe.

Es ist gegeben die Aufsteigung und die Abweichung eines Sterns, nebst der Schiefe der Sonnenbahn, es soll die Standlänge und die Standbreite desselben bestimmet werden.



Es sei HO der Horizont, HFQH der Kolur der Sonnenwenden, das heißt derjenige Längenkreis der durch den 90sten und 270sten Grad sowohl des Gleichers als auch der Sonnenbahn gehet. Es sei G der Anfangspunkt sowohl des Gleichers als auch der Sonnenbahn, das heißt, der Punkt der Frühlings-Nachtgleiche. Es sei EQ der Gleicher, CG die Sonnenbahn, P der Weltpol, F der Pol der Sonnenbahn, A der Ort eines Sterns, PD der durch denselben gehende Aufsteigungskreis, FB der durch denselben gehende Längenkreis.

Im Dreieck AFP ist nun gegeben der Winkel P oder EPD, welcher durch den Bogen ED des Gleichers gemessen wird, und hier so viel beträgt als die Aufsteigung — 270 Grad. Ferner ist gegeben AP als die Ergänzung der Abweichung AD. Auch ist gegeben PF = CE = der Schiefe der Ekliptik (H. I. §. 19.). Folglich läßt sich AF berechnen, und dessen Komplement AB ist die Standbreite des Sterns A. Im nämlichen Dreieck AFP berechne man auch den Winkel F, und nehme dessen Supplement CFB, so hat man in Graden den Bogen CB der Ekliptik, welcher, wenn man 270 Grade dazu addiret, im Falle der Figur die Standlänge des Sterns giebt.

Die Rechnung leidet kleine Veränderungen in Betrachtung der Bögen ED und CB, je nachdem die Punkte D und B im ersten, zweiten, dritten oder vierten Viertel des Gleichers und der Sonnenbahn liegen. Ein jeder wird sie selbst finden, hauptsächlich wenn er die Aufgabe durch die künstliche Himmelskugel versinnlichet.

Auch verursachet es kleine Abänderungen, wenn der Stern zwischen der Ekliptik und dem Aequator lieget. Wenn er aber in Betrachtung unser jenseit beider benannten Kreise lieget, so ist die Rechnung ganz die nämliche welche vorgeschrieben worden, nur daß man statt der nördlichen Pole des Gleichers und der Ekliptik die südlichen gebrauchet.

Die Formeln zur Auflösung des Dreiecks AFP sind folgende, nachdem FI gegen AP senkrecht gezogen worden (Einleitung, Seite LIII.):

$$R : \text{tang}\, FP :: \cos P : \text{tang}\, PI$$
$$AP - PI = AI$$
$$\cos PI : \cos AI :: \cos FP : \cos AF.$$

Fer-

Ferner für den Winkel F, nachdem AF gefunden worden:

R : cos FP :: tang P : cot PFI
tang AF : tang FP :: cos PFI : cos AFI
∠ AFI + ∠ PFI = ∠ PFA

Wenn der Stern im Gleicher lieget, so wird die Rechnung viel kürzer. Es sei der Stern in K, so ist seine Abweichung null und wird also nicht gegeben. Durch die bekannte Aufsteigung hat man KG. Durch die Schiefe der Ekliptik hat man ∠ KGB; übrigens ist das Dreieck KGB bei B rechtwinkeligt; also findet man die Standbreite BK und BG, woraus sich die Standlänge ergiebt, mittelst folgender Proporzionen:

R : sin KG :: sin G : sin BK
R : cos G :: tang KG : tang BG.

Wenn der Stern in der Ekliptik befindlich ist, z. B. in L, so ist GDL ein rechtwinkeliges Dreieck, und es läßt sich der Bogen LG, woraus die Standlänge erhellet, berechnen, entweder durch die Abweichung DL und die gerade Aufsteigung DG, oder durch eine von diesen beiden Größen und die Schiefe G der Ekliptik.

Exempel. Gesezt die Abweichung eines Sterns sei 14^g 8′ nördlich, und die gerade Aufsteigung betrage 343^g 42′. Die Schiefe der Ekliptik sei 23^g 28′; es wird die Standlänge und Standbreite des Sterns verlanget. Das Exempel passet auf den Stern α im Pegasus.

Um die Standbreite zu finden bestimme man zuförderst PF durch die Proporzion:

r : tang FP :: cos P : tang PI.

Die Rechnung lautet also:

$$\log \text{tang } FP = \log \text{tang } 23^g\, 28' = 9{,}6376106$$
$$\log \text{cos } P = \log \text{cos}(343^g\, 42' - 270^g) = 9{,}4481909$$
$$19{,}0858015$$
$$\log r = 10$$
$$\log \text{tang } PI = 9{,}0858015$$
$$P = 6^g\, 57'$$

Da $AP = 90^g - 14^g\, 8' = 75^g\, 52'$
so ist $AP - PI = AI = 68^g\, 55'$

Da nun AI und PI gefunden sind, so schließe man:

$$\text{cos } PI : \text{cos } AI :: \text{cos } FP : \text{cos } AF$$

$$\log \text{cos } AI = \log \text{cos } 68^g\, 55' = 9{,}5559711$$
$$\log \text{cos } FP = \log \text{cos } 23^g\, 28' = 9{,}9625076$$
$$19{,}5184787$$
$$\log \text{cos } PI = \log \text{cos } 6^g\, 57' = 9{,}9967971$$
$$\log \text{cos } AF = 9{,}5216816$$
$$= \log \text{cos } 70^g\, 35'$$

Das Komplement der Standbreite beträgt also: $70^g\, 35'$, folglich die Standbreite selbst: $19^g\, 25'$.

Um die Standlänge zu bestimmen suche man erst den Winkel PFI vermittelst der Proporzion:

$$r : \text{cos } FP :: \text{tang } P : \text{cot } PFI.$$

$$\log \text{cos } FP = \log \text{cos } 23^g\, 28' = 9{,}9625076$$
$$\log \text{tang } P = \log \text{tang } 73^g\, 42' = 10{,}5339922$$
$$20{,}4964998$$
$$\log r = 10$$
$$\log \text{cot } PFI = 10{,}4964998 =$$
$$\log \text{cot } 17^g\, 41'$$

Nun

Nun schließe man:

$$\text{tang AF} : \text{tang FP} :: \text{cos PFI} : \text{cos AFI}.$$

$$\begin{aligned}
\log \text{tang FP} &= \log \text{tang } 23^g\,28' = 9{,}6376106\\
\log \text{cos PFI} &= \log \text{cos } 17^g\,41' = \underline{9{,}9789789}\\
& \qquad\qquad\qquad\qquad 19{,}6165895\\
\log \text{tang AF} &= \log \text{tang } 70^g\,35' = \underline{10{,}4528629}\\
\log \text{cos AFI} &= 9{,}1637266\\
&= \log \text{cos } 81^g\,37'.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{AFI} &= 81^g\,37'\\
\text{PFI} &= \underline{17^g\,41'}\\
\text{AFP} &= 99^g\,18';
\end{aligned}$$

folglich das Supplement CFB $= 80^g\,42'$.

Die gesuchte Standlänge ist also: $270^g + 80^g\,42' = 350^g\,42' = 11\,Z\,20^g\,42'$.

Zusatz. Im Dreiecke AFP ist AP die Ergänzung der Abweichung des Sterns, FA ist die Ergänzung der Standbreite, PF ist die Schiefe der Ekliptik; der Winkel P ist die gerade Aufsteigung vom Kolur der Sonnenwenden an gerechnet, das Komplement des Winkels F ist die Standlänge, vom nämlichen Kolur an gerechnet. Der Winkel A ist der Positionswinkel oder Lagenwinkel, das heißt, derjenige den der Aufsteigungskreis mit dem Längenkreise machet. Das bemeldete Dreieck enthält mit einem Worte die folgenden sechs Größen:

Abweichung,
Standbreite,
Schiefe der Ekliptik,
gerade Aufsteigung,
Standlänge,
Positions-Winkel.

Wenn von diesen sechs Größen drei beliebige gegeben sind, so läßt sich jede der übrigen berechnen; z. B. mittelst der Standlänge, Standbreite und Schiefe der Ekliptik findet man die Abweichung, die gerade Aufsteigung und den Positions-Winkel; mittelst der Standlänge, der Abweichung und der Schiefe der Ekliptik erhält man die Standbreite, die Aufsteigung und den Positions-Winkel, u. s. w.

In allen diesen Fällen setze man B statt P, C statt F, und D statt I in der Figur, so erhält man die Auflösungen durch die Formeln der Einleitung (Seite LIII).

§. 3.

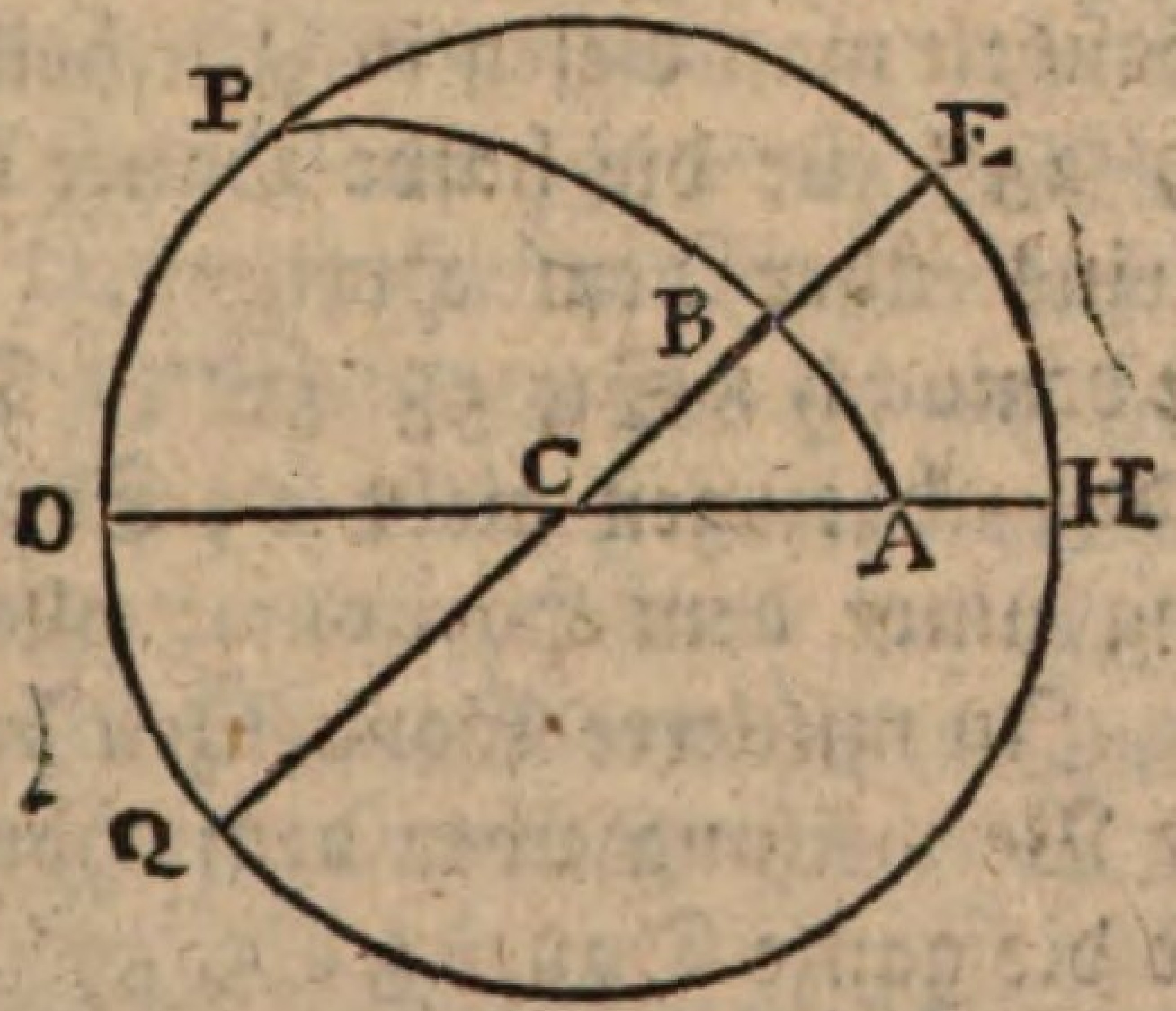
Aufgabe.

Mittelst der gegebenen Abweichung eines Sterns nebst der Polhöhe, soll man finden den Unterschied der geraden und schiefen Aufsteigung, die Aufgangsweite, die Dauer der Erscheinung des Sterns über dem Horizont und seiner Versenkung unter dem Horizont.

Was den Unterschied der Aufsteigungen und die Aufgangsweite betrifft, so ist hier das Verfahren ganz das nämliche, wie bei der Sonne (H. XIII. §. 8.). Auch in Betrachtung der Verweilung über und unter dem Horizonte verfährt man wie bei der Berechnung der Tages- und Nachtlänge (H. XIII. §. 9. Zus. I.). Nämlich man addiret den gefundenen Unterschied der Aufsteigungen zu 90^g, oder subtrahiret ihn davon. Den gefundenen Bogen verwandelt man in Sternzeit, indem man 24 Stunden auf 360 Grade rechnet; so erhält man die halbe Dauer der Verweilung über dem Horizont. Diese doppelt genommen giebt die ganze

Dauer. Diese von 24 Stunden abgezogen giebt die Verweilung unter dem Horizonte. Die Resultate werden Sternzeit erhalten; will man sie in mittlere Sonnenzeit verwandeln, so kann es leicht geschehen (H. VIII. §. 1.); und diese mittlere Sonnenzeit kann ferner für jeden Tag in wahre Zeit verwandelt werden (H. VIII. §. 9.)

Exempel. Die Abweichung des Sirius angenommen zu 16° 26′ 30″ südlich, so wird gefraget, wie viel für diesen Stern der Unterschied der Aufsteigungen, die Aufgangsweite, und die Verweilung sowohl über als unter dem Horizont beträgt.



Es sei HPQH der Mittagskreis, P der Nordpol, HO der Horizont, EQ der Aequator, C der Ostpunkt des Horizonts, A der aufgehende Sirius, und AP ein Bogen des durch den Sirius gehenden Aufsteigungskreises; so ist BA seine Abweichung, BC der Unterschied der geraden und schiefen Aufsteigung, und AC seine Morgen- oder Aufgangsweite.

Da in dem rechtwinklichten Dreieck BCA der Winkel C als die Aequatorhöhe, und AB als die Abweichung des Sirius gegeben sind, so berechnet man daraus BC und AC durch folgende Proporzionen:

tang C : tang AB :: R : sin BC
sin C : sin AB :: R : sin AC.

$$\log \tan AB = \log \tan 16^g 26' 30'' = 9{,}4699787$$
$$\log R = 10,$$
$$19{,}4699787$$
$$\log \tan C = \log \tan 37^g 28' 15'' = 9{,}8845226$$
$$\log \sin BC = 9{,}5854561 = \log \sin 22^g 38' 36''.$$

Dies ist der Unterschied der geraden und schiefen Aufsteigung. Da Sirius am Südhimmel steht, so müssen diese 22g 38′ 36″ von 90g abgezogen werden, welches den halben Tagbogen des Sirius 67g 21′ 24″ giebt. Verwandelt man diesen in Zeittheile, so erhält man 4 St. 29′ 25″ für die halbe Dauer der Verweilung des Sirius über dem Horizont. Die ganze Dauer beträgt demnach 8 St. 58′ 50″. Diese Dauer von 24 Stunden abgezogen giebt 15 St. 1′ 10″ für die Verweilung unter dem Horizonte; alles in Sternzeit gerechnet. In mittlerer Sonnenzeit beträgt dieselbe Dauer der Verweilung über dem Horizont 4 St. 28′ 40″, also die ganze Dauer 8 St. 57′ 20″. Diese abgezogen von 23 St. 56′ 4″ Sonnenzeit, während welcher der Stern seinen Umlauf vollendet, bleiben 14 St. 58′ 44″ Sonnenzeit, während welcher der Sirius unter dem Horizonte ist.

Die Berechnung der Morgenweite ist folgende:

$$\log \sin AB = \log \sin 16^g 26' 30'' = 9{,}4518464$$
$$\log R = 10,$$
$$19{,}4518464$$
$$\log \sin C = \log \sin 37^g 28' 15'' = 9{,}7841589$$
$$\log \sin AC = 9{,}6676875 = \log \sin 27^g 44'.$$

Die

Die südliche Morgen- oder Abendweite des Sirius beträgt also 27g 44′.

§. 4.

Aufgabe.

Es ist die gerade Aufsteigung der Sonne zur Mittagszeit und jene eines Sternes gegeben; es soll die Zeit der Kulminazion des Sterns bestimmet werden.

Man subtrahire die gerade Aufsteigung der Sonne am lezten Mittage von jener des Sterns, welche nöthigen Falles um 360g vergrößert wird, und verwandele den gefundenen Bogen des Gleichers in Sonnenzeit, 23 Stunden 56′ 4″ auf 360 Grade gerechnet, so findet man den Zeitraum vor oder nach dem wahren Mittage, der zwischen der Kulminazion der Sonne und des Sterns verstreichet, und dadurch ergiebt sich der Zeitpunkt der Kulminazion des Sterns.

Zum Beispiel, angenommen die gerade Aufsteigung des Sirius beträgt 99 Grad 5 Minuten, und die gerade Aufsteigung der Sonne ist am 18ten Oktober 1795, 203g 12′; um welche Zeit kulminiret der Sirius?

Man subtrahire 203g 12′ von 360g + 99g 5′, oder von 459g 5′, so erhält man 255g 53′, als den Unterschied der geraden Aufsteigung des Sirius und der Sonne. Diese 255g 53′ in Zeittheile verwandelt, 260g zu 23 Stunden 56′ 4″ gerechnet, geben 16 Stunden 58′ 23″. Um so viel Stunden mittlerer Zeit kulminirt Sirius nach der Sonne.

Die Sonne aber, am Tage da ihre gerade Aufsteigung 203^{s} 12′ beträgt, kulminiret nach mittlerer Zeit um 11 Uhr 45′ 14″. Hierzu addire man 16 Stunden 58′ 23″, und subtrahire 24; so kommt in mittlerer Zeit 4 Uhr, 43 Minuten, 37 Sekunden Morgens am 19ten für den Zeitpunkt da der Sirius durch den Meridian gehet.

Will man denselbigen Zeitpunkt in wahrer Zeit haben, so muß man die gefundenen 16 Stunden 58′ 23″ mittlerer Zeit in wahre Zeit verwandeln.

Nämlich die Sonne kulminiret

am 18ten um	11 Uhr	45′	14″
— 19ten —	— —	45′	3″
Unterschied . .			11″

Also sind vom gestrigen Mittage bis zum heutigen, das heißt während 24 Sonnenstunden, nur 24 Stunden weniger 11 Sekunden mittlerer Zeit verflossen. Man sage also: 24 Stunden weniger 11 Sekunden mittlerer Zeit geben 24 Stunden wahre Zeit; was geben 16 Stunden 58′ 23″ mittlerer Zeit? Es kommen 17 Stunden 5′ 50″. Also nach der wahren Zeit kulminiret der Sirius um 5 Uhr 5′ 50″ Morgens.

Zusatz I. Wenn man den Zeitpunkt der Kulminazion eines Sterns hat, und wenn man vorher die halbe Dauer der Verweilung über dem Horizonte in Sonnenzeit berechnet hat (§. 3.), so giebt diese halbe Dauer, je nachdem man sie zur Zeit der Kulminazion addiret oder sie davon subtrahiret, den Zeitpunkt des Unter- und des Aufgangs des Sterns.

Zum Beispiel, wir haben eben jezt gefunden daß Sirius kulminiret um 4 Uhr 43′ 37″ mittlerer Zeit.

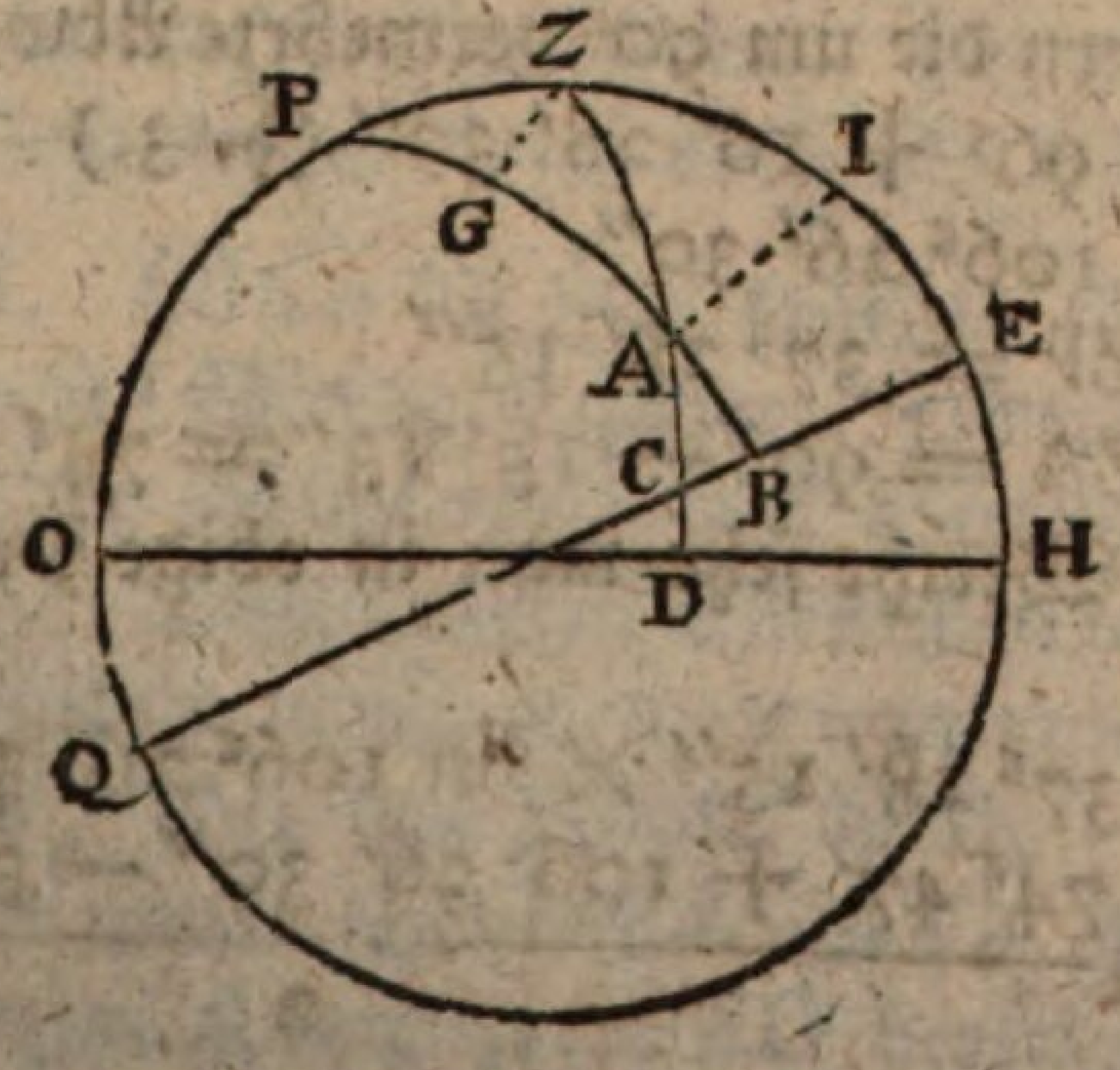
Die halbe Dauer seiner Verweilung über dem Horizonte beträgt 4 St. 28′ 40″ (§. 3.). Daraus erhält man seinen Aufgang um 0 Uhr 14′ 57″, und seinen Untergang um 9 Uhr 12′ 17″ Morgens, alles nach der mittleren Zeit gerechnet.

Zusatz II. Mittelst der gegebenen geraden Aufsteigung der Sonne zur Mittagszeit, der geraden Aufsteigung irgend eines Sterns und der beobachteten Kulminazion eines Sterns, kann man jedesmal wissen was es an der Zeit ist, im Augenblicke da der Stern kulminiret. Man braucht nur, wie in der Auflösung der Aufgabe gelehret worden, die Zeit der Kulminazion zu berechnen, so weiß man wie viel Stunden und Stundentheile seit Mittag verflossen sind. Die beobachtete Kulminazion eines Sterns kann also dienen den Gang der Uhren zu berichtigen und sie zu stellen.

§. 5.

Aufgabe.

Es ist gegeben die Polhöhe, die gerade Aufsteigung und die Abweichung eines Sterns, und es wird desselben Standhöhe beobachtet; aus dieser beobachteten Höhe soll gefunden werden, was es an der Zeit ist.



Es

Es sei HO der Gesichtskreis, EQ der Gleicher, P der Pol, A der Stern, PAB dessen Aufsteigungskreis, ZACD der Scheitelkreis, der durch ihn gehet.

Im Dreiecke ZPA sind gegeben: ZP, als Komplement der Polhöhe PO, AP, als Komplement der Abweichung AB des Sterns, AZ, als Komplemeut der Höhe AD. Folglich läßt sich der Winkel ZPA, oder EPB, oder der Bogen EB des Gleichers berechnen. Diesen verwandele man in mittlere Sonnenzeit. Man addire diese Zeit zur Zeit der Kulminazion des Sterns, welche durch §. 4. berechnet wird, oder man subtrahire sie davon, so bekömmt man den Zeitpunkt, da der Stern in der Höhe DA über dem Horizonte stand.

Die Formel zur Berechnung des Winkels P ist folgende:

$$\sin PZ \times \sin PA : \sin\left(\tfrac{1}{2} AZ + \tfrac{1}{2} AP - \tfrac{1}{2} PZ\right)$$
$$\times \sin\left(\tfrac{1}{2} AZ + \tfrac{1}{2} PZ - \tfrac{1}{2} AP\right)$$
$$:: R^2 : \left(\sin \tfrac{1}{2} P\right)^2$$

Exempel. Gesetzt, in der Nacht vom 18ten zum 19ten October 1795, sei die Höhe des Sirius $15^g\ 13'$ beobachtet worden; was war es es an der Zeit?

Da Sirius südliche Abweichung hat, so ist für diesen Fall AP nicht das Komplement seiner Abweichung, sondern die um 90^g vermehrte Abweichung. AP beträgt also $90^g + 16^g\ 26'\ 30''$ (§. 3.)

$$= 106^g\ 26'\ 30''$$
$$ZP = 37^g\ 28'\ 15''$$
$$ZA = 90^g - 15^g\ 13' = 74^g\ 47'.$$

Diese Werthe setze man in obige Proportion, so hat man.

$$\sin 37^g\ 28'\ 15'' \times \sin 106^g\ 26'\ 30''$$
$$: \sin \frac{74^g\ 47' + 106^g\ 26'\ 30'' - 37^g\ 28'\ 15''}{2}$$

sin

$$\times \sin \frac{74^g 47' + 37^g 28' 15'' - 106^g 26' 30''}{2}$$

$$:: 1 : (\sin \tfrac{1}{2} P)^2$$

oder:

$$\sin 37^g 28' 15'' \times \sin 73^g 33' 30'' : \sin 71^g 52' 38'' \times \sin 2^g 54' 23'' :: 1 : (\sin \tfrac{1}{2} P)^2.$$

also:

$$(\sin \tfrac{1}{2} P)^2 = \frac{0{,}9503922 \times 0{,}0507043}{0{,}6083576 \times 0{,}9591083}$$

$$= \frac{0{,}04818897122646}{0{,}58348082352808} = 0{,}08258879$$

folglich:

$$\sin \tfrac{1}{2} P = \sqrt{0{,}08258879} = 0{,}28270 = \sin 16^g 42' \text{ und } P = 33^g 24'.$$

Diese $33^g 24'$ in mittlere Sonnenzeit verwandelt (H. XII. §. 8.), geben 2 Stunden 13′

Nun kulminiret Sirius in der gemeldeten Nacht Morgens um 4 Uhr 43 Minuten 37 Sekunden mittlerer Zeit (§. 4.). Da die Standhöhe des Sirius in derselben Nacht beobachtet worden ist, so muß es vor der Kulminazion geschehen seyn. Man ziehe demnach 2 Stunden 13 Minuten ab von 4 Uhr 43′ 37″, so bleibet 2 Uhr 30′ 37″ als der Zeitpunkt der Beobachtung, nach mittlerer Zeit gerechnet. Wenn man will, so kann man sie in wahre verwandeln (H. VIII. §. 9.).

Zusatz I. Wenn die Zeit gegeben ist, und es wird die Höhe des Sterns verlanget, so muß ebenfalls der Zeitpunkt der Kulminazion des Sterns berechnet werden (§. 4.). Der Unterschied desselben und des gegebenen Zeitpunktes in Sonnenzeit verwandelt, giebt den Bogen EB, oder den Winkel EPB. Hieraus, und aus den bekannten Seiten PZ und PA läßt sich ZA und folglich dessen Komplement AD berechnen. Die

Formel

Formel zur Berechnung der Seite AZ ist, nachdem ZG auf AP senkrecht gezogen worden

R : tang PZ :: cos P : tang PG
AP — PG = AG
cos PG : cos AG :: cos PZ : cos AZ

Zusatz II. Der Winkel Z wird folgender Weise gefunden, nachdem AI auf PZE senkrecht gezogen worden

R : tang AP :: cos P : tang PI
PI — PZ = IZ
sin IZ : sin PI :: tang P : tang Z.

Zusatz III. Der Winkel PZA, oder dessen Komplement AZE oder DZH, oder der Bogen HD giebt das Azimuth des Sterns. Wenn man demnach durch den ersten Zusatz die Höhe, und durch den zweiten das Azimuth eines Sterns zu einer gegebenen Stunde berechnet hat, so darf man nur das Azimutal-Instrument so richten, daß die Axe des Fernrohrs das berechnete Azimuth und die berechnete Höhe habe. Dann muß der Stern zur angenommenen Stunde durch die Axe des Fernrohrs gehen. Auf diese Art kann man die Sterne mit guten Fernröhren auch bei Tage am Himmel finden und beobachten.

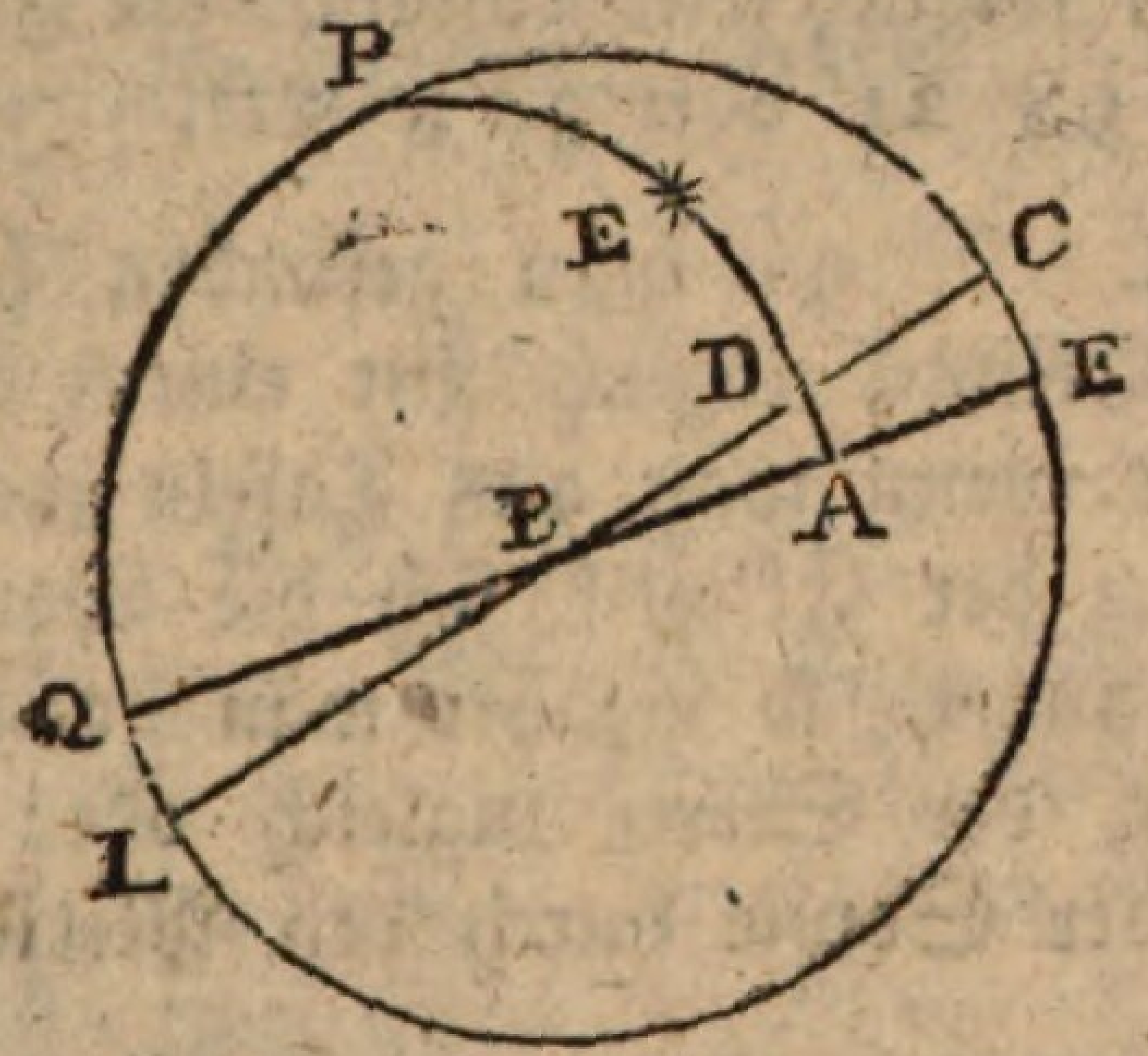
§. 6.

Aufgabe.

Mittelst der gegebenen Schiefe des Sonnenkreises (Ekliptik) nebst der geraden Aufsteigung eines Sternes, soll der Punkt des Sonnenkreises gefunden werden, der zugleich mit dem Sterne kulminiret.

Es sei P der Pol, EQ der Gleicher, CL der Sonnenkreis, E der Stern, PEA dessen Aufsteigungskreis,

kreis, D der Punkt, wo dieser Kreis den Sonnenkreis schneidet, B der Punkt der nächsten Nachtgleiche.



So ist AB die gerade Aufsteigung des Sterns E, vom nächsten Punkte der Nachtgleichen an gerechnet. Der Winkel DBA ist die Schiefe der Ekliptik. Der Winkel DAB ist ein rechter. Also läßt sich im rechtwinkeligen Dreiecke ABD die Seite DB berechnen, und diese giebt den Punkt D der Ekliptik, welcher zugleich mit dem Sterne kulminiret. Z. B. Es sei die Schiefe der Ekliptik 23^g 28′ und die gerade Aufsteigung des Sirius sei 99^g 5′; es wird gefraget, welcher Punkt der Ekliptik jedesmal mit ihm kulminiret.

Die Proportion, nach der hier gerechnet werden muß, ist:

$$\cos B : \text{tang } AB :: R : \text{tang } DB.$$

Die gerade Aufsteigung des Sirius beträgt 99^g 5′, also die Ergänzung derselben 180^g oder AB zu 80^g 55′

log tang AB = log tang 80^g 55′ = 10,7962175
log R = 10, — —

20,7962175
log cos B = log cos 23^g 28′ = 9,9625076

log tang DB = 10,8337099 = log tang 81^g 39′

Dies

Dies ist der Abstand des Punkts der Ekliptik, welcher zugleich mit Sirius kulminirt, vom Herbstäquinoctialpunkt, folglich sein Abstand vom Frühlingsäquinoctialpunkt 98° 21′ oder 3Z 8° 21′.

Zusatz. Wenn man gefunden hat, welcher Punkt der Ekliptik täglich mit einem Stern kulminiret, und wenn man aus Tafeln weiß, in welchem Punkte der Ekliptik sich die Sonne an jedem Mittage befindet, so erfährt man daraus den Tag, an welchem der Stern zugleich oder beinahe zugleich mit der Sonne durch den Meridian gehet.

Die Sonne hat den 29ten Junii 1795, 3Z 7° 33′ und den 30. Junii 3Z 8° 31′ Standlänge. Da nun die Standlänge des Punkts, der mit Sirius zugleich kulminirt, 3Z 8° 21′ beträgt, so erhellt, daß Sirius den 30ten Junii 1795 kurz vor der Sonne kulminirte.

Wenn man Ephemeriden oder andere Tafeln hat, worin die geraden Auffsteigungen der Sonne für jeden Mittag zu finden sind, so braucht man nur, ohne weitere Umstände, denjenigen Tag aufzusuchen, an welchem die gerade Auffsteigung der Sonne jener des Sterns am nächsten kommt. Dieses ist der Tag, da der Stern mit oder fast mit der Sonne kulminiret. Der etwanige Unterschied der geraden Auffsteigungen, in Zeit verwandelt, giebt zu erkennen, um wie viel der Stern später oder früher kulminiret als die Sonne.

Anmerkung. Der Punkt der Ekliptik, der mit einem Stern kulminiret, wird, für den Augenblick der Kulminazion, die Mitte des Himmels (mediatio coeli) genannt, welcher Ausdruck jedoch der Sache nicht sonderlich angemessen zu sein

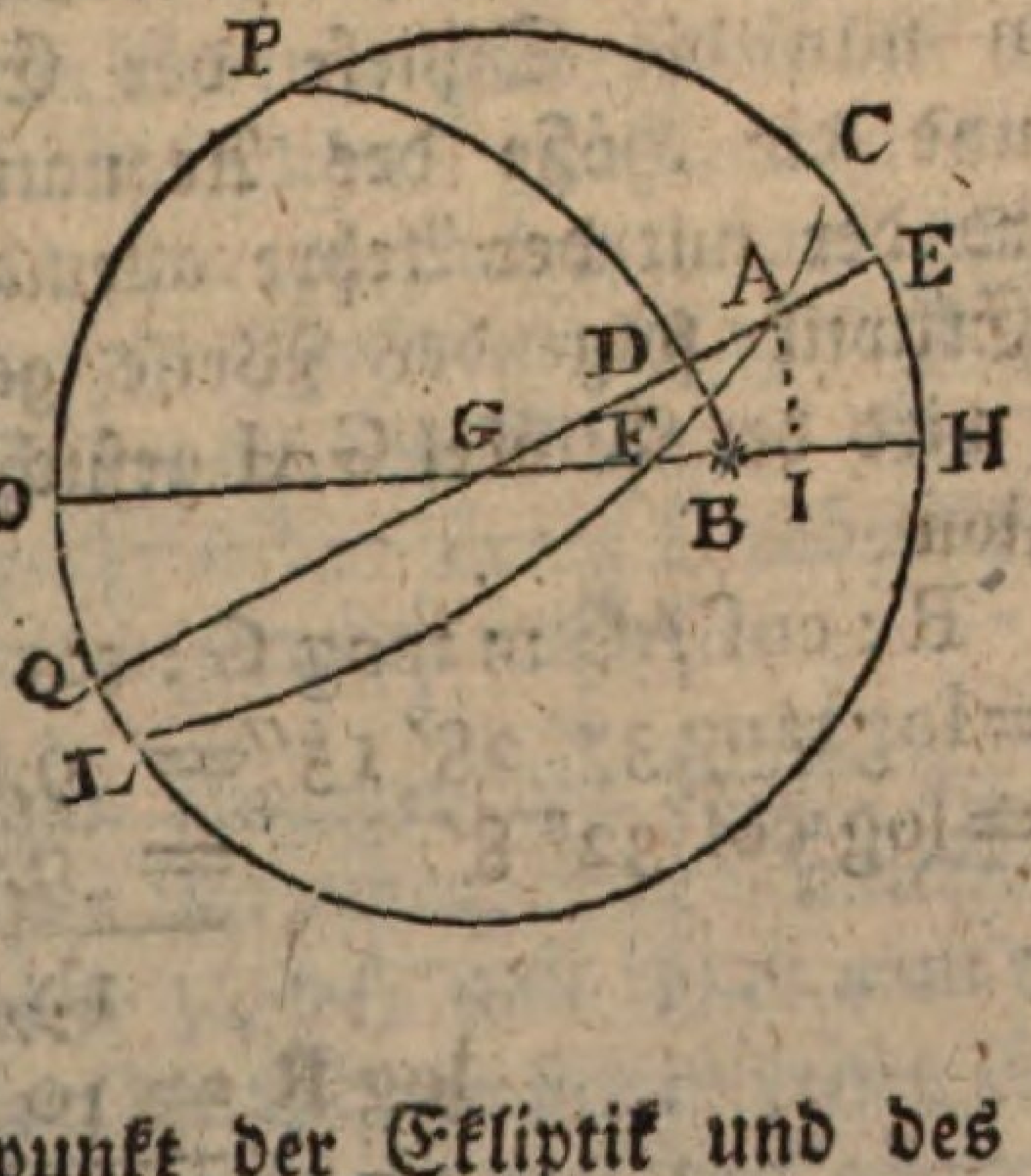
sein scheinet. Dieser Punkt ist die **Mitte** des Abweichungskreises, der durch ihn gehet, aber nicht die Mitte des Himmels; noch eher könnte der Zenith also genannt werden.

§. 7.

Aufgabe.

Mittelst der Schiefe der Ekliptik, der Polhöhe, und der geraden Aufsteigung eines Sterns, soll derjenige Punkt des Sonnenkreises (Ekliptik) gefunden werden, der zugleich mit dem Stern auf- und untergehet.

Es sei HO der Horizont, B der aufgehende Stern, PB sein Aufsteigungskreis, A der eine



Durchschnittspunkt der Ekliptik und des Aequators, folglich AD die gerade und AG die schiefe Aufsteigung des Sterns, EQ der Gleicher oder Aequator, CFL der Sonnenkreis, so sind im Dreiecke AGF gegeben: AG, als die schiefe Aufsteigung, der Winkel G, als die Höhe des Gleichers, und der Winkel A, als die Schiefe der Ekliptik, folglich läßt sich AF

AF finden, und zwar durch diese Formel, indem man AI auf HO senkrecht fället:

$$R : \cos AG :: \tan G : \cot GAI$$

$$\angle FAI = \angle GAI - \angle GAF$$

$$\cos GAI : \cos FAI :: \cot AG : \cot AF$$

Die kleinen Veränderungen, welche in der Rechnung entstehen, nachdem der Punkt A entweder der Frühlingspunkt oder der Herbstpunkt ist, und nachdem der Stern einem dieser Punkte vor oder nachgehet, wird der Leser selbst anbringen können, hauptsächlich wenn er die künstliche Himmelskugel mit zur Hülfe nimmt, um sich die Lage der kugelichten Dreiecke lebhaft vorzustellen.

Exempel. Die gerade Aufsteigung der Aehre in der Jungfrau beträgt $198^g\ 40'$, und ihre südliche Abweichung $10^g\ 7'$; wenn man daraus die schiefe Aufsteigung berechnet, so kömmt $212^g\ 8'$. Nimmt man nun die Schiefe der Ekliptik an zu $23^g\ 28'$, und die Höhe des Aequators $37^g\ 28'\ 15''$, so wird der mit der Aehre allemal aufgehende Punkt der Ekliptik folgender Weise gefunden.

Zuerst wird der Winkel GAI gesucht, vermittelst der Proporzion

$$R : \cos AG :: \tan G : \cot GAI$$

$$\log \tan G = \log \tan 37^g\ 28'\ 15'' = 9{,}8845226$$

$$\log \cos AG = \log \cos 32^g\ 8' = 9{,}9277873$$

$$19{,}8123099$$

$$\log R = 10$$

$$\log \cot GAI = 9{,}8123099 = \log \cot 57^g\ 1'$$

Da nun GAI, folglich auch $FAI = GAI - GAF = 57^g\ 1' - 23^g\ 28' = 33^g\ 33'$ gefunden ist, so kann man AF durch Hülfe folgender Proporzion bestimmen:

$$\cos GAI ; \cos FAI ;; \cot AG ; \cot AF$$

log

$$\log \cos FAI = \log \cos 33^g\, 33' = 9{,}9208555$$
$$\log \cot AG = \log \cot 32^g\, 8' = 10{,}2019644$$
$$20{,}1228199$$
$$\log \cos GAI = \log \cos 57^g\, 1' = 9{,}7359142$$
$$\log \cot AF = 10{,}3869057 = \log \cot 22^g\, 18'$$

Da für diesen Fall A der Herbstäquinoctialpunkt ist, so ist die Länge des mit der Aehre aufgehenden Punkts der Ekliptik $180^g + 22^g\, 18' = 202^g\, 18' = 6Z\, 22^g\, 18'$.

Zusatz I. Auf eine ganz ähnliche Art läßt sich derjenige Punkt der Ekliptik finden, der mit einem Sterne untergehet.

Zusatz II. Wenn man in den Ephemeriden oder andern Tafeln den Tag suchet, an welchem sich die Sonne an dem Orte der Ekliptik befindet, der mit einem gegebenem Stern aufgehet, so hat man den Tag des kosmischen Aufgangs. Zählet man in der Ekliptik 180^g vorwärts oder rückwärts, und suchet man den zum gefundenen Orte gehörigen Tag, so hat man den achronischen Aufgang des Sterns. So z. B. findet man, daß die Aehre den 15ten October kosmisch, und den 12ten April achronisch aufgeht.

Wenn man hingegen den Punkt der Ekliptik gefunden hat, der mit einem Stern untergehet, wenn man 180^g weiter zählet, und wenn man die Tage suchet, an welchem die Sonne sich in diesen beiden Punkten befindet, so bekömmt man den achronischen und den kosmischen Untergang des Sterns. (Siehe. H. III. §. 21.).

Anmerkung. Der kosmische und der achronische Auf- und Untergang der Sterne haben keinen Nutzen in der neueren Astronomie, indessen kann deren Berech-

nung als eine Uebung in der sphärischen Trigonometrie beibehalten werden.

Zusatz III. Da im Dreiecke AGF, AG, nebst den Winkeln A und G gegeben sind, so läßt sich der dritte Winkel F berechnen, den der aufgehende Theil der Ekliptik mit dem Horizonte machet. Nämlich es ist

$$R : \cos AG :: \tan G : \cot GAI$$

$$\angle GAI - \angle GAF = \angle FAI$$

$$\sin GAI : \sin FAI :: \cos G : \cos F$$

Die erste Proporzion und die darauf folgende Gleichung fallen weg, wenn man schon vorher den kosmischen Aufgang und folglich den Winkel FAI berechnet hat, dann bleibet nur noch die letzte Proporzion.

Für die Aehre z. B. ist FAI, wie gezeigt worden, $= 33^g\ 33'$ und $GAI = 57^g\ 1'$.

Man findet also F durch folgende Rechnung:

$$\log \sin FAI = \log \sin 33^g\ 33' = 9{,}7424616$$

$$\log \cos G = \log \cos 37^g\ 28'\ 15'' = \underline{9{,}8996847}$$

$$19{,}6421463$$

$$\log \sin GAI = \log \sin 57^g\ 1' = \underline{9{,}7359142}$$

$$\log \cos F = 9{,}9062321 =$$

$$\log \cos 36^g\ 19'$$

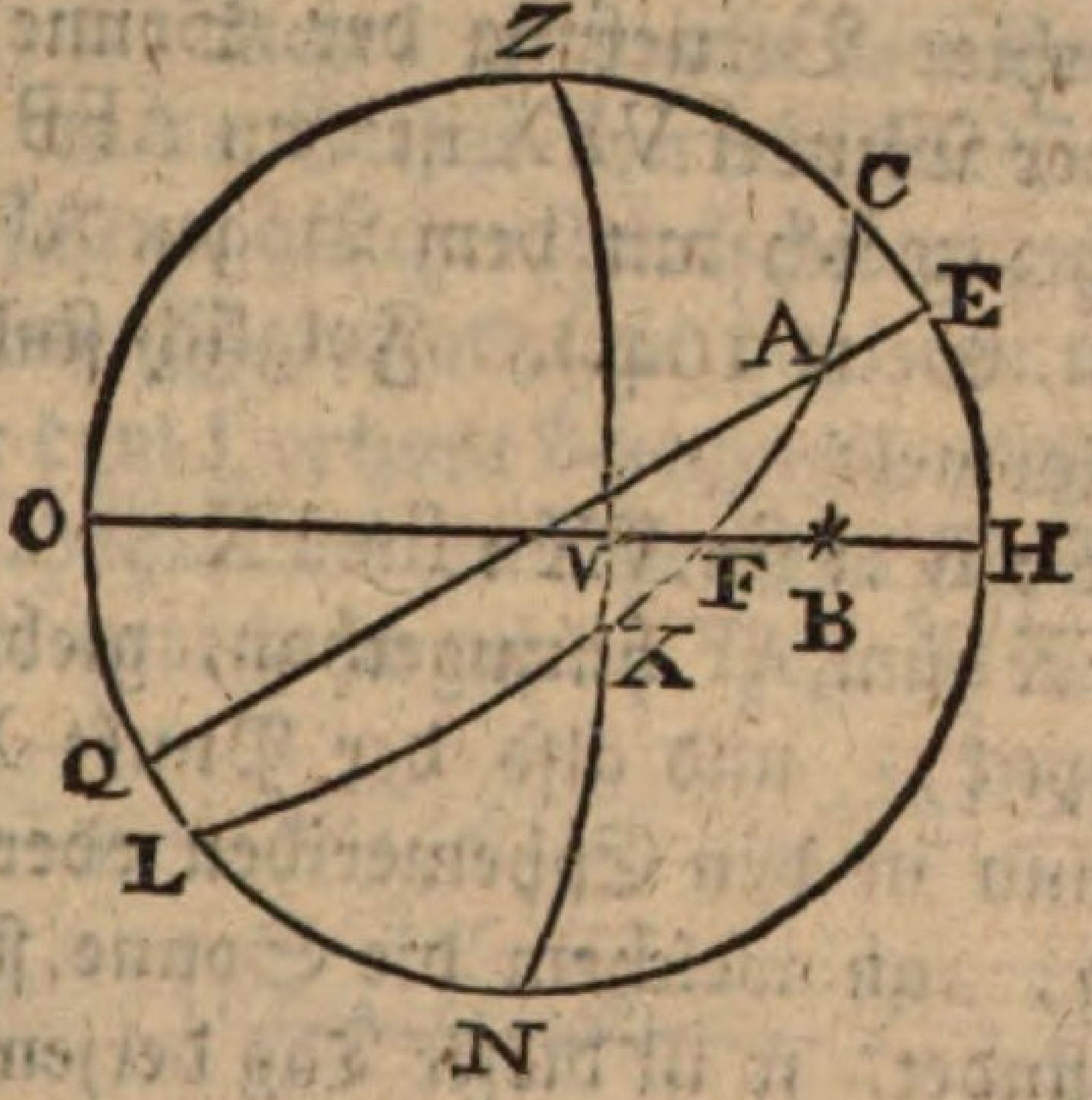
§. 8.

Aufgabe.

Es soll der heliakische Auf- und Untergang eines Sterns gefunden werden, vorausgesetzet, daß die Polhöhe, die Schiefe der Ekliptik und die gerade Aufsteigung des Sterns gegeben seien.

Es sei B der Stern, HO der Horizont, CL die Ekliptik, F der Punkt der Ekliptik, der zugleich mit dem

dem Stern aufgehet, EQ der Gleicher, A der nächste Durchschnittspunkt des Gleichers und der Ekliptik, X



der Ort, wo sich die Sonne befinden muß, wenn sie durch ihr zu starkes Licht den Stern B nicht verdunkeln soll. ZN sei der Scheitelkreis, der durch den Mittelpunkt X der Sonne gehet.

Mittelst der gegebenen Polhöhe, der Schiefe der Ekliptik, und der geraden Aufsteigung des Sterns B läßt sich der Bogen AF der Ekliptik oder der Punkt F bestimmen, welcher zugleich mit dem Sterne B aufgehet. (§. 7.)

Die Erfahrung lehret, wie tief unter dem Horizonte die Sonne sich befinden muß, wenn die Sterne jeder Größe mit guten Augen sichtbar sein sollen. Die alten Astronomen haben gefunden, daß die Sterne erster Größe sichtbar sind, wenn die Sonne 12 Grad unter dem Horizont ist; die Sterne 2ter, 3ter, 4ter, 5ter, 6ter Größe, und die Nebelsterne sind nach der Ordnung sichtbar, wenn die Sonne 13, 14, 15, 16, 17, 18 Grad unter dem Horizont vertiefet ist. Jedoch kömmt hier vieles auf die Witterung und auf die

Augen des Zuschauers an. Statt 12 Grade für die Sterne erster Größe nehmen viele nur 10 Grade an.

Das Dreieck FVX ist rechtwinkelig bei V, Es ist VX die nöthige Vertiefung der Sonne in Graden gerechnet. Der Winkel VFX ist dem AFB gleich, und dieser läßt sich zugleich mit dem Bogen AF berechnen. (§. 7. Zus. III. Seite 164.). Folglich findet man FX mittelst der Formel:

$$\sin F : R :: \sin VX : \sin FX$$

Diese FX zum AF hinzugethan, giebt den Bogen AX der Ekliptik, und also der Punkt X derselben. Man suche nun in den Ephemeriden oder andern Tafeln den Tag, an welchem die Sonne sich in diesem Punkte X befindet, so ist dieser Tag derjenige, an welchem der Stern B heliakisch aufgehet.

Für die Aehre beträgt F nach vorigem §. $36^g\ 19'$.

$$\log R = 10, \quad — \quad —$$

$$\log VX = \log \sin 10^g = \underline{9,2396702}$$

$$19,2396702$$

$$\log \sin F = \log \sin 36^g\ 19' = \underline{9,7725033}$$

$$\log \sin FX = 9,4671669 =$$

$$\log \sin 17^g\ 3'$$

Da nun $FX = 17^g\ 3'$ und $AF = 22^g\ 18'$, so ist $AX = 17^g\ 3' + 22^g\ 18' = 39^g\ 21' = 1Z\ 9^g\ 21'$. Die Sonne muß also $7Z\ 9^g\ 21'$ Länge haben, wenn die Aehre heliakisch aufgehen soll, und diese hat sie den ersten November.

Zusatz I. Wenn F den Punkt der Ekliptik vorstellet, der mit dem Stern B untergehet, so läßt sich auf eine ganz ähnliche Art der heliakische Untergang berechnen.

Zusatz II. Die Größe des Bogens VX für jede Art der Sterne wird also gefunden. Man beobachtet an einer richtigen Uhr, die nach der wahren Sonnen-

zeit

zeit gestellet ist, den Zeitpunkt nach Sonnen-Untergang, da ein Stern gegebener Größe anfängt sichtbar zu werden. Ist dieser Stern nahe am Horizont, so ist es desto besser, wo nicht, so macht es keinen merklichen Unterschied, da die Sterne von gleicher Größe am ganzen Himmel fast zu gleicher Zeit sichtbar werden. Aus dem beobachteten Zeitpunkt läßt sich nun die Tiefe der Sonne unter dem Horizont berechnen, auf die nämliche Art wie ihre Höhe über dem Horizont für einen gegebenen Zeitpunkt berechnet wird. (H. XIII. §. 10.).

Funfzehntes Hauptstück.

Trigonometrische und andere Aufgaben, die sich auf die Erdkugel beziehen.

§. 1.

Aufgabe.

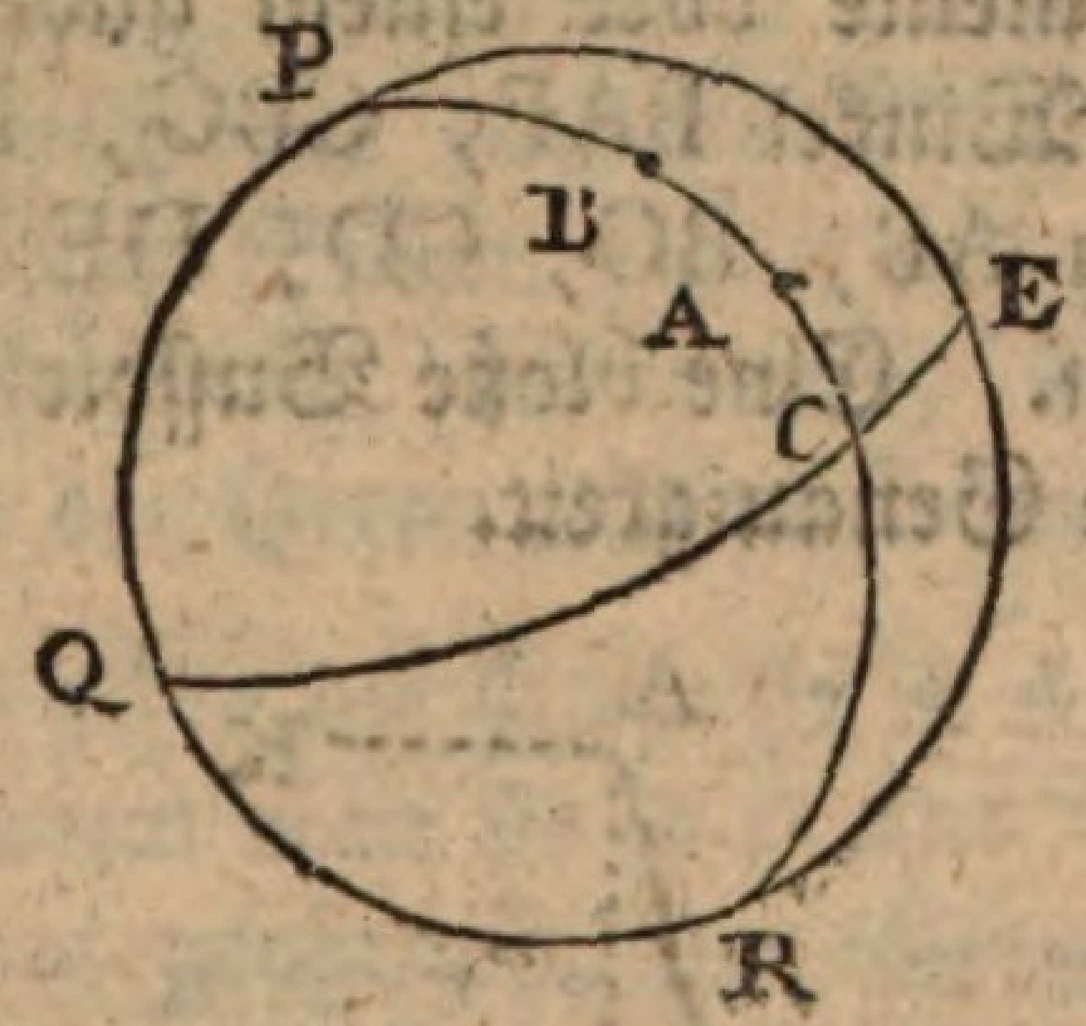
Es soll der Durchmesser der Erde gefunden werden, in der Voraussetzung daß sie kugelrund sei.

Hierzu hat man verschiedene Mittel ausgedacht und angewandt, von welchen ich nur die beiden folgenden anführen will.

Erste Auflösung.

Man wähle zwei Oerter A und B der Erde, die im selbigen Mittagskreise PBAR liegen, und beobachte an jedem derselben ganz genau die Polhöhe (H. XII. §. 6.). Dadurch erhält man zugleich die geographischen Standbreiten,

breiten, CA, CB (H. IV. §. 11.). Ihr Unterschied giebt die Entfernung AB beider Oerter in Graden und Gradtheilen. Nun messe man dieselbige Entfernung



AB so genau als möglich in Ruthen oder Fußen, und mache folgende Regel Detri: die Grade AB geben so oder so viel Ruthen, was geben 360 Grade? Das Resultat giebt den Umfang der Erde, und aus diesem wird mittelst der Geometrie der Durchmesser berechnet.

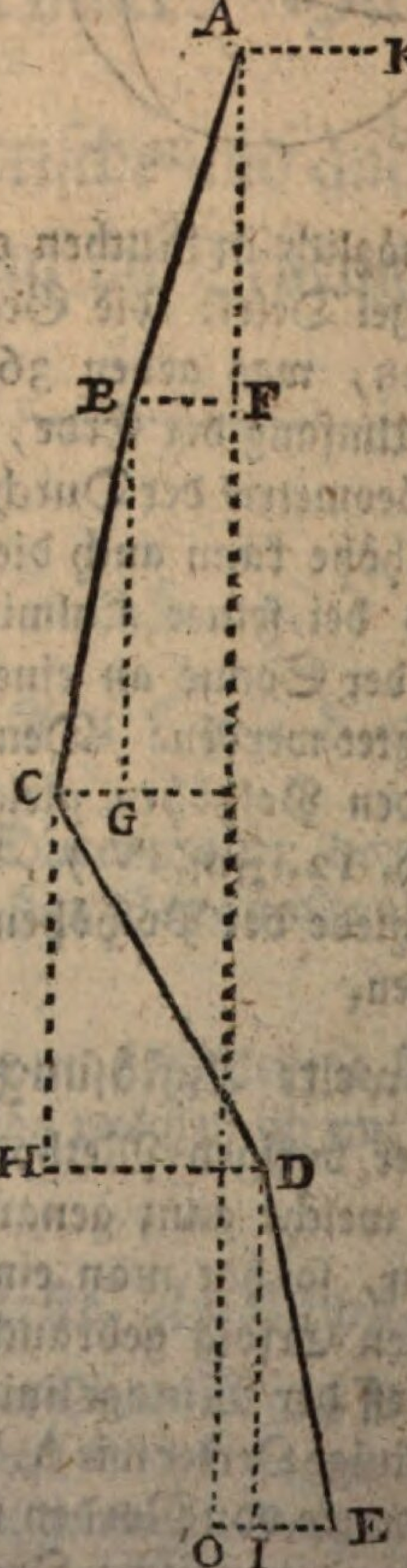
Statt der Polhöhe kann auch die Höhe eines und desselbigen Sterns bei seiner Kulminazion, oder die mittägliche Höhe der Sonne an einem und demselbigen Tage, beobachtet werden. Denn es ist klar daß diese Höhen mit den Polhöhen gleich viel ab und zu nehmen (H. VI. §. 12. Zus. IV.) Also ist ihr Unterschied dem Unterschiede der Polhöhen gleich, und statt dieses zu gebrauchen.

Zweite Auflösung.

Da es bei der vorigen Methode schwer ist zwei Oerter zu finden, welche ganz genau in der nämlichen Mittagslinie liegen, so hat man eine andere erfunden und mit dem besten Erfolg gebrauchet, wo diese Genauigkeit in Betreff der Mittagslinie nicht nöthig ist.

Man wählet einige Oerter wie A, B, C, D, E, die ohngefähr in einer Strecke von Norden nach Süden liegen. Man misset durch geometrische Operazionen so genau

als möglich ihre Entfernungen von einander, nämlich die Linien AB, BC, CD, DE. Man ziehet an jedem Orte eine Mittagslinie, und beobachtet mit einem Azimutal-Instrumente oder einem andern bequemen Werkzeuge die Winkel BAF, CBG, HCD, IDE, welche die Linien AB, BC, CD, DE mit den Mittagslinien machen. Eine bloße Bussole gewähret hier keine hinlängliche Genauigkeit.



Da

Da die Dreiecke AFB, BGC, CDH, DIE alle rechtwinkelig sind, und da in jedem ein schiefer Winkel nebst der Hypotenuse bekannt ist, so lassen sich die Katheten AF, BG, CH, DI berechnen. Ihre Summe ist gleich der einzigen Linie AO, die gerade von Norden nach Süden gehet und zwischen den Abweichungskreisen AK, EO lieget, welche die geographische Breite der Oerter A und E bestimmen.

Man beobachte die Polhöhe in A und in E, so ist es so gut als wenn man sie in A und O beobachtet hätte; sie giebt die geographischen Breiten der Punkte A und O, der Unterschied giebt AO in Graden, und da auch AO im Längenmaaße gefunden ist, so läßt sich daraus, wie in der ersten Methode, der Umkreis und aus diesem der Durchmesser der Erde folgern.

Zusatz I. Auf solche Art hat man gefunden, daß der Umkreis der Erde längs dem Gleicher 5400 deutsche Meilen, jede zu 23630 oder nach anderen zu 23664 rheinländischen Fußen gerechnet, ausmachet; die Mittelzahl beträgt für jede Meile 23647 rheinländische Fuß. Der Durchmesser der Erde macht ohngefähr 1719 dergleichen Meilen.

Zusatz II. Wenn man den Umkreis der Erde in vierzig Millionen Theile, oder den Viertel-Umkreis in zehn Millionen Theile zerleget, so ist jeder solcher Theil die Einheit des neuen französischen Längenmaaßes, und heißt Mètre. Ein solches Mètre beträgt ohngefähr anderthalb Berliner Ellen, oder genauer, nach der Angabe der Pariser Gelehrten, 3 Fuß und $11\frac{44}{100}$ Linien des vorher gebräuchlichen Pariser Maaßes. Es ist auch beinahe die Länge des Sekundenpendels in unseren Gegenden. Tausend mètres machen ein millaire, 100000 mètres ein grade, das ist, einen

einen Dezimal-Grad des Mittagskreises. Das Mètre selbst wird in Dezimal-Theile zerleget, nämlich decimètres, centimètres und millimètres.

Die Flächen werden in ares gemessen, deren jede ein Quadrat ist, welches 100 mètres zur Basis hat. Die are wird eingetheilet in déciares und centiares.

Das körperliche Maaß ist die pinte, oder das kubische decimètre; 1000 pintes machen einen cade, welcher eingetheilet wird in décicades und centicades.

Die Gewichte werden berechnet in graves. Ein grave ist das Gewicht einer pinte distillirten Wassers, welches man bis zum Gefrier-Punkte hat erkälten lassen. Der Grave machet nach dem sonstigen Pariser Gewichte 2 ℔ 5 gros 49 grains. Er wird eingetheilet in décigraves und centigraves. Tausend graves machen ein bar oder ein millier, welcher eingetheilet wird in décibar und centibar. Für kleinere Gegenstände hat man den gravet, als den tausendsten Theil eines grave, nebst den Unterabtheilungen décigravet und centigravet.

Für die Münzen ist vorgeschlagen worden ein centigrave des gewöhnlichen Münz-Silbers, nach dem Pariser Münzfuße, ein franc d'argent zu nennen. Eine solche Münze würde in sonstigem Silbergelde werth seyn, 40 sous, 10$\frac{3}{5}$ derniers.

Anmerkung. Wir werden in der Folge sehen, daß die Erde nicht kugelrund, sondern gegen die Pole hin etwas abgeplattet ist, und daß folglich ihr Umkreis, längs dem Aequator gemessen, etwas größer ist als wenn man ihn längs einem Mittagskreise mißt. Auch ist der Durchmesser des Aequators um einige Meilen größer als die Erdaxe. Indessen kann doch

in

in praktischen Fällen meistens die Erde ohne großen Irrthum kugelrund angenommen werden. Bei den oben angeführten Bestimmungen des Mètre ist nicht die Länge des Aequators, sondern eines Mittagskreises zum Grunde geleget worden.

§. 2.

Aufgabe.

Aus der gegebenen Länge eines Grades des Gleichers, soll die Länge eines Grades von jedem Breitenkreise gefunden werden, dessen Abweichung oder geographische Breite ebenfalls gegeben ist.

Es ist schon an einem andern Orte (H. V. §. 3.) bewiesen worden, daß der Sinustotus sich verhält zum Kosinus der Abweichung oder geographischen Breite, wie die Länge eines Grades des Gleichers zur Länge eines Grades eines mit ihm gleichlaufenden Kreises, welcher die gegebene Abweichung hat.

Gesezt es wird verlanget zu wissen, wie viel deutsche Meilen ein Grad einer mit dem Gleicher parallelen und durch Berlin auf der Erdkugel gehenden Kreislinie ausmachet. Da die Polhöhe oder die geographische Breite von Berlin $52^g\ 31'\ 45''$ ausmachet, und da jeder Grad des Gleichers 15 deutsche Meilen macht, so sage man:

Der Sinustotus verhält sich zum Kosinus von $52^g\ 31'\ 45''$ wie 15 Meilen zu x.

log

$$\log \cos 52^{\circ}\ 31'\ 45'' = 9{,}7841589$$
$$\text{add. } \log 15 = 1{,}1760913$$
$$\text{Summe } 10{,}9602502$$
$$\text{subtr. } \log \sin tot = 10{,}0000000$$
$$\text{bleibet } \log x = 0{,}9602502$$
$$\text{also } x = 9{,}125 \text{ Meilen.}$$

Zusatz I. Da die Erdkugel und jeder Punkt derselben sich in 24 Sternstunden um die Erdaxe drehet, folglich in 1 Stunde 15 Grad durchläuft, so ist leicht zu berechnen, welchen Weg Berlin jede Stunde machet, nämlich 15mal 9,125 = 136,875 Meilen = 136 Meilen 20691 Fuß, die Meile zu 23647 Fuß gerechnet.

Zusatz II. Wenn man die gefundene Länge eines Grades mit 360 multipliziret, so bekommt man den ganzen parallelen Kreis, und zugleich den Umkreis den ein Ort, dessen geographische Breite gegeben ist, in 24 Sternstunden durchläuft.

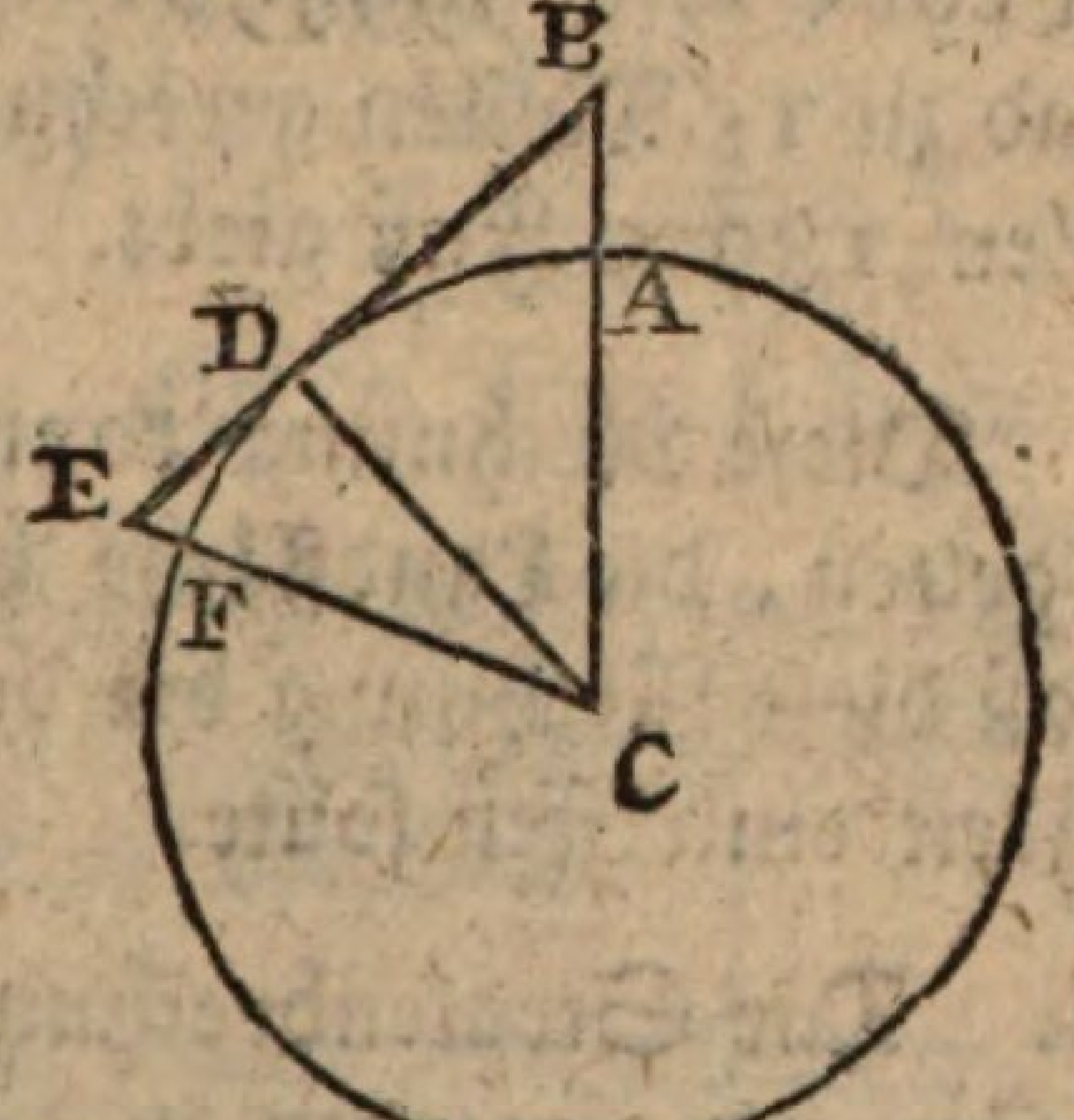
Anmerkung. Da die Erde alle 24 Stunden um etwa 1 Grad in der Ekliptik fortrücket, so beschreibet jeder Punkt der Erdfläche eigentlich keinen vollkommenen Kreis, sondern eine Art von Radlinie. Weil aber diese im jetzigen Falle von einem Kreise nicht sehr verschieden ist, so kann man den Weg jedes Punktes auf der Erdfläche in 24 Stunden so groß annehmen, als der Abweichungskreis ist in welchem er lieget.

§. 3.

Aufgabe.

Angenommen daß der Halbmesser der Erde bekannt sei, und daß ein Auge sich in einer gewissen

wissen Höhe über der als vollkommen kugelförmig angenommenen Erdfläche befinde, so soll gefunden werden wie weit zu sehen die Ründung der Erde erlaubet.



Es sei CA = CD der Halbmesser der Erdkugel, AB die Höhe des Auges, BD die aus D gezogene Berührungslinie der Erdkugel, so sind im rechtwinkeligen Dreieck CDB gegeben die Hypotenuse BC nebst der Kathete CD, daraus wird der Winkel C gefunden, nämlich (Einleitung, Seite XXXXIV.)

$$BC : CD :: R : \cos C.$$

Die Grade des Winkels C verwandele man in Meilenmaaß, 15 Meilen auf 1 Grad gerechnet, so hat man den Bogen AD oder die Entfernung bis zu welcher das Auge durch die Ründung der Erdfläche nicht zu sehen verhindert wird.

Z. B. Es stehe am Strande des Meeres ein Thurm oder ein Berg 200 Fuß hoch; es wird gefraget, wie weit man von oben auf die Meeresfläche hinsehen kann.

Wenn

Wenn man den Halbmesser der Erde zu 859,5 Meilen, die Meile zu 23647 rheinländischen Fußen, annimmt, so hat man:

$$20324797 : 20324597 = 1 : \cos C.$$

Hieraus folgt $\cos C = 0{,}9999901 = \cos 15'20''$, welches, den Grad zu 15 Meilen gerechnet, 3, 8 Meilen, oder 3 Meilen 18900 Fuß giebt.

Anmerkung I. Diese Rechnung kann zwar für die Meeresfläche gelten, die Landfläche hingegen ist zu uneben, als daß diese Rechnung bei derselben mit einiger Genauigkeit eintreffen söllte.

Anmerkung II. Die Stralenbrechung ist hier aus der Acht gelassen, wir werden in der Folge sehen wie sie mit in Rechnung gebracht wird. Auch wird hier auf die etwas afterkugelmäßige Gestalt der Erde (§. 1. Anm.) keine Rücksicht genommen.

Zusatz I. Wenn die Entfernung AD gegeben ist, und man verlanget die Höhe AB welche man einem Gebäude, z. E. einem Leuchtthurme geben muß, damit er in D noch gesehen werde, so verwandelt man die Entfernung AD in Grade, 15 Meilen auf 1 Grad gerechnet. So bekommt man den Winkel C. Mittelst dieses und der Kathete CD läßt sich die Hypotenuse BC berechnen, nämlich:

$$\cos C : R :: CD : CB.$$

Und CB — CD giebt AB.

Zusatz II. Es sei gegeben die Höhe AB des Auges und die Höhe FE des größten Mastbaumes eines Schiffs; es wird gefraget, wie groß die Entfernung AF ist, in welcher die Spitze E des Mastbaumes noch sicht-

sichtbar ist. Bei dieser Frage muß die Rechnung der obigen Auflösung zweimal angebracht werden; nämlich es wird erstens mittelst CB und CD der Bogen AD berechnet, dann mittelst CE und CD der Bogen DF. Die Summe AD + DF giebt die verlangte Entfernung.

§. 4.

Aufgabe.

Es soll die Standbreite, oder astronomisch zu reden, die Abweichung eines Ortes der Erdfläche gefunden werden.

Die Standbreite ist bekannter Maaßen der Polhöhe gleich (H. IV. §. 11.). Man braucht also nur diese zu suchen, um jene zugleich zu haben. Die gewöhnlichste Methode ist am gehörigen Orte erkläret worden (H. XII. §. 6.). Auch kann man die Kulminazion eines Sterns beobachten, dessen Abweichung bekannt ist (H. XII. §. 6. Zus. IV.).

Bei Gelegenheit der Schiffahrt werden wir noch mehr von der geographischen Breite zu sagen haben.

§. 5.

Aufgabe.

Aus dem Unterschiede der geographischen Länge zweier Oerter soll der Unterschied der Tageszeit in beiden gefunden werden.

Es ist bekannt daß 15° Unterschied in der geographischen Länge 1 Stunde Unterschied in der Zeit geben (H. IV. §. 12.), so daß allemal der östlichere Ort eine

Stunde mehr zählet. Also sage man 15^g geben 1 Stunde, was geben so viel Grad als der Unterschied der geographischen Länge beider Oerter beträgt?

Zum Beispiel. Wie groß ist allemal der Unterschied der Tageszeit zwischen Berlin und Paris?

Da die geographische Länge von Paris 20^g, und die von Berlin $31^g\ 2'\ 30''$, folglich der Längenunterschied beider Oerter $11^g\ 2'\ 30''$ beträgt, so hat man:

$$15^g : 1 \text{ Stunde} :: 11^g\ 2'\ 30'' : x$$

woraus sich x, der Zeitunterschied, zu $44'\ 10''$ ergiebt. So viel zählt Paris, welches westlich von Berlin liegt, weniger als Berlin.

Züsatz. Da 15 Grade gegen Osten allemal eine Stunde mehr geben, so machen 360^g gegen Osten 24 Stunden mehr; wenn man also von Westen nach Osten um die Erde herum reiset, so zählet man zulezt einen Tag mehr als beim Abreisen. Aus derselbigen Ursache wird man einen Tag weniger zählen, wenn man von Osten nach Westen um die Erde herumreiset. Wenn von zwei Schiffen die aus einem Orte ausgelaufen sind, das eine nach Osten und das andere nach Westen abgesegelt ist, und wenn sie an einem Orte 180^g vom Orte der Abfahrt züsammen treffen, so zählet das erstere 12 Stunden mehr, das andere aber 12 Stunden weniger als am Orte der Abfahrt; sie sind also in ihrer Zeitrechnung ebenfalls um 24 Stunden abweichend. Und wenn sie auch eben nicht jedes 180^g der geographischen Länge zurück gelegt haben, so trifft doch das nämliche ein; indem, was einerseits an den 12 Stunden mangelt, anderseits ersetzet wird.

§. 6.

Aufgabe.

Es soll die Standlänge, oder astronomisch zu reden, die gerade Aufsteigung eines Ortes gefunden werden.

Dazu können gute Räder-Uhren gebrauchet werden. Es ist im vorigen Paragraph erinnert worden, daß 1 Stunde Unterschied in der Zeit 15 Grad Unterschied in der geraden Aufsteigung giebt. Dieses gilt hier eigentlich von der Sonnenzeit, nach welcher die Uhr gestellet werden sollte. Da aber die Uhr nach der mittleren Zeit, die Sonne hingegen nach der wahren gehet, so muß erst jedesmal die mittlere Zeit, welche von der Uhr angegeben wird, in wahre Zeit verwandelt werden (H. VIII. §. 9.)

Zum Beispiel es reiset jemand aus Berlin mit seiner Uhr, die nach der mittleren Zeit gestellet worden. Da er nun an einen andern Ort A gekommen ist, so findet er am 20sten November 1795 daß die Sonne dort durch den Meridian gehet, wann seine Uhr 12 Uhr 33′ 7″ nach Mittag zeiget. Es wird gefraget, welches die geographische Länge des Orts der Beobachtung ist, angenommen die geographische Länge von Berlin betrage 31^s 2′ 30″.

Vor allen Dingen muß hier gesuchet werden, was die wahre Zeit in Berlin ist, wenn es an der mittleren Zeit ebenfalls in Berlin 12 Uhr 33′ 7″.

Man findet in den Ephemeriden, daß am 20sten November 1795 es an der mittleren Zeit 11 Uhr 45′ 56″ ist, wann es an der Sonne Mittag ist. Also müssen zur Mittagszeit, auch wohl kurz vor und nach-

her, 14′ 4″ zur mittleren Zeit addiret werden, wenn man die wahre erhalten will.

Man addire also diese 14′ 4″ zu 12 Uhr 33′ 7″, so hat man 12 Uhr 47′ 11″, als den Augenblick, da die Sonne an dem Orte A nach der Berliner wahren Zeit culminirt. Der Zeitunterschied zwischen Berlin und dem Orte A beträgt also 47′ 11″, und diese in Bogen verwandelt, 4 Zeitminuten auf einen Grad gerechnet, geben einen Längenunterschied von 11ᵍ 47′ 45″. Um so viel liegt der Ort A westlicher als Berlin, folglich beträgt seine Standbreite 19ᵍ 14′ 45″.

Anmerkung I. Es werden in England Taschen-Uhren, auch größere tragbare Uhren, unter dem Namen Zeitmesser (Chronometer) verfertiget, die einen sehr einförmigen Gang haben, welcher nur äußerst wenig durch Hitze und Kälte, durch Reibung und Abnutzung des Räderwerks, geändert wird. Solche Uhren sind ganz eigentlich zu astronomischen Beobachtungen und zur Erforschung der geographischen Längen bestimmet. Es ist eben nicht nöthig daß sie richtig gehen, wenn sie nur einförmig gehen; wenn man einmal aus Erfahrung weiß, um wie viel das Chronometer in 24 Stunden zurück bleibet oder voreilet, so läßt sich sehr leicht aus der Zeit, die das Chronometer zeiget, die wirkliche mittlere Zeit finden.

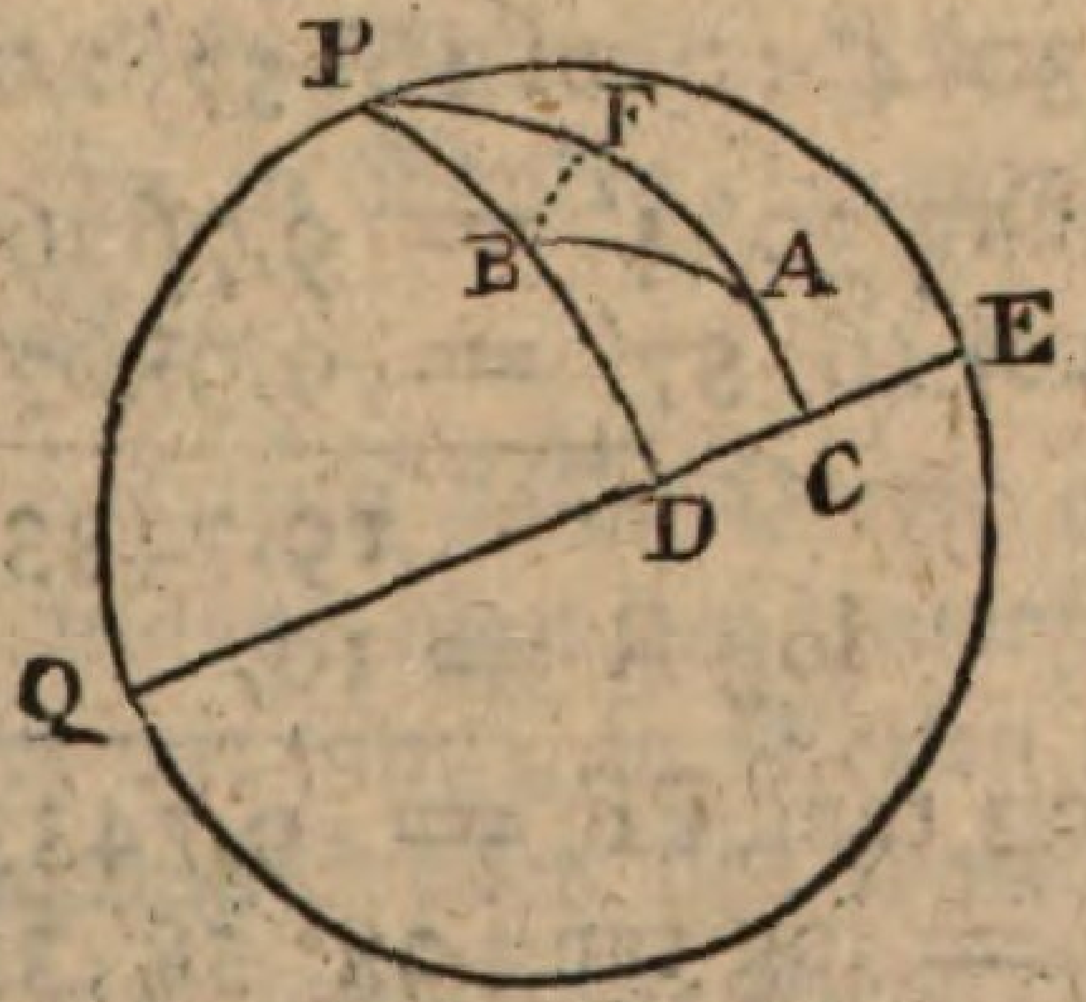
Anmerkung II. Im folgenden Hauptstücke, wo von der Schiffahrt die Rede seyn wird, wollen wir etwas umständlicher von der Erforschung der geographischen Länge reden.

§. 7.

§. 7.

Aufgabe.

Es ist gegeben die geographische Länge und Breite, oder, welches einerlei ist, die Aufsteigung und Abweichung zweier Oerter; es soll deren Entfernung von einander berechnet werden.



Es seien A und B beide Oerter, EQ der Gleicher, PQ der erste Mittagskreis, PC, PD die Mittagskreise beider Oerter, also QC, QD die Aufsteigungen oder geographischen Längen; CA, DB die Abweichungen oder geographischen Breiten, AB die Entfernung beider Oerter: so sind im Dreieck ABP gegeben die Komplemente AP, BP der Abweichungen, wie auch der Unterschied CD beider Aufsteigungen, folglich $\angle$ CPD; daraus wird AB gefunden. Nämlich, nachdem BF gegen AP senkrecht gefället worden, so ist

$$R : \tang BP :: \cos P : \tang PF$$
$$AP - PF = AF$$
$$\cos PF : \cos AF :: \cos BP : \cos AB.$$

Exempel für Berlin und Petersburg.

Berlin hat $31^g\ 2'\ 30''$ Standlänge und $52^g\ 31'\ 45''$ Standbreite; Petersburg $47^g\ 59'\ 30''$ Standlänge und $59\ 56'\ 0''$ Standbreite.

AP beträgt also $37^g\ 28'\ 15''$, BP $30^g\ 4'$ und P $16^g\ 57'\ 0''$.

Setzt man diese Werthe in obige Proporzionen, so hat man:

$$R : \tan 30^g\ 4' :: \cos 16^g\ 57' : \tan PF$$

$$\begin{aligned} \log \tan 30^g\ 4' &= 9{,}7626056 \\ \log \cos 16^g\ 57' &= 9{,}9807120 \\ \hline & \ 19{,}7433176 \\ \log R &= 10, \\ \hline \log \tan PF &= 9{,}7433176 \\ &= \log \tan 28^g\ 58'\ 33'' \end{aligned}$$

PF beträgt also $28^g\ 58''\ 33''$, folglich AF $8^g\ 29'\ 42''$.

Nun ist

$$\cos 28^g\ 58'\ 33'' : \cos 8^g\ 29'\ 42'' = \cos 30^g\ 4' : \cos AB.$$

$$\begin{aligned} \log \cos 8^g\ 29'\ 42'' &= 9{,}9952351 \\ \log \cos 30^g\ 4' &= 9{,}9372385 \\ \hline & \ 19{,}9324736 \\ \log \cos 28^g\ 58'\ 33'' &= 9{,}9419978 \\ \hline \log \cos AB &= 9{,}9904758 \\ &= \log \cos 11^g\ 57'. \end{aligned}$$

Der zwischen Berlin und Petersburg liegende Bogen eines durch beide Städte gehenden größten Kreises beträgt also $11^g\ 57'$, welches, den Grad zu 15 Meilen gerechnet, $179\frac{1}{4}$ Meilen für den Abstand beider Städte

Städte giebt. In den diesjährigen Kalendern stehen $223\frac{1}{4}$ Meilen, also 44 Meilen mehr, welches für die Umwege zu viel zu sein scheinet.

Zusatz I. Wenn beide Oerter in einem Mittagskreise liegen, so nimmt man bloß den Unterschied der Abweichungen und verwandelt ihn in Meilen, 15 Meilen auf 1 Grad gerechnet.

Zusatz II. Wenn beide Oerter im Aequator liegen, so nimmt man den Unterschied der Aufsteigungen und verwandelt ihn in Meilen, ebenfalls 15 Meilen auf 1 Grad gerechnet.

Zusatz III. Wenn beide Oerter gleiche Abweichung haben, so nimmt man den Unterschied der Aufsteigungen, suchet wie lang, in Meilen gerechnet, ein Grad des Abweichungskreises ist, worin beide Oerter liegen (§. 2.) und verwandelt die Grade des Abstandes beider Oerter nach dem gefundenen Verhältnisse in Meilen.

§. 8.

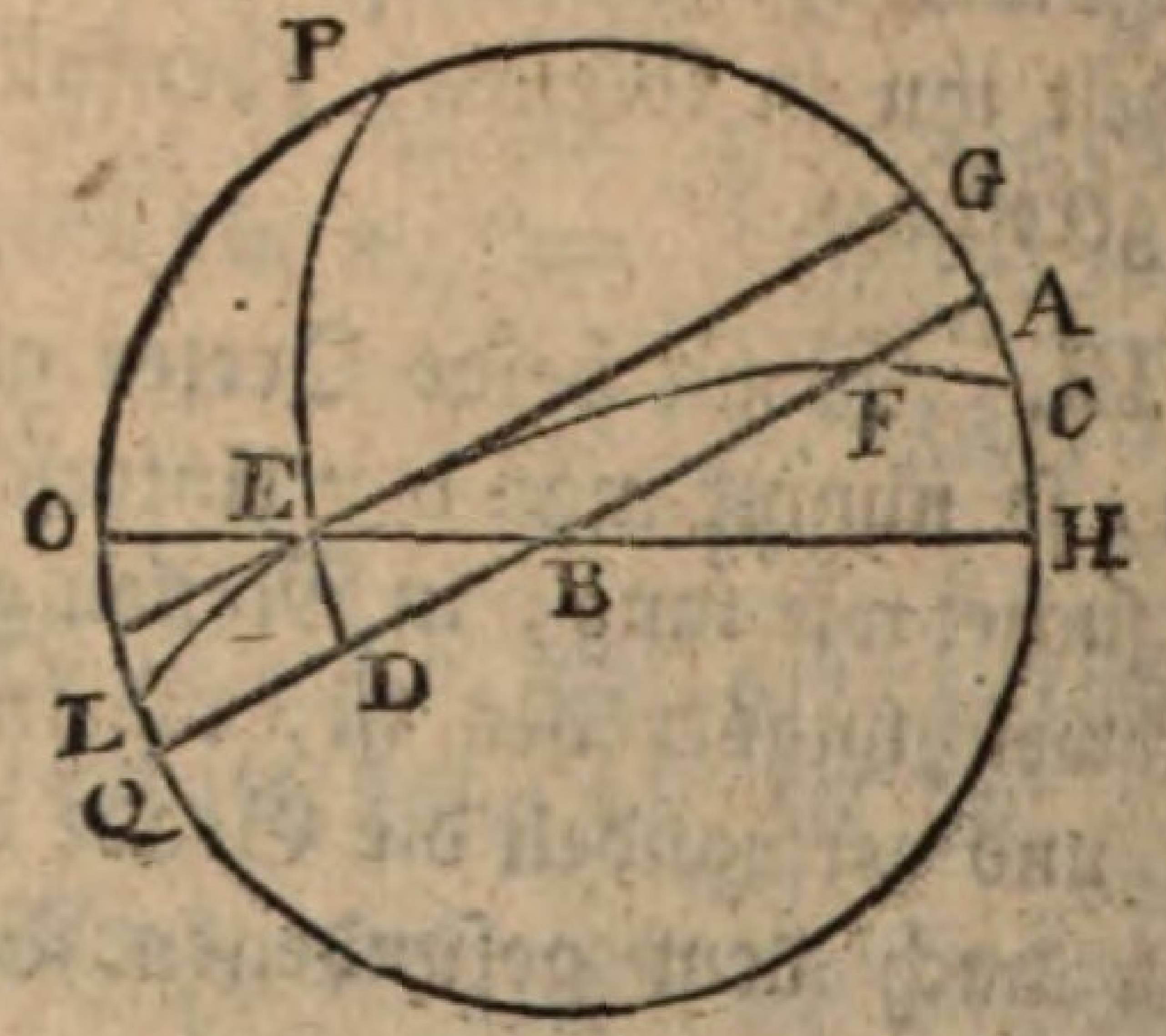
Aufgabe.

Es ist gegeben die Abweichung (geographische Breite) eines Orts, nebst der Schiefe des Sonnenkreises (Ekliptik). Daraus soll die Dauer des längsten Tages an solchem Orte berechnet werden.

Da die geographische Breite des Ortes gegeben ist, und da sie der Polhöhe gleich ist; da ferner der längste Tag eintritt, wann die Sonne im nördlichen Wendekreise ist und folglich $23^g\ 28'$ nördliche Abweichung hat, so läßt sich für den Tag der Sommer-Sonnenwende der

der Unterschied der geraden und der schiefen Aufsteigung berechnen (H. XIII. §. 8.) Ferner wird mittelst dieses Unterschiedes der Auf- und Untergang der Sonne, und folglich die Dauer des längsten Tages gefunden (H. XIII. §. 9.). Diese Dauer von 24 Stunden subtrahiret giebt die kürzeste Nacht.

Exempel. Welches ist die Dauer des längsten Tages hier in Berlin, in einer geographischen Breite von $52^g\ 31'\ 45''$?



Es sei HO der Horizont, AQ der Aequator, CL die Ekliptik, E der Sommer-Sonnenwendepunkt, PD ein durch denselben gehender Aufsteigungskreis, so ist EBD die Aequatorhöhe, ED die Schiefe der Ekliptik, und DB der Unterschied beider Aufsteigungen (oder, nach der Figur, eigentlich der Niedersteigungen) der in E stehenden Sonne.

BD wird gefunden, wenn man schließt:

$$\text{tang } B : \text{tang } DE = R : \sin BD.$$

$$\log \text{tang } DE = \log \text{tang } 23^g\ 28' = 9{,}6376106$$

$$\log R = 10,$$

$$19{,}6376106$$

$$\log \text{tang } B = \log \text{tang } 37^g\ 28'\ 15' = 9{,}8845226$$

$$\log \sin BD = 9{,}7530880$$

$$= \log \sin 34^g\ 30'$$

Diese

Diese 34° 30′ zu 90° addirt, giebt DA oder eigentlich EG, den halben Tagesbogen der Sonne = 124° 30′ = 8 Stunden 18′. Der längste Tag dauert also zu Berlin 16 Stunden 36′, und die kürzeste Nacht 7 Stunden 24′.

Zusatz I. Auf eine ganz ähnliche Art läßt sich die Dauer des kürzesten Tages und der längsten Nacht berechnen. Man wird finden daß der Unterschied beider Aufsteigungen derselbige ist wie bei der Berechnung des längsten Tages, nur daß er hier über dem Horizont lieget. Daraus folget, daß der kürzeste Tag so viel unter 12 Stunden ist als der längste darüber, daß der kürzeste Tag der kürzesten Nacht, und der längste Tag der längsten Nacht gleich ist.

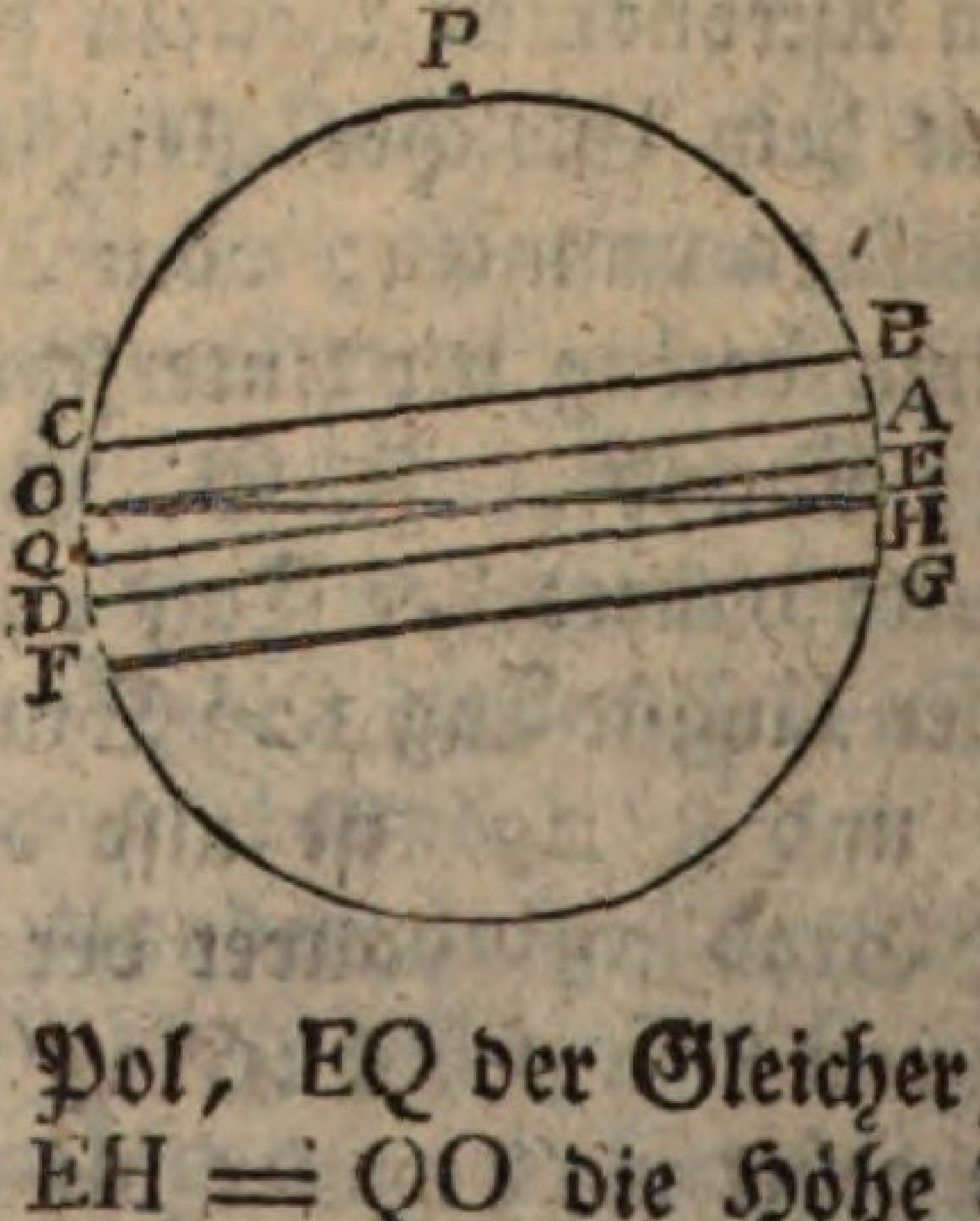
Zusatz II. Wer es der Mühe werth achtete, könnte die Dauer des längsten Tages für jeden Grad oder gar für jede Minute der geographischen Breite berechnen. Die alten Astronomen theilten die Erdfläche in lauter kleine mit dem Gleicher gleichlaufende Gürtel ein, die sie Klimata nannten; vom Anfange bis zum Ende jedes Klima betrug der Unterschied des längsten Tages allemal ½ Stunde. Z. B. Bei 0 Grad geographischer Breite dauert der Tag 12 Stunden, bei 8° 25′ dauert der längste Tag 12½ Stunden; der Gürtel zwischen 0° und 8 25′ ist also das erste Klima. Ferner bei 16 Grad 25′ dauret der längste Tag 13 Stunden, also von 8° 25′ bis 16° 25′ gehet das zweite Klima, und so gehet man weiter bis zum Polarkreise, oder zu 66° 32′, wo der längste Tag 24 Stunden dauert, und das 24ste Klima aufhöret. Da diese Klimate von keinem Nutzen sind, so sei es genug, daß man wisse was sie zu bedeuten haben.

Zusatz III. Diese halbstündigen Klimate gehen nicht bis über den Polarkreis: denn zwischen diesem und den Polen dauert der längste Tag mehr als 24 Stunden, indem die Sonne während 1 oder mehreren unserer Tage, oder gar Monate lang nicht untergehet, wie schon im IV. Hauptstücke §. 13. gelehret worden, und wie aus der folgenden Aufgabe noch mehr erhellet.

§. 9.

Aufgabe.

Aus der gegebenen Schiefe des Sonnenkreises (Ekliptik), und aus der Polhöhe eines Ortes, der in einem der beiden kalten Erdgürtel lieget, soll gefunden werden, während wie viel Tagen oder Monaten an einem solchen Orte die Sonne nicht unter- und nicht aufgehet.



Es sei P der Pol, EQ der Gleicher, HO der Gesichtskreis, also EH = QO die Höhe des Gleichers, AO ein Kreis mit dem Gleicher EQ gleichlaufend gezogen, in der Entfernung QO oder EA, die der Höhe des Gleichers gleich ist. In den kalten Erdgürteln ist diese Höhe allemal kleiner als die Schiefe der Ekliptik. Denn in diesen Gürteln ist die geographische

phische Breite größer als $90^g - 23^g 28'$, also $90^g - 23\ 28' + x$. Dieses ist zugleich die Polhöhe. Die Höhe des Gleichers ist das Komplement davon, also $90^g - 90^g + 23^g 28' - x$ oder $23^g 28' - x$, folglich etwas weniger als die Schiefe der Ekliptik. Es sei nun die Schiefe der Ekliptik = QC = EB = 23^g $28'$, und es sei BC der dem Pole P nächste Wendekreis, so scheinet die Sonne, ohne unterzugehen, während der ganzen Zeit daß ihre Tageskreise sich zwischen AO und BC befinden, das heißt die ganze Zeit da ihre Abweichung größer ist als QO oder als die Höhe des Gleichers.

Man ziehe nun durch H ebenfalls HD mit EQ gleichlaufend, und GF in einer Entfernung von 23^g $28'$ vom Gleicher, so ist ebenfalls klar, daß die Sonne unter dem Horizonte bleibet und nicht aufgehet, während daß sie sich zwischen HD und GF befindet. Während der übrigen Zeit des Jahres gehet die Sonne auf und unter, obgleich sie nie höher über den Horizont steiget als HB (= der Höhe des Gleichers + der Schiefe der Ekliptik).

Gesezt also der vorgeschlagene Ort sei im nördlichen kalten Erdgürtel, so ziehe man die Polhöhe von 90^g ab, um die Höhe des Gleichers zu bekommen. Man suche mittelst der Ephemeriden oder anderer Tafeln den Tag oder eigentlich die Mitternacht unseres Frühlings, da die Sonne so viel Abweichung hat als die gefundene Höhe des Gleichers beträgt, ferner die Mitternacht unsers Sommers, da die Abweichung wiederum eben so groß ist. Die Zwischenzeit ist diejenige, während welcher die Sonne nicht untergehet. Man suche ebenfalls die beiden Tage, oder eigentlich die beiden Mittage in unserem Herbste und Winter, da die Sonne wiederum die nämliche Abweichung, aber südlich, hat,

so ist die Zwischenzeit diejenige, während welcher die Sonne am gegebenen Orte nicht aufgehet. Während der übrigen Zeit des Jahres kann der Sonnen- Auf- und Untergang wie in den anderen Erdgürteln berechnet werden. Wenn vom südlichen kalten Erdgürtel die Rede ist, so sind nur wenige Worte in der Auflösung zu ändern.

Zum Beispiel: wie lange dauert der längste Tag und die längste Nacht zu Wardöhuus in Norwegen, $71^g\ 10'$ weit vom Gleicher.

Die Aequatorhöhe beträgt an diesem Orte $90^g - 71^g\ 10'$ oder $18^g\ 50'$, und dies ist die nördliche Abweichung der Sonne am 14ten May und 28sten Julius, und ihre südliche Abweichung am 16ten November und 25sten Januar. Die Sonne geht also zu Wardöhuus vom 14ten May bis zum 28sten Julius nicht unter und vom 16ten November bis zum 25sten Januar nicht auf, und der längste Tag, so wie die längste Nacht dauern dritthalb Monat.

Anmerkung. Bei dieser Berechnung ist nur auf den Mittelpunkt der Sonne geachtet worden. Obgleich dieser noch nicht über dem Horizonte erscheinet, so erhebet sich doch schon ein Theil der Sonnenscheibe über demselben, und wenn nach der Rechnung die Sonne gar nicht mehr scheinen sollte, so zeiget sich doch noch ein Stück von ihr zur Mittagsstunde.

Ferner ist bei dieser Rechnung die Stralenbrechung noch nicht mit in Anschlag genommen worden, wodurch die Sonne etwas eher als es sonst geschehen würde über dem Horizonte gesehen wird.

Zusatz. Mittelst der gegenwärtigen Aufgabe läßt sich für jeden Grad und jede Minute der geographischen

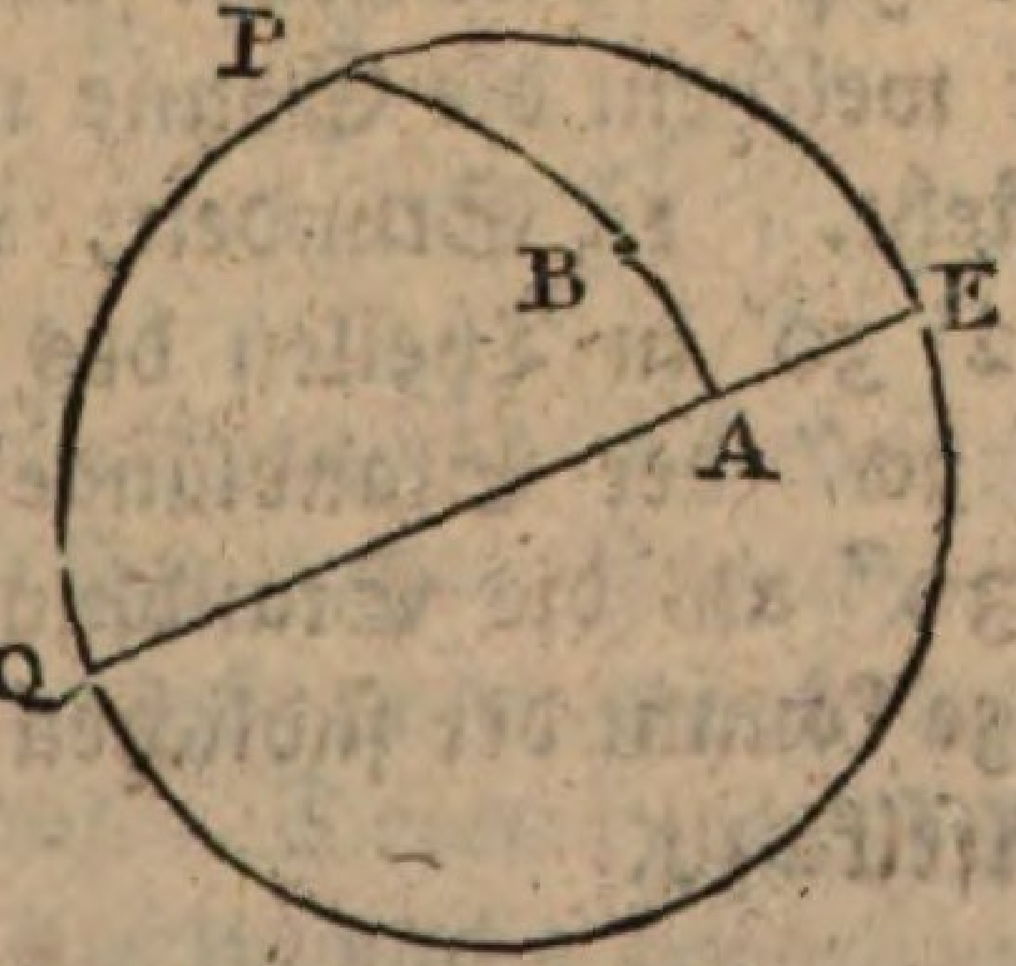
Breite

Breite über 66^{g} 32′ die Dauer des längsten Tages und der längsten Nacht finden. Hieraus hat man die Tafel der Klimate (§. 8. Zus. III.) für die Polarländer Monatweise fortgesetzet, z. B. bei 67^{g} 30′ dauert der längste Tag 1 Monat, bei 69^{g} 30′ zwei Monate u. s. w.

§. 10.

Aufgabe.

Es soll gefunden werden, über welchem Orte der Erde die Sonne zu einer gegebenen Zeit lothrecht stehet.



Es sei EQ der Gleicher, P der Pol, PE der Mittagskreis des Ortes wo man ist, B der verlangte Ort, PA sein Mittagskreis, also AB seine geographische Breite. Diese muß der Abweichung der Sonne gleich sein, wenn die Sonne lothrecht über B stehen soll. Ferner muß die Sonne vom Meridian PE um so viel Grade abstehen als der Bogen EA beträgt. Man suche demnach die Standbreite der Sonne für den gegebenen Tag und die gegebene Stunde, entweder mittelst der Ephemeriden oder durch andere Hülfsmittel, so bekommt man eben dadurch die geographische Breite AB des verlangten Ortes. Ferner verwandele man

man die Stunden bis Mittag oder seit Mittag in Grade des Gleichers, 15 auf 1 Stunde gerechnet, so bekommt man den Bogen EA als den Unterschied der geographischen Längen zwischen dem Orte wo man ist und dem verlangten Orte. Dieser Unterschied wird zur Länge des Ortes wo man ist addiret wenn es noch nicht Mittag ist, und davon subtrahiret wenn es über Mittag ist.

Exempel. Ueber welchem Orte der Erde stehet die Sonne lothrecht heute am 7ten November 1795 um $10\frac{1}{2}$ Uhr Morgens wahrer Zeit.

Die südliche Abweichung der Sonne beträgt den 6ten November 1795 Mittags $16^g\,4'\,11''$, den 7ten Mittags $16^g\,22'\,1''$, folglich den 7ten um $10\frac{1}{2}$ Uhr Morgens $16^g\,20'\,54''$. Dies ist die südliche Standbreite des Orts, über welchem die Sonne um die bestimmte Zeit lothrecht steht. $1\frac{1}{2}$ Stunden, von $10\frac{1}{2}$ Uhr bis 12, machen $22^g\,30'$ in Theilen des Aequators, und diese zu $31^g\,2'\,30''$ der Standlänge Berlins addirt, geben $53^g\,32'\,30''$ als die Standlänge des gesuchten Orts. Diese Lage kömmt der südlichen Spitze der Küste Zanguebar in Afrika zu.

§. 11.

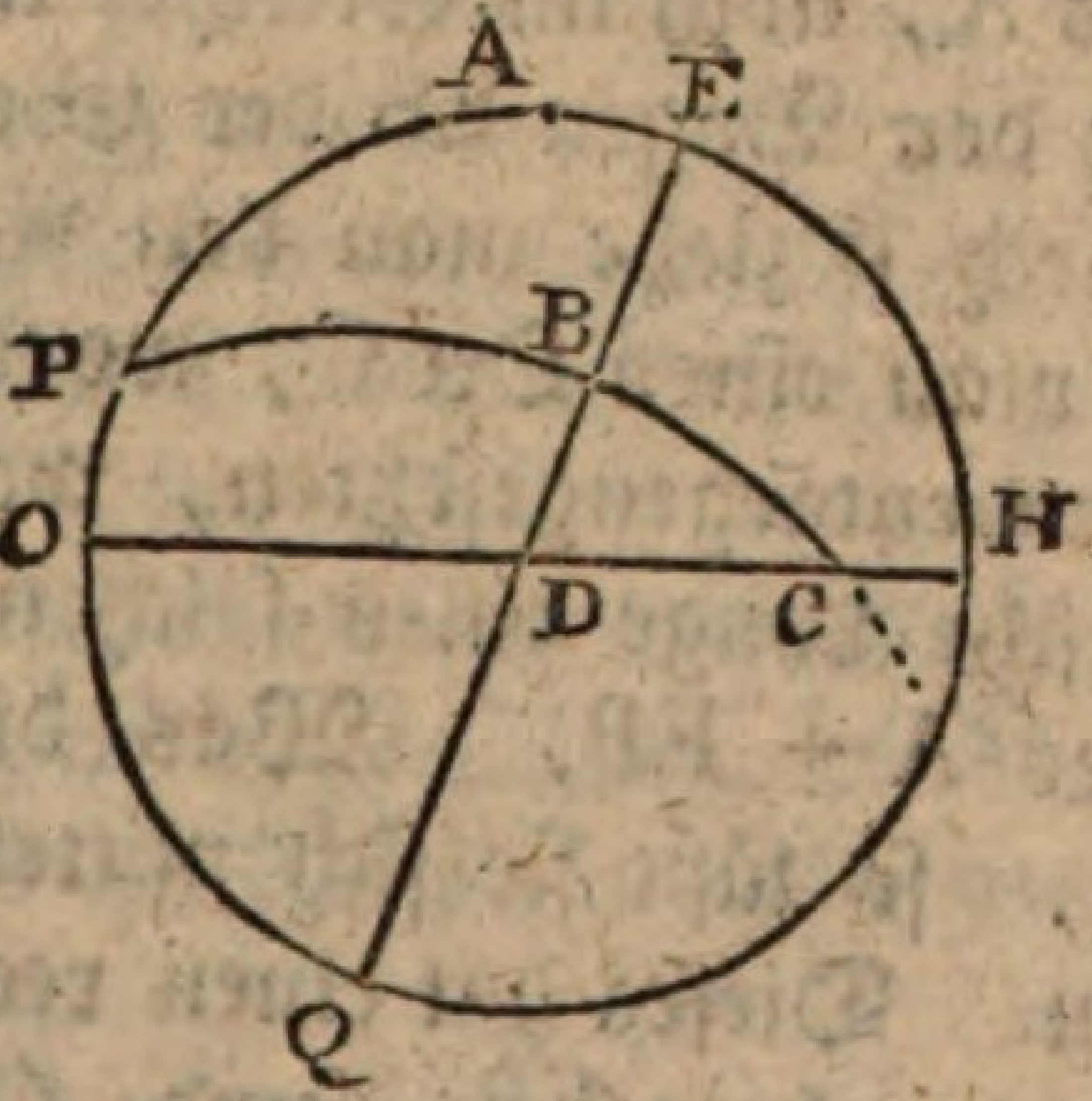
Aufgabe.

Es sollen die Oerter gefunden werden, wo die Sonne in einem gegebenen Zeitpunkte auf- und unter gehet.

Man suche fürs erste den Ort A, über welchem die Sonne im gegebenen Zeitpunkte lothrecht stralet, und stelle in Gedanken die künstliche Erdkugel so daß die Polhöhe PO der geographischen Breite AE des Ortes A

gleich

gleich sei, und folglich der Ort A allerseits 90° vom Horizonte HO abstehe (H. IV. §. 18.). Wenn nun die Sonne lothrecht über A stehet, so bescheinet sie die Halbkugel HAODH, sie gehet in HDO auf und in der anderen Hälfte des Horizonts gehet sie unter. Es kömmt also nur darauf an Oerter zu finden, die im Horizonte HO des Ortes A, oder 90° von A entfernt liegen.



Erstlich im Meridian HAO des Ortes liegen zwei Oerter H und O der kalten Zonen, in welchen die Sonne zugleich auf und unter gehet, indem sie den Horizont nur berühret. Deren Lage ist leicht zu finden. Der eine H hat die nämliche geographische Länge als der Ort A, und seine geographische Breite EH ist gleich der Höhe des Gleichers oder dem Komplement der Polhöhe, oder dem Komplemente der geographischen Breite des Ortes A; wenn A diesseits des Gleichers lieget, so lieget H jenseits. Der Ort O hat 180° geographische Länge mehr oder weniger als der Ort A, und seine geographische Breite ist wiederum der Höhe (OQ = EH) des Aequators gleich; nur liegt er disseits des Gleichers, wenn A disseits lieget.

Ferner giebt es im Gleicher selbst zwei Orte, D und den entgegengesetzten, in deren einem die Sonne auf

und im andern unter gehet; sie haben keine geographische Breite und ihre geographische Länge ist gleich der geographischen Länge des Ortes A mehr oder weniger 90^g. Denn es ist bekannt, daß der Mittagskreis (hier PAH) die über dem Horizont stehende Hälfte des Gleichers halbiret, indem der Gleicher als ein Tageskreis betrachtet werden kann. (H. I. §. 12. Seite 22).

Was die Oerter betrifft, die weder im Mittagskreise des Ortes A, noch im Gleicher liegen, so nehme man willkürlich den Bogen EB des Gleichers, kleiner als 90^g. Durch B ziehe man den Aufsteigungskreis PBC, so trifft man einen Ort C, wo die Sonne aufgehet, oder den entgegengesetzten, wo sie untergehet. Die geographische Länge eines solchen Orts ist gleich jener des Ortes A $\pm$ EB. Was die geographische Breite betrifft, so läßt sie sich mittelst des Dreiecks DBC berechnen. Dieses hat einen rechten Winkel bei B, BD beträgt $90^g - EB$, und $\angle D$ ist gleich der Höhe des Gleichers für den Ort A. Hieraus läßt sich BC als die geographische Breite des Ortes C finden, dessen Lage also vollkommen bestimmt ist.

Exempel. Es werde der Punkt A, über welchem die Sonne lothrecht stehet, so angenommen, wie er im vorigen Paragraph für den 7ten November 1795 um $10\frac{1}{2}$ Uhr Morgens gefunden worden. In diesem Falle stellet P den Südpol vor, H ist der Nordpunkt des Horizonts und O der Südpunkt. Die Polhöhe PO oder die geographische Breite AE beträgt $16^g\ 20'\ 54''$. Die geographische Länge des Orts A machet $53^g\ 32'\ 30''$. Die Sonne gehet unter für die Hälfte HDO des Horizonts, sie gehet auf für die andere Hälfte.

Der Ort H hat mit A die nämliche geographische Länge, also $53^g\ 30'\ 30''$, ferner ist $EH = AH - AE = 90^g - 16^g\ 20'\ 54'' = 73^g\ 39'\ 6''$, und da H in Rücksicht des Südpols P jenseit des Gleichers lieget, so

so ist seine Abweichung oder geographische Breite nördlich. Dieser Ort befindet sich im Eismeer zwischen Spitzbergen und Wordöhus. Dort also zeiget sich die Sonne einen Augenblick im Horizonte am 7ten Novem. 1795, wenn wir $10\frac{1}{2}$ Morgens zählen. Sie gehet aber im selbigen Augenblicke wieder unter, und es wird wieder Nacht.

Der Ort O hat zur geographischen Länge $53^g\ 32'\ 30'' + 180^g = 233^g\ 32'\ 30''$, und seine geographische Breite beträgt wiederum $73^g\ 39'\ 6''$, jedoch südlich. Ein solcher Ort lieget im Weltmeere, viel südlicher als die Gesellschafts-Inseln, zu welchen Otaheite gehöret. Dort berührt zur gegebenen Zeit der Mittelpunkt der Sonne nur einen Augenblick den Horizont: im selbigen Augenblicke, wo die Sonne untergehet, gehet sie wieder auf, und der Tag fängt von neuem wieder an.

Der Ort D und sein entgegengesetzter liegen im Gleicher und ihre geographische Länge beträgt $53^g\ 32'\ 30'' + 90^g$. Dieses giebt für den entgegengesetzten $- 36^g\ 27'\ 30''$ oder $360^g - 36^g\ 27'\ 30'' = 323^g\ 32'\ 30''$ Ein solcher Ort liegt im Amazonen-Lande in Amerika, da gehet die Sonne auf zur gegebenen Zeit.

Der Ort D selbst, wo sie untergehet, hat $143^g\ 32'\ 30''$ Länge und liegt ebenfalls im Gleicher. Man trifft ihn an zwischen den Molukkischen Inseln Celebes und Gilolo.

Man nehme nun an $EB = 30^g$, so ist die geographische Länge des dem C entgegengesetzten Ortes, wo die Sonne aufgehet, $53^g\ 32'\ 30'' - 30^g = 23^g\ 32'\ 30''$, und die Länge des Punkts C selbst, wo sie untergehet, ist $53^g\ 32'\ 30'' + 30^g = 83^g\ 32'\ 30''$. Die Breite AE des Ortes A beträgt $16^g\ 20'\ 54''$, folglich die Aequatorhöhe EH oder $BDC = 73^g\ 39'\ 6''$, und $BD = ED$

— EB macht 60°. Man hat nun folgendes Gleichverhältniß:

$$R : \text{tang } D :: \text{sin } BD : \text{tang } BC$$

das heißt:

$$R : \text{tang } 73^\circ\ 39'\ 6'' :: \text{sin } 60^\circ : \text{tang } BC$$

$$\log \text{sin } 60^\circ = 9{,}9375306$$

$$\log \text{tang } 73^\circ\ 39'\ 6'' = 10{,}5326341$$

$$20{,}4701647$$

$$\log R = 10,$$

$$10{,}4701647 = \log \text{tang } BC$$

$$BC = 71^\circ\ 17'\ 2''$$

Also hat der dem C entgegengesetzte Ort 23° 32′ 30″, geographischer Länge und 71° 17′ 2″ geographischer nördlicher Breite. Ein solcher Ort lieget im Meere nicht weit von der Norwegischen Küste und vom Maelstrom. Da gehet die Sonne auf zur gegebenen Zeit.

Der Ort C selbst, wo sie untergehet, hat ebenfalls 71° 17′ 2″ nördlicher Breite und dabei 83° 32′ 30″ Länge. Einen solchen Ort findet man im Samojeden-Lande am Eismeere.

Anmerkung. Da die Sonne größer ist als die Erde, so bescheinet sie mehr als die Hälfte der Erdkugel. Indessen ist, wegen der großen Entfernung der Sonne, der Unterschied unbedeutend. Auch ist bei diesen Rechnungen die Stralenberechnung aus der Acht gelassen worden.

Sechs-

Sechzehntes Hauptstück.

Trigonometrische und andere Aufgaben, die sich auf die Schiffahrt beziehen.

§. 1.

Aufgabe.

Es soll auf der See die geographische Breite des Ortes, wo man sich befindet, erforschet werden.

Dieses heißt eben so viel, als man soll die Polhöhe für die Stelle, wo man ist, finden. (H. IV. §. 11.). Wir haben zwar schon bei Gelegenheit der geographischen Standbreite der Oerter auf der Erde (H. XV. §. 4.) die gewöhnlichsten Mittel zur Erforschung der Polhöhe erwähnet, allein da die Kenntniß der Polhöhe oder der geographischen Breite zur See ganz anders wichtig ist als zu Lande, und da sich Hindernisse finden können, diese oder jene Methode zu gebrauchen, so wollen wir hier mehrere Wege angeben, die zum nämlichen Zwecke führen.

I. Es wird der obere und der untere Durchgang eines nicht weit vom Pole entfernten Sterns beobachtet, und der halbe Unterschied beider Höhen wird zur kleinsten addiret; dieses giebt die Polhöhe. (H. XII. §. 6.). Diese Methode ist übrigens zur See nicht eigentlich brauchbar, weil sie voraussetzet, daß man 12 Stunden lang in gleicher geographischer Breite bleibet. Jedoch kann man sie anwenden, wenn man irgendwo auf das feste Land oder auf eine Insel ausgestiegen ist.

II. Wenn die Abweichung eines Sterns bekannt ist, so braucht man nur seine Höhe im Mittagskreise zu beobachten, um daraus die Polhöhe zu erfahren; diese ist nämlich allemal gleich 90^g weniger der Summe oder der Differenz der Abweichung und der Höhe im Mittagskreise, oder sie ist gleich der gedachten Summe weniger 90^g (H. XII. §. 6. Zus. IV.). Hierzu kann man, wenn sonst nichts hindert, den Polarstern gebrauchen, oder den Stern γ in der Lende der Kassiopea, oder den Stern ε im Schweife des großen Bären. Denn man erkennet, daß diese Sterne alle drei im Mittagskreise sind, wenn sie zugleich von einem lothrecht hängenden und mit Blei beschwerten Faden bedecket werden, welchen man vor dem Auge hält. Wenn Kassiopea über oder unter dem Pole ist, so ist es der Polarstern ebenfalls.

III. Wenn die Abweichung der Sonne bekannt ist, so kann man ihre mittägliche Höhe beobachten und mit ihr eben so verfahren, wie mit einem Sterne. Die Abweichung der Sonne findet man für jeden Mittag in den Ephemeriden, nämlich für den Mittag des Orts, wo die Ephemeriden gemacht sind, z. E. für Berlin. Wenn man nun ohngefähr weiß, in welcher geographischen Länge man sich befindet, so läßt sich daraus schließen,

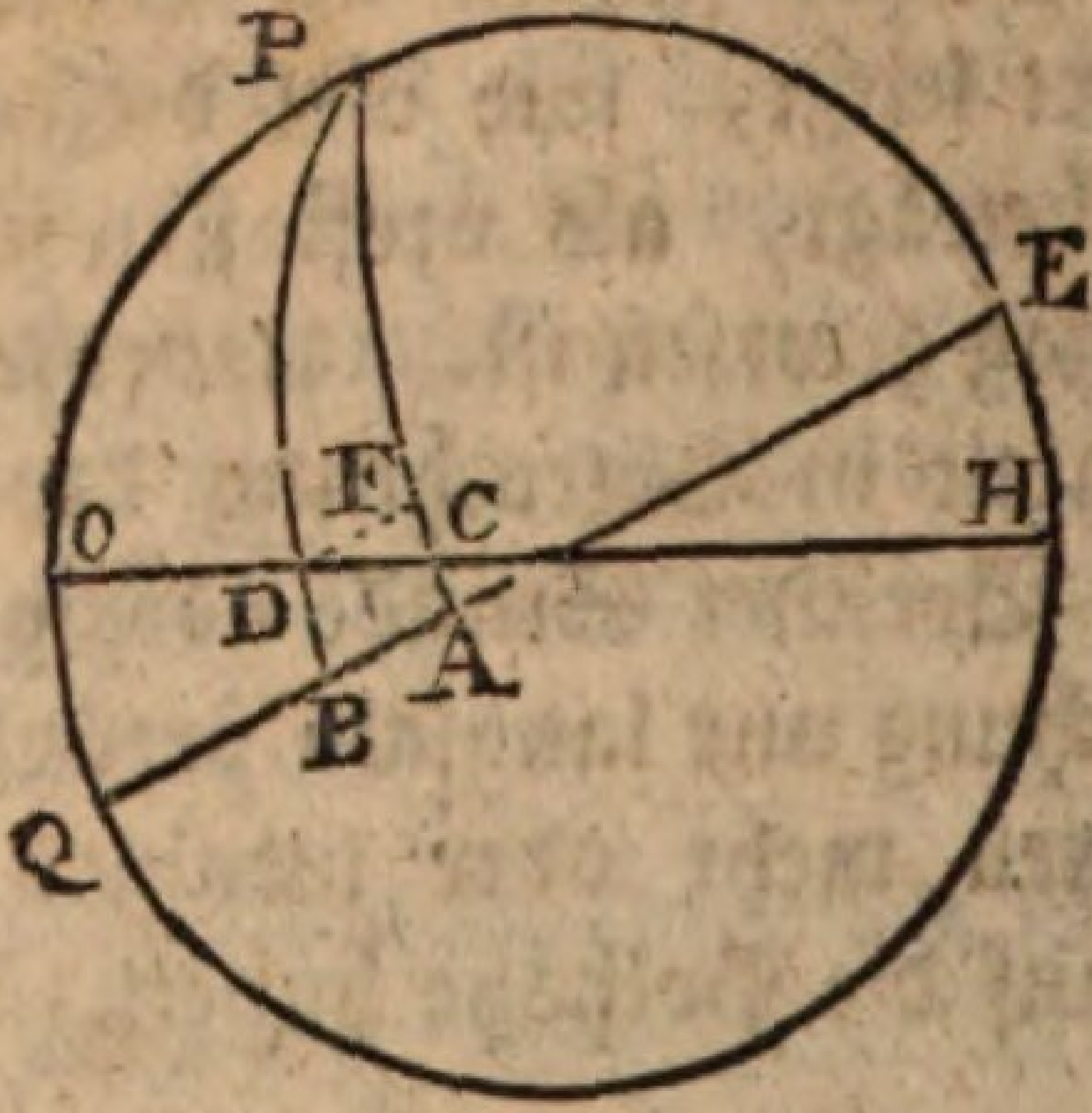
ßen, wie hoch es in Berlin an der Zeit ist, wenn es an der Stelle, wo man sich befindet, Mittag ist. Ferner siehet man in den Ephemeriden um wie viel die Abweichung der Sonne sich in 24 Stunden verändert, und man findet leicht, wie viel dieses auf so oder so viel Stunden beträgt, als verflossen sind, seitdem es in Berlin Mittag gewesen ist. Uebrigens ist hier keine große Genauigkeit in Betrachtung der geographischen Länge und der Berliner Stunde nöthig, weil die Sonne ihre Abweichung nur langsam verändert, so daß einige Zeitminuten mehr oder weniger keinen merklichen Einfluß auf die Polhöhe haben.

IV. Man beobachte die Auf- oder Untergangs-Weite der Sonne, und suche mittelst der Ephemeriden die Abweichung der Sonne, so läßt sich daraus die Höhe des Gleichers und folglich die Polhöhe berechnen. (H. XIII. §. 8. Zus. V.). Um aber die Abweichung der Sonne zu bekommen, muß man die Zeit des Ortes, wo man sich befindet, auf die Zeit des Ortes, wo die Ephemeriden gemacht sind, wenigstens ohngefähr reduziren, und daraus die Abweichung der Sonne, wie bei No. III. berechnen.

Eben so kann man mittelst der Aufgangs- oder Untergangsweite eines jeden Sterns, dessen Abweichung bekannt ist, die Polhöhe finden.

V. Man beobachte den Himmel, bis daß man zwei Sterne findet, die zugleich auf- oder untergehen, z. E. in C und D. Es wird vorausgesetzet, daß die Abweichungen und die geraden Aufsteigungen derselben bekannt sind. Im Dreieck CPD (folg. Fig.) sind CP und DP die Komplemente der Abweichungen AC und DB, und der Winkel P ist in Graden gleich dem Unterschiede AB der geraden Aufsteigungen. Man kann

also mittelst der sphärischen Trigonometrie den Winkel PCD oder PCO finden. Nämlich man fället DF gegen CP senkrecht und saget:



R : tang PD :: cos P : tang PF

CP — PF = CF

sin CF : sin PF :: tang P : tang C.

Im Dreieck CPO, welches in O einen rechten Winkel hat, ist bekannt CP und ∠ C, wodurch PO gefunden wird, indem man saget:

R : sin CP :: sin C : sin PO

und es ist PO die Polhöhe.

VI. Man beobachte, wie vorher, zwei Sterne, die zugleich auf- oder untergehen, und messe den zwischen ihnen begriffenen Bogen CD des Horizonts. Dann hat man im Dreieck CPD die Seite CD durch die Beobachtung, ferner CP und PD als die Komplemente der Abweichungen; daraus läßt sich der Winkel C finden, nämlich durch die Formel:

$$\sin CP \times \sin CD$$
$$: (\tfrac{1}{2} PD + \tfrac{1}{2} CD - \tfrac{1}{2} PC)$$
$$\times \sin (\tfrac{1}{2} PD + \tfrac{1}{2} PC - \tfrac{1}{2} CD)$$
$$:: R^2 : (\cos \tfrac{1}{2} C)^2$$

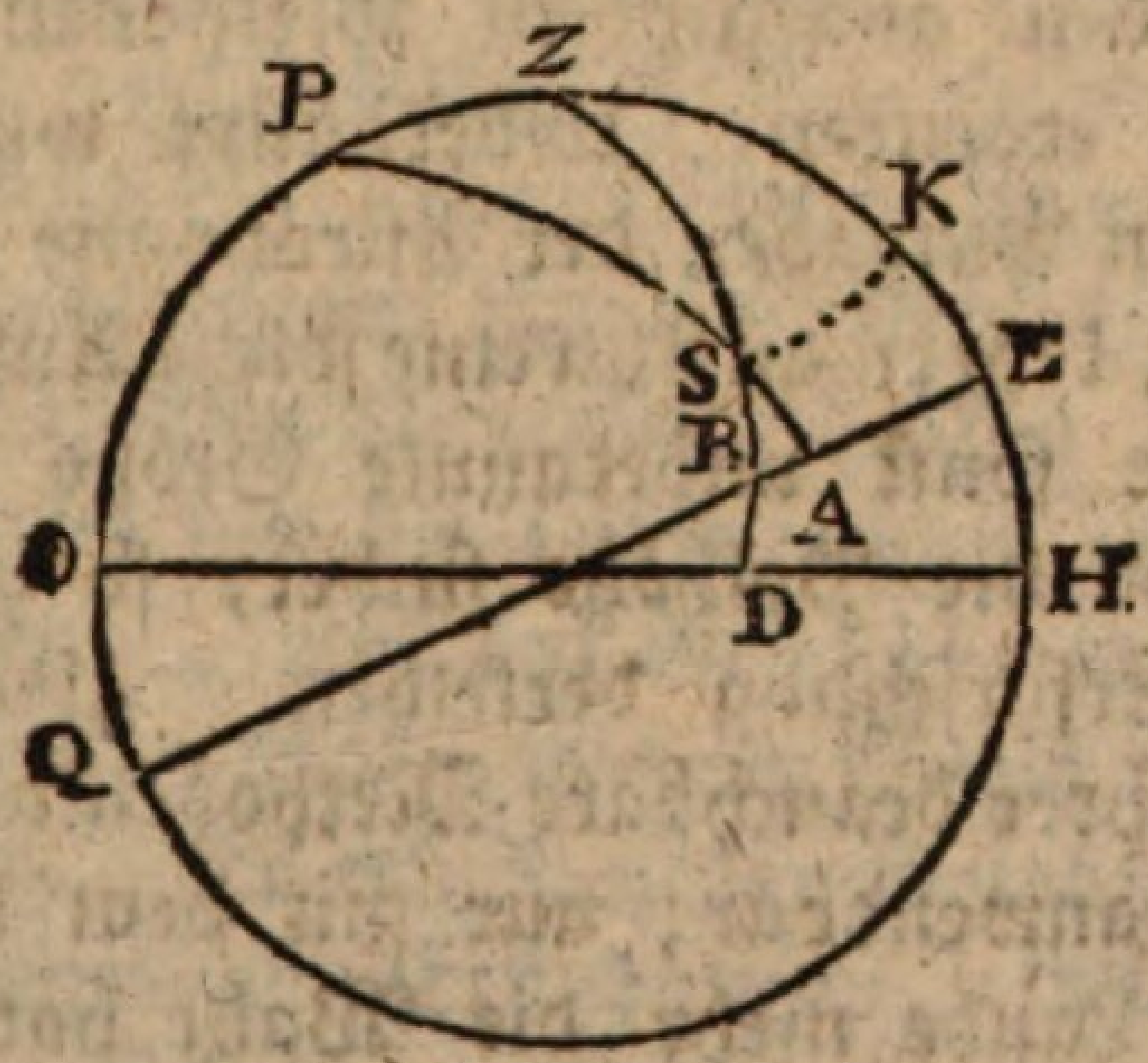
oder auch durch die Methode, welche im XIIIten Hauptstück §. 11. im Exempel gebrauchet worden. Hat man

nun

nun den Winkel C, so läßt sich, wie vorher im Dreieck CPO die Polhöhe PO finden.

Dieser Weg zur Erforschung der Polhöhe könnte in dem Falle gebrauchet werden, wo die geraden Aufsteigungen beider Sterne ungewiß wären, sonst ist die vorhergehende bequemer.

VII. Man beobachte die Sonnenhöhe DS zu einer beliebigen Stunde, und suche mittelst den Ephe-



meriden und einer kleinen Rechnung, wie vorher bei No. III. IV. die Abweichung der Sonne für den Zeitpunkt der Beobachtung. Ferner verwandele man die bis zum Mittage noch übrige oder seit dem Mittage verflossene Zeit in einen Bogen des Gleichers EA (H. XII. §. 8.), so giebt dieses zugleich den Winkel ZPS. Man kennet demnach im Dreieck ZPS den Winkel P, die Seite SP als das Komplement der Abweichung AS, und die Seite ZS als das Komplement der Standhöhe DS. Hieraus findet man ZP, nämlich es ist, nachdem SK gegen PZE senkrecht gezogen worden:

$$R : \text{tang}\, PS :: \cos P : \text{tang}\, PK$$
$$\cos PS : \cos SZ :: \cos PK : \cos ZK$$
$$PK - ZK = PZ$$

und ferner ist die Polhöhe $PO = 90^{\circ} - PZ$.

Wenn in S statt der Sonne sich ein Stern befindet, dessen Abweichung bekannt ist, so läßt sich das nämliche Verfahren auf ihn anwenden. Nur muß man wissen, um welche Zeit er durch den Meridian gehet: die Zeit, die bis zum Durchgange übrig ist, oder die seit dem Durchgange verflossen ist, in Sternzeit verwandelt, giebt den Bogen EA oder den Winkel P.

Außer den angeführten Methoden laßen sich noch mehrere erdenken. Ueberhaupt wird die Polhöhe in vielen Aufgaben der Astronomie als bekannt angenommen; kehrt man nun eine solche Aufgabe um, indem man die sonst unbekannte Größe als bekannt annimmt, und die Polhöhe suchet, so hat man ein Mittel zur Erforschung derselben. Uebrigens sind alle für Seefahrer brauchbare Methoden auch auf dem festen Lande anwendbar; nur mit dem Unterschiede, daß man zu Lande mehr die Wahl hat, und auf günstige Umstände warten kann, da hingegen der Seefahrer sich jedes Ereigniß am Himmel zu Nutze machen muß, wodurch er sich seiner jetzigen Lage vergewissern kann.

§. 2.

Aufgabe.

Es soll zur See die geographische Länge des Orts, wo man ist, bestimmet werden.

Diese Aufgabe ist viel schwerer als die vorhergehende, und hat, wegen ihrer Wichtigkeit, nicht nur die Gelehrten beschäftiget, sondern auch die Regierungen, welche diejenigen Männer, die darin etwas merkliches leisten, gewiß allemal ansehnlich belohnen, wie es auch schon geschehen ist.

Die

Die bisher gebrauchten und vorgeschlagenen Mittel sind folgende:

I. Eine vollkommen einförmig gehende Uhr würde das bequemste Mittel zur Erforschung der geographischen Länge zur See, wie zu Lande sein (H. XV. §. 6.). Allein bis jezt hat man keine Uhren erhalten können, die sich gar nicht in ihrem Gange stören lassen, weder durch den Einfluß der Witterung, noch durch innere Abreibungen, noch durch die gewaltsamen Bewegungen eines Schiffes. Harrison in England hat gegen die Mitte des jetzigen Jahrhunderts Uhren gemacht, welche einer solchen Unveränderlichkeit sehr nahe kamen; sie hatten wie die Taschenuhren eine Stahlfeder und eine Unruhe, weil mit Gewicht und Pendel an einer so unruhigen Stäte wie ein Schiff ist, sich nichts beginnen läßt. Er erhielt große Belohnungen für seine Bemühungen und Erfindungen. Allein so günstig auch die ersten Versuche ausfielen, so wurde man doch bald gewahr daß die folgenden nicht so ganz den gehofften Erfolg hatten. Noch jezt werden in England unter dem Namen Chronometer oder Zeitmesser sehr vorzügliche Uhren, sowohl in Gestalt der Taschenuhren als auch in größerer Form verfertiget. Auch können sie mit Nutzen zur Erforschung der Standlängen, sowohl zu Lande als auch zur See gebrauchet werden. Allein man kann sich nie ganz auf solche Maschinen verlassen, und man muß noch nebst den Uhren andere Hülfsmittel gebrauchen, um die Mängel einer Methode durch eine andere zu entdecken und zu berichtigen.

II. Wenn am Himmel solche Begebenheiten vorfallen, die an allen Orten der Erde zu gleicher Zeit gesehen werden können, als Mondfinsternisse, Verfinsterungen der Trabanten oder Monde des Jupiters; und wenn man aus Ephemeriden weiß, in welchem Zeitpunkte

 ein

ein solcher Vorfall am Orte für den die Ephemeriden gemacht sind, gesehen wird; so braucht man nur zu beobachten, um welche Zeit am Orte wo man sich befindet dieselbige Erscheinung gesehen wird. Dieses erhält man, wenn man kurz vorher eine Uhr nach der Sonne oder den Sternen gestellet hat, oder indem man zugleich solche Beobachtungen der Sonne oder der Sterne anstellet, woraus sich die Zeit folgern läßt (H. XIII. §. 11. und H. XIV. §. 5.). Der Unterschied der Zeit der Erscheinung an zwei Orten giebt den Unterschied der Standlänge, wie schon bei dem Gebrauche der Uhren erkläret worden (H. XV. §. 6.). Diese Methode wäre sehr vortheilhaft, wenn sie nur öfter zu gebrauchen wäre. Verfinsterungen der Jupiters-Trabanten fallen nur höchstens monatlich einige mal vor, und es vergehen oft viele Monate ohne Mondfinsternisse. Hierzu kommt noch daß zu solchen astronomischen Beobachtungen Fernröhre gebrauchet werden, die bei der schwankenden Bewegung des Schiffes allemal unbequem zu regieren sind.

III. Der Mond ist fast alle Tage oder Nächte sichtbar, ausgenommen kurz vor und nach dem Neumonde, und da er in jedem Monat einmal den Thierkreis zu durchlaufen scheinet, folglich seine Lage in Betrachtung der Sonne und der Sterne schnell genug verändert, so giebt er ein bequemes Mittel an die Hand, die geographischen Längen zu bestimmen. Man hat nämlich zum Gebrauche der Seefahrer englische und französische Schiffskalender herausgegeben, woraus man ersehen kann um wie viel Grade der Mond zu jeder Zeit von der Sonne und von einigen merkwürdigen Fixsternen entfernet ist. Solche Tabellen lassen sich ohne viel Mühe berechnen, so bald man die geraden Aufsteigungen und Abweichungen sowohl der Fixsterne und der Sonne als auch des Mondes, aus Ephemeriden oder

durch andere Hülfsmittel als bekannt annimmt (H. XIV. §. 1. Zus. I.). Die Stunden in solchen Entfernungstabellen sind für den Ort des Herausgebers berechnet. Gesezt nun man wisse auf der See aus andern Beobachtungen wie viel es an der wahren Zeit ist, und man finde durch einen Hadleyschen Oktanten (oder ein anderes Instrument) daß der Mond um so oder so viel Grade von der Sonne oder von einem gewissen Fixstern entfernt ist, so schlägt man die Tabellen auf, und suchet um welche Zeit der Mond sich in der beobachteten Entfernung befinden soll, und zwar für den Meridian des Herausgebers. Der Unterschied dieser Zeit und der beobachteten, in Grade verwandelt, giebt den Unterschied der geographischen Länge zwischen dem Orte der Beobachtung und demjenigen für welchen die Tafeln berechnet sind. Bei dieser Methode muß die Stralenbrechung und die Parallaxe nothwendig mit in Anschlag gebracht werden; wir wollen in der Folge nähere Erläuterungen deswegen geben. Uebrigens ist diese Methode eine der allerbesten; nur erfordert sie, eben wegen der Stralenbrechung und der Parallaxe etwas weitläuftige Rechnungen, die dem Seemann beschwerlich fallen, auch wenn man ihn durch allerlei Hülfstafeln unterstüzet.

IV. Diejenigen Schiffer, die sich mit astronomischen Mitteln nicht zu behelfen wissen, pflegen also zu verfahren: wenn sie aus einem Hafen auslaufen, so merken sie sich denselben auf der Seekarte, wie auch die Richtung in welcher sie absegeln. Nun schäzen sie von Zeit zu Zeit den zurückgelegten Weg durch eine Schnur, wie im folgenden Paragraph angezeiget werden soll, und ziehen auf der Karte eine gerade Linie, die diesen Weg vorstellet, in der Richtung des Windstrichs nach welchem das Schiff fortsegelt; jedesmal wenn die Richtung des

Schif-

Schiffes geändert wird, so wird auch die Richtung der Linie auf der Karte geändert. Wenn nun damit fleißig fortgefahren wird, so zeiget die Karte jedesmal die Stelle wo man ist, und folglich sowohl die geographische Länge als auch die geographische Breite des Schiffes. Hierzu sind diejenigen Karten am besten, die nach Merkators Art (H. V. §. 13.) verfertiget sind, weil bei denselben das gehörige Verhältniß zwischen den Graden der Länge und Breite beobachtet ist. Man muß aber für jeden Grad der geographischen Breite oder wenigstens für jede 5 Grade einen anderen Maaßstab gebrauchen, so daß ein Grad der Breite allemal zu 15 deutschen Meilen gerechnet werde. Jedoch kann hierbei keine ängstliche Genauigkeit verlanget werden. Dieses Verfahren wäre übrigens das einfachste und beste von allen, wenn es nur zuverlässiger wäre; weder die Geschwindigkeit noch die jedesmalige Richtung des Schiffes läßt sich ganz genau angeben, weil Seeströme und Stürme es von seinem Wege abtreiben: eine solche Schätzung kann also bei großen Reisen nur als eine Zuflucht in der Noth angesehen werden, wenn man keine astronomischen Beobachtungen machen kann.

V. Wenn man unter einerlei Grad der Standbreite fortsegelt, so ändert sich bei wenigem die Abweichung der Magnetnadel. Daher haben einige gemeinet, man könnte, wenn man nur die Standbreite gefunden hat, die Standlänge aus der Abweichung der Magnetnadel abnehmen. Allein die Veränderung von einem Grade der Standlänge zum andern ist zu klein, als daß sie mit hinlänglicher Schärfe die Standlänge geben könnte. Auch ist die Magnetnadel kleinen Veränderungen in der Abweichung unterworfen, welche vom Zustande der Atmosphäre abzuhängen scheinen, wodurch die Zuverlässigkeit dieses Mittels noch vermindert wird. Endlich

lich ist die Theorie des Magnets noch nicht so weit gediehen, daß man auf jedes Jahr, für jeden Punkt der Erde, die Abweichung genau angeben könne, welches doch seyn müsse, wenn man aus demselben die Standlänge bestimmen wollte.

VI. Die Engländer Ditton und Whiston hatten einen Vorschlag ganz anderer Art gethan. Man sollte an verschiedenen Orten der See Schiffe an Ankern befestigen, aus welchen jedesmal um Mitternacht eine Bombe senkrecht in die Luft geschossen würde. Diese könnte sehr hoch steigen, und unerachtet der Krümmung der Erdfläche sehr weit gesehen werden, vorzüglich beim Zerplatzen in der Luft. Eine solche Einrichtung könnte den Seefahrern manche Dienste leisten, theils in Bestimmung der Zeit, theils auch in Bestimmung ihrer Lage auf der See. Die Oerter wo solche Schiffe befindlich wären, müßten auf den Seecharten angezeiget sein. Durch den Windstrich unter welchem man die Bombe sehen würde, und durch die zwischen Licht und Schall verstrichene Zeit, könnte man genau den Ort des Schiffes und folglich seine Standbreite und Standlänge erfahren. Es ließen sich aber wohl nicht gut andere Menschen als Missethäter zur Bedienung solcher Schiffe bestimmen; sie würden auch oft durch Stürme vom Anker weggerissen oder gar zerbrochen oder umgeworfen werden. Allenfalls könnte man solche Einrichtung mit Bomben auf Küsten und Inseln anbringen, welches immer eine große Hülfe leisten würde.

Da unter den verschiedenen angeführten Mitteln kein einziges ganz zuverlässig und zu allen Zeiten brauchbar ist, so muß man auf langen Seereisen die vier ersteren so viel als möglich mit einander verbinden, und

die

die Resultate des einen durch die andern prüfen und berichtigen.

§. 3.

Aufgabe.

Den Weg finden, welchen das Schiff zurückgeleget hat.

Hierzu dienen zwei ganz verschiedene Mittel; nämlich erstlich die Versuche wodurch die Geschwindigkeit des Schiffes unmittelbar bestimmet wird, und zweitens die Kenntniß und Berechnung derjenigen krummen Linie, welche das Schiff auf der kugelhaften Meeresfläche durchläuft, indem es nach einem gewissen Windstriche fortsegelt.

I. Was die Bestimmung der jedesmaligen Geschwindigkeit des Schiffes betrifft, so ist solche großen Schwierigkeiten unterworfen. Die gewöhnlichste Methode ist folgende: Man hat eine Schnur, die **Lochlinie** genannt, welche durch Knoten oder andere Zeichen in Ruthen oder andere gleiche Theile getheilet ist. Das eine Ende ist an einem schwimmbaren Körper befestiget, der jedoch hinlänglich mit Blei beschweret sein muß, damit er nicht viel über der Oberfläche des Wassers hervorrage, und der Wirkung des Windes ausgesezt sei. Das andere Ende ist auf einen Haspel oder eine Rolle gewickelt, die man am Hintertheile des Schiffes befestigen kann, oder die man bloß in der Hand hält. Wird nun der schwimmbare Körper ins Meer geworfen, so wird angenommen daß er da bleibt, wo man ihn hingeworfen hat, während daß das Schiff fortsegelt und die Schnur sich abwickelt

und

und sich auf der Oberfläche des Wassers ausstrecket. Wenn man nun zählt, wie viel Knoten oder Zeichen während einer kurzen Zeit, z. B. einer halben Minute abgewickelt werden, so läßt sich daraus schließen, wie viel Weges das Schiff in einer längeren Zeit, z. E. in einer Stunde, mit dieser Geschwindigkeit zurück legt. Nach geschehenem Versuche wird die Schnur angezogen und wieder aufgewickelt. Die Dauer des Versuchs kann entweder durch eine Sekunden-Uhr oder durch eine kleine Sanduhr die nur $\frac{1}{2}$ Minute läuft, bestimmet werden. Der Versuch muß so oft wiederholt werden, als man Ursache hat zu vermuthen daß die Geschwindigkeit des Schiffes sich verändert. Eine solche Schätzung ist aber sehr unsicher, weil das Meer an vielen Stellen eine Strömung hat, wodurch die Lage des schwimmenden Körpers während dem Versuche geändert wird. Die bloßen Wellen treiben freilich den schwimmenden Körper nicht fort, sondern wiegen ihn nur auf und nieder; indessen ist nicht zu leugnen, daß auch durch Stürme das Wasser eine ortverändernde Bewegung erhält. Ferner, da die Schnur auf der Meeresfläche anliegt, so ist sie nicht gerade sondern folget der Krümmung der Wellen, wenn dergleichen vorhanden sind, und giebt also die Geschwindigkeit zu groß an. Wollte man die Schnur aber etwas straff anziehen, so würde man den schwimmenden Körper aus seiner Lage verrücken. Aus allen diesen Ursachen zusammen genommen geschiehet es, daß die Schiffer, welche sich bloß nach der Lochlinie richten, sich oft sehr in der Schätzung der jetzigen Lage ihres Schiffes irren.

Noch mehr Schwierigkeiten hat man gefunden, wenn man versuchet hat die Schnelligkeit des Schiffes durch

durch die Umdrehungen eines neben dem Schiffe angebrachten Wasserrades zu beurtheilen.

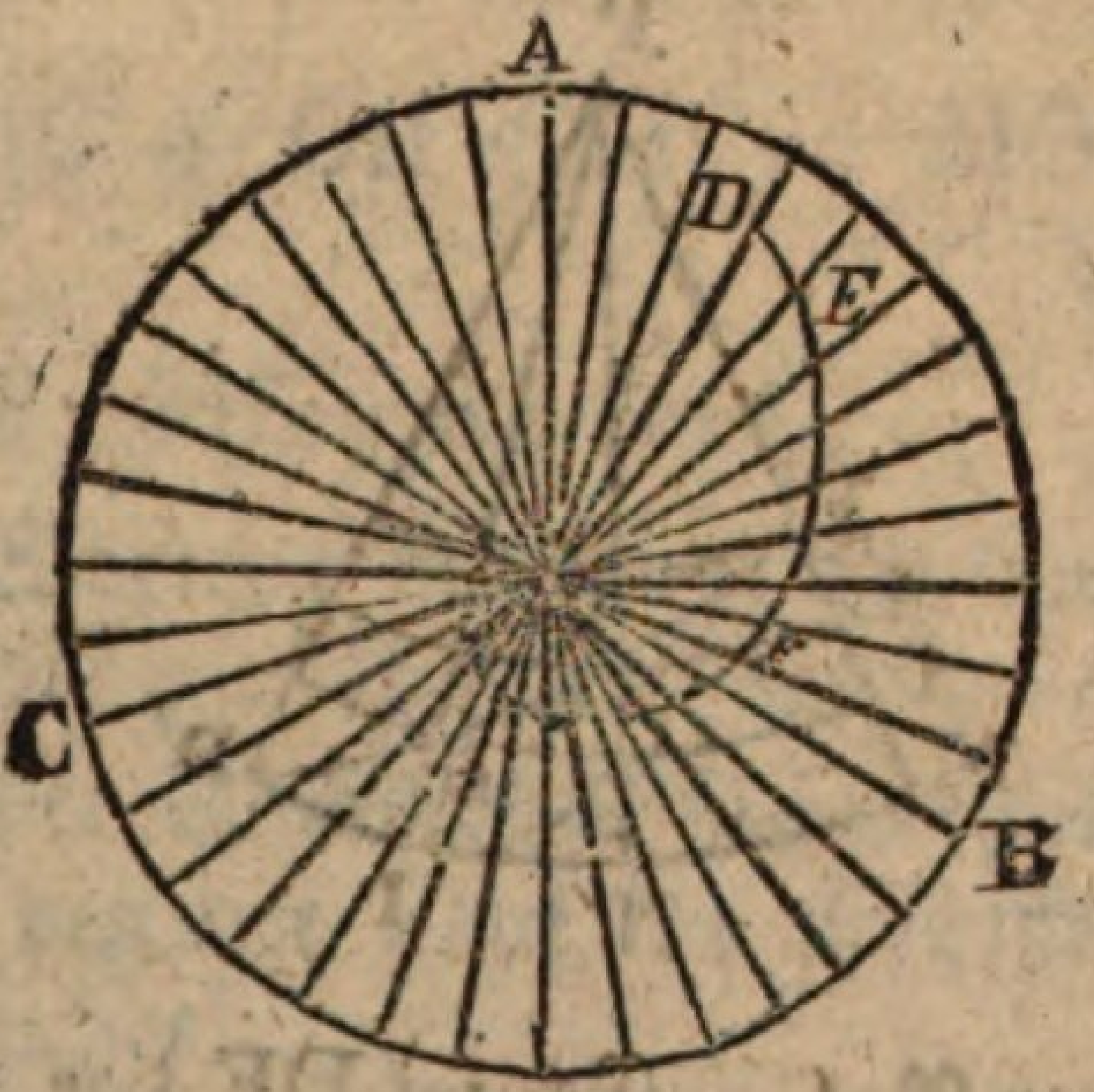
II. Viel genauer kann man den Weg mathematisch bestimmen, vorausgesetzet daß man gewiß sei, man sei während einer bestimmten Zeit immer wirklich nach einerlei Windstrich oder Himmelsgegend fortgesegelt, welches freilich wegen der Strömung des Meeres und der Unstätigkeit des Windes schwer zu behaupten ist. Vorausgesezt aber man habe Ursache zu vermuthen daß man nicht merklich von seiner Fahrt nach einem gewissen Punkte des Horizonts hin abgewichen sei, so giebt es drei Fälle: entweder man hat seinen Lauf immer gerade nach Osten oder Westen gerichtet, oder gerade nach Süden oder Norden, oder nach einem andern Punkte des Horizonts der zwischen zweien von diesen vieren lieget.

Ist die Fahrt gerade gegen Morgen oder gegen Abend gegangen, so muß man durch Beobachtung des Himmels die geographische Breite des parallelen Kreises erforschen, in welchem man gesegelt hat; ferner muß man ebenfalls durch astronomische Mittel die geographischen Längen beider Endpunkte der Linie, deren Länge man haben will, bestimmen. Dann läßt sich leicht ausrechnen wie lang so oder so viel Grade eines parallelen Kreises in der gegebenen geographischen Breite sind (H. XV. §. 2.). Wenn es sich trift daß man eben unter der Linie ist, so rechnet man ohne weitere Umstände 15 deutsche Meilen auf einen Grad der geographischen Länge.

Hat das Schiff seinen Lauf gerade nach Norden oder Süden genommen, so rechnet man wiederum 15 deutsche Meilen auf jeden Grad der geographischen Breite.

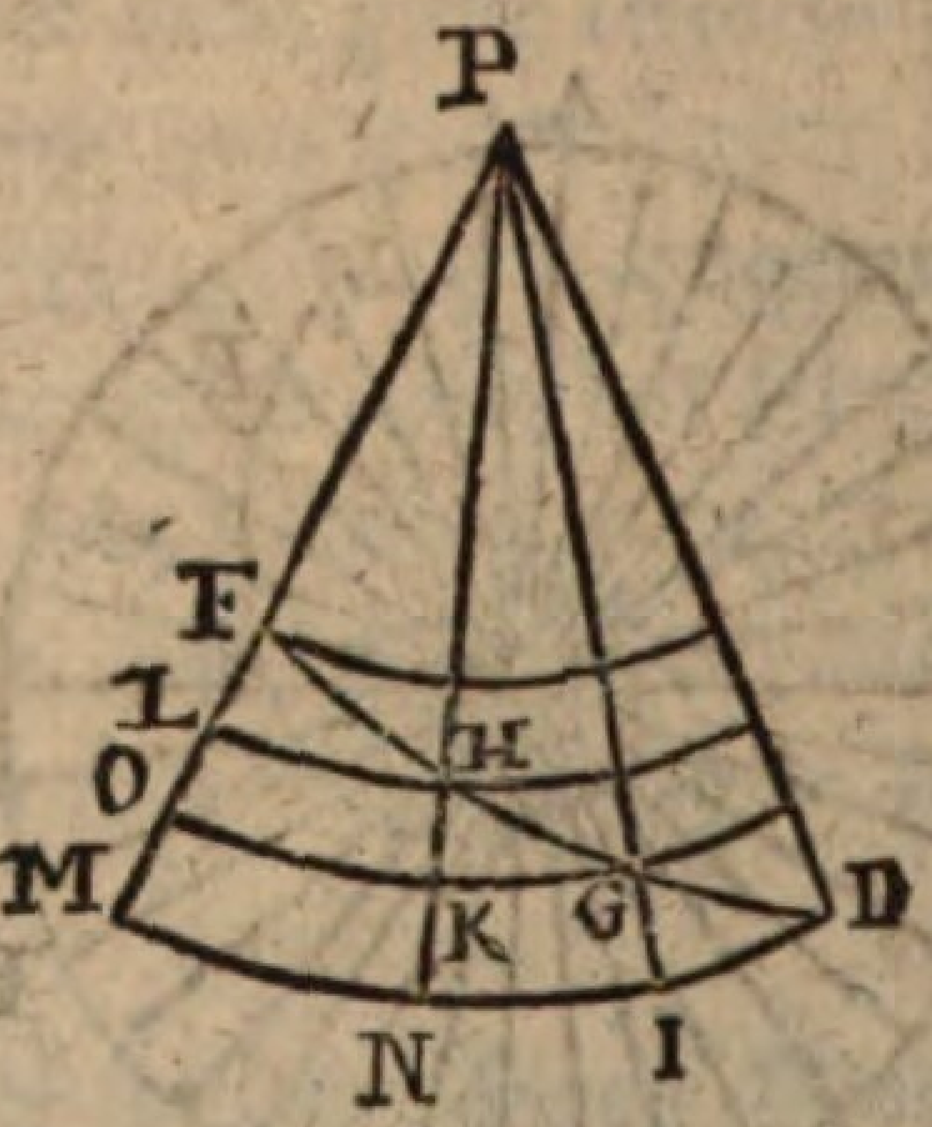
Hat

Hat aber das Schiff eine andere Richtung gehabt, so ist die Rechnung nicht so einfach. Denn in diesem Falle beschreibet das Schiff auf der kugelichten Meeresfläche keinen Kreisbogen, sondern eine andere krumme Linie, die man **Loxodromie** (das heißt Schieflauf) nennet. Sie ist von der Natur der logarithmischen Spirallinie, und wenn man sie nach dem Pole hin fortsetzet, so windet sie sich ohne Ende um denselben herum, ohne ihn je zu erreichen. Denn es sei ABC der Glei-



cher, und es mögen die Stralen der Figur die Mittagskreise vorstellen. Gesezt nun es segele ein Schiff von D ab, in einer Richtung die mit dem dortigen Mittagskreise einen gewissen Winkel machet; ist es in E angekommen, so muß es mit dem hiesigen Meridian wiederum denselbigen Winkel machen, wenn es noch nach derselbigen Weltgegend oder nach demselbigen Striche des Seekompasses gerichtet sein soll. Da aber der hiesige Meridian mit dem vorigen nicht parallel ist, so muß das Schiff von seiner Richtung etwas abweichen, um den vorigen Winkel mit dem Meridian beizubehalten, und so gehet die Linie immer weiter ins unendliche in schneckenförmiger Gestalt. Den Pol kann sie nie erreichen, weil ihre Richtung nie in einen Meridian fallen kann, indem sie allemal mit dem Meri-

dian einen gewissen Winkel machet. Hieraus siehet man, daß ein Schiff, welches eine gewisse Zeitlang immer nach demselbigen Striche der Bussole gerichtet worden ist, eine krumme Linie wie DF beschrieben hat, welche nicht der kürzeste Weg von D bis F ist. Denn dieser bestehet in einem Bogen eines größten Kreises der von D bis F gehet. Laßt uns nun auf unsere Aufgabe zurück kommen, und die Länge eines solchen Weges wie DF bestimmen.



Es sei P der Pol. Es sei DF der loxodromische Weg. Diesen theile man in Gedanken in gleiche Theile, z. E. in drei Theile DG, GH, HF. Die Theile sind in der Figur etwas groß angenommen, allein man muß sich an deren Stelle so kleine vorstellen, daß sie für gerade Linien angesehen werden können. Durch die Theilungspunkte und die Enden der krummen Linie ziehe man die Mittagskreise PD, PI, PN, PM und die mit dem Gleicher parallelen Kreisbogen DM, GO, HL; so können die kleinen Dreiecke DGI, GHK, HFL als rechtwinkelig angesehen werden. In diesen sind DG, GH, HF gleich angenommen worden. Die Winkel GDI, HGK, FHL, als Komplemente der gleichen Richtungswinkel PDG, PGH, PHF, sind gleich. Die Winkel bei I, K und L sind rechte. Folglich sind die Dreiecke ähnlichgleich. Hieraus folget

daß

daß $GI = HK = FL$, dies heißt, daß gleiche Theile der loxodromischen Linie eine gleiche Veränderung der geographischen Breite voraussetzen. Ferner ist, wenn wir den Winkel, den die loxodromische Linie mit jedem Mittagskreise machet, φ nennen

$$DG : GI :: R : \cos\varphi$$
$$GH : HK :: R : \cos\varphi$$
$$HF : FL :: R : \cos\varphi$$

folglich $(DG + GH + HF) : (GI + KH + FL) :: R : \cos\varphi$

oder $(DG + GH + HF) : MO + OL + LF) :: R : \cos\varphi$

oder $DF : MF :: R : \cos\varphi$

das heißt in Worten: die Länge der loxodromischen Linie verhält sich zur Veränderung der geographischen Breite, wie der Sinustotus sich verhält zum Kosinus des Winkels den der Lauf des Schiffs mit den Mittagskreisen machet.

Mittelst dieser Proporzion läßt sich die Länge des zurückgelegten Weges finden, wenn man die Grade MF der Veränderung in der geographischen Breite in Meilen verwandelt, 15 auf den Grad gerechnet, und dann schließt

$$\cos\varphi : R :: MF : DF.$$

Es ist leicht einzusehen, daß man durch die nämliche Proporzion die Veränderung MF der Breite oder den Winkel φ finden kann, wenn die übrigen Größen gegeben sind.

Was die Seiten DI, GK, HL der Dreiecke DIG, GHK, HLF betrifft, so sind sie an Größe gleich, aber nicht in Graden; denn da sie, je näher man zum

Pole kommt, zu immer kleineren Kreisen gehören, so machen sie immer je mehr und mehr Grade. Also nehmen die Winkel DPI, GPK oder IPN, HPL oder NPM, folglich auch die Bögen DI, IN, NM der veränderten geographischen Länge beständig zu.

Wenn man GI, KH, LF zu 10 Minuten annimmt, und dem Winkel φ einen gewissen beständigen Werth giebt, so läßt sich, wie gelehret worden, DG berechnen, wovon DH das doppelte, DF das dreifache ist u. s. w. Ferner läßt sich $DI = GK = HL$ trigonometrisch berechnen. Es sei nun DM ein Bogen des Gleichers, so ist $\cos NK$ oder $\cos 0^s 10' : R :: GK : IN$ (H. V. §. 3.); ferner $\cos NH$ oder $\cos 0^s 20' : R :: HL : NM$. Auf diese Weise ergeben sich die Theile DI, IN, NM des Gleichers, und es kann der Bogen $DI + IN + NM$ oder DM in Grade verwandelt werden, 15 Meilen auf den Grad gerechnet.

Auf solche Art hat man loxodromische Tafeln berechnet, wo man für jeden Winkel mit dem Mittagskreise und jede Veränderung der geographischen Breite, sowohl die Länge des zurückgelegten Weges als auch die Veränderung der geographischen Länge findet. Die loxodromische Linie wird in den Tafeln allemal vom Gleicher an gerechnet. Fängt sie nicht daselbst an, so wird das fehlende Stück in der Anwendung abgerechnet.

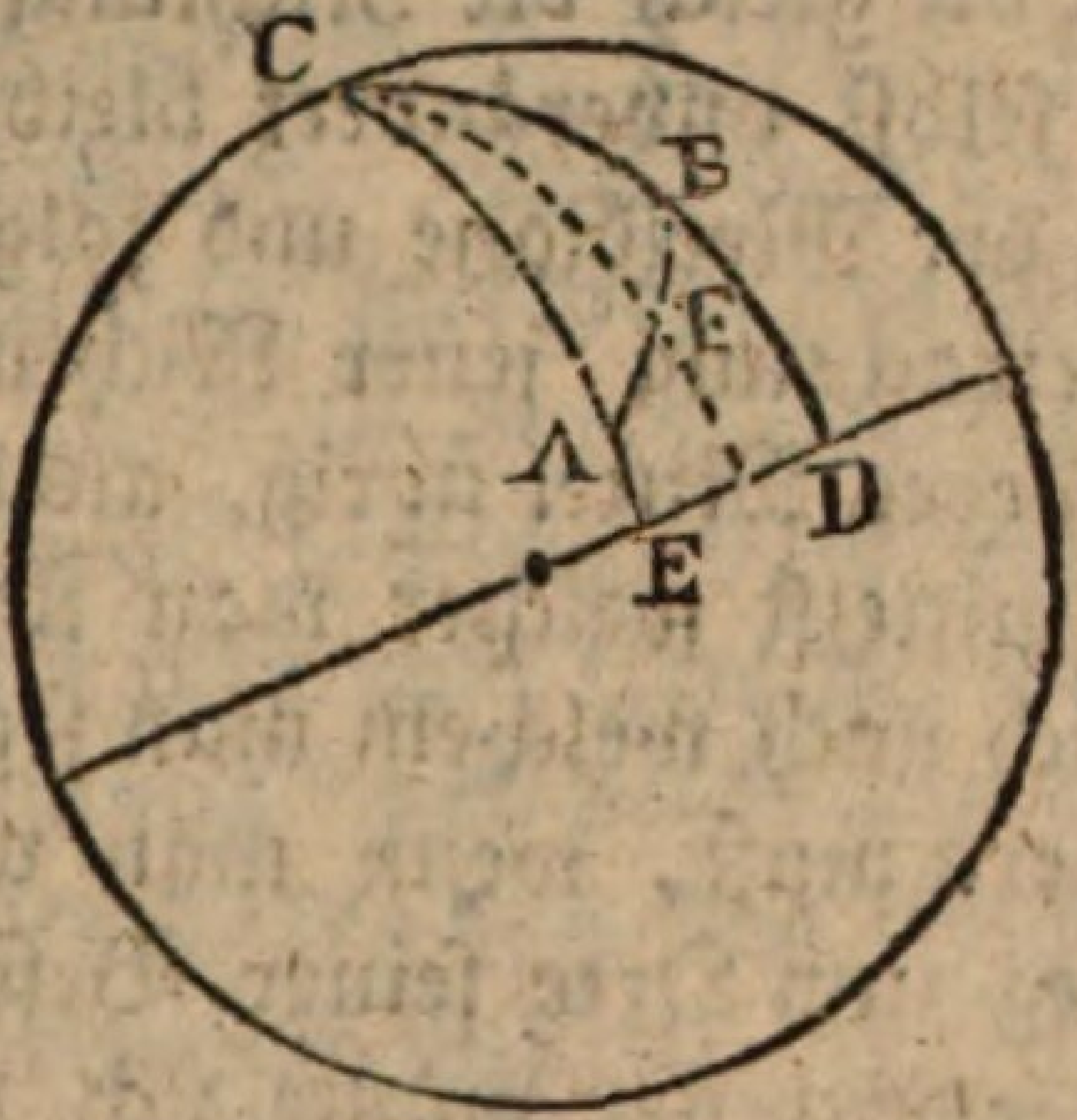
§. 4.

Aufgabe.

Die Richtung finden die man dem Schiffe geben muß, um es zu einem gewissen Punkte der Meeresfläche hinzuführen.

I. Die

I. Die natürlichste Methode scheinet beim ersten Anblicke diese zu sein: Es sei A der Ort von welchem man abfährt, B derjenige wohin man gelangen will.



Es sei die geographische Länge und Breite beider Oerter bekannt, so ist DE oder ∠ BCA der Unterschied der geographischen Längen; BC und AC sind die Komplemente der geographischen Breiten. Also kann im Dreiecke ABC der Winkel BAC gefunden werden, welchen die Richtung des Schiffes beim Absegeln mit dem Meridian machen soll. Bleibet es nun in dieser absoluten Richtung, so beschreibet es den Bogen AB eines größten Kreises und gelanget durch den kürzesten Weg nach B. Aber hier ist die große Schwierigkeit, das Schiff in seiner anfänglichen Richtung zu erhalten. Man hat zur See kein anderes Mittel die jedesmalige Richtung des Schiffes zu erkennen als die Magnetnadel, diese aber bleibet nicht mit sich selbst parallel, und wenn der Lauf des Schiffes mit ihrer Richtung immer den nämlichen Winkel machet, so beschreibet es nicht einen größten Kreis der Erdkugel, sondern eine andere krumme Linie (§. 3.). Man siehet auch aus der Figur daß, wenn das Schiff, welches einen Bogen AB eines größten Kreises beschreibet, in F angekommen ist, der Winkel BFC nicht mehr der nämliche ist wie BAC. Denn da im Dreiecke BCF

der Winkel BCF und die Seite FC anders sind als der Winkel BCA und die Seite CA, so gehöret ein anderer Werth für den Winkel BFC als für den Winkel BAC. Also ob gleich die Richtung des Schiffes an und für sich selbst unverändert bleibet, so ändert sich doch die Lage der Meridiane und folglich der Magnetnadel in Betrachtung jener Richtung. Hier wäre wohl kein anderes Mittel übrig, als daß man Tabellen berechnete, mittelst welcher man finden könnte, wie der Windstrich nach welchem man segelt sich von Grad zu Grad ändern muß, wenn man wirklich durch den kürzesten Weg zum Orte seiner Bestimmung gelangen will, und der Schiffer müßte sich sorgfältig darnach richten. Indessen da keine solche Tafeln vorhanden sind, so pfleget man statt des kürzesten Weges lieber der loxodromischen Linie zu folgen.

II. Wenn man loxodromische Tabellen (§. 3.) besitzet, so nehme man nach einer ohngefähren Schätzung den verlangten Winkel an; man suche nun die geographischen Breiten beider Oerter A und B in der Tabelle, und man bemerke zugleich den Unterschied der geographischen Länge so wie ihn die Tafel giebt. Ist dieser Unterschied dem wirklichen gleich, so ist der angenommene Winkel richtig; wo nicht, so muß man mit einem etwas größeren oder kleineren den Versuch machen, bis daß man richtig getroffen hat. Wenn nun das Schiff mittelst der Magnetnadel so gerichtet wird, daß es während dem ganzen Laufe immer mit dem jedesmaligen Meridian den gefundenen Winkel machet, so beschreibet es einen Theil einer loxodromischen Linie (§. 3.) und gelanget zum Ziel. Der Weg wird zwar etwas länger als durch einen Kreisbogen, allein die Leitung des Schiffes ist hierbei viel bequemer, weil man

man auf dem ganzen Wege nach einerlei Windstrich segelt.

III. Wenn man Seekarten hat, die nach Merkators Art eingerichtet sind (H. V. §. 13.), so braucht man nicht so viel Umstände. Weil hier die Meridiane parallel sind, so wird die loxodromische Linie, die sie alle unter gleichen Winkeln durchschneidet, eine gerade Linie. Man ziehet demnach bloß eine gerade Linie oder leget einen Faden vom Orte der Abfahrt bis zum Orte der Bestimmung, und beobachtet den Winkel den die Linie oder der Faden mit den Mittagskreisen machet; dieser ist derjenige welchen der Lauf des Schiffes ebenfalls mit den Mittagskreisen machen soll. Auf vielen Karten sind verschiedene Kompaß-Rosen gezeichnet, mit langen Stralen die aus denselben ausgehen. Sie dienen dazu daß man unter den vielen Strichen einen finden könne der mit dem gemeldeten Faden parallel sei, und sogleich den Windstrich angebe; allein diese vielen Striche sind sehr entbehrlich; man braucht nur eine Rose von Pappe auf dem Durchschnitte des Fadens mit irgend einem Meridian anzulegen, um sogleich den Windstrich zu finden. Andere Arten von Seecharten, wo die Entfernungen der parallelen Kreise mit denen der Meridiane nicht gehörig proporzionirt sind, können bei etwas großen Seereisen gar nicht gebraucht werden; weil sie die Gestalt der Meere und Länder verzerren, und der Loxodromie eine falsche Richtung geben. Die merkatorischen Karten vergrößern zwar die Länder so wie man sich vom Gleicher entfernt, verzerren sie aber nicht, weil die Vergrößerung in der Länge und Breite gleich ist.

Anmerkung Wenn man die Richtung gefunden hat, die das Schiff haben soll, so muß man nun dafür

sorgen, daß man ihm wirklich diese Richtung gebe. Dieses geschiehet bekanntermaaßen mittelst der Bussole oder des Seekompasses. Der Schiffer muß wenigstens zwei Kompasse haben. Der eine stehet in der Kajüte, und ist so gestellet daß er mittelst einer daselbst gezogenen Linie, oder eines an der Büchse selbst angebrachten Merkmals, anzeiget, nach welchem Windstriche das Schiff seiner Länge nach gerichtet ist. Der andere Kompaß wird auf dem Verdeck gebraucht, ist mit Dioptern versehen und dienet zu beobachten, um wie viel die eben gemeldete Richtung des Schiffes vom wahren Laufe desselben abweichet. Denn es ist bekannt, daß die Segel oft schief gegen den Wind gestellet werden müssen. In diesem Falle gehet das Schiff nicht gerade vorwärts, sondern mehr oder weniger seitwärts. Es läßt aber allemal eine lange Spur seines Laufes hinter sich auf der See. Mit Hülfe des gemeldeten zweiten Kompasses läßt sich nun beobachten, was für einen Winkel diese Spur mit derjenigen Linie machet die das Schiff der Länge nach halbiret. Dieser Winkel dienet denjenigen zu korrigiren den der Kompaß in der Kajüte zeiget. Oder es kann auch auf dem Verdeck unmittelbar beobachtet werden, was für einen Winkel die Spur des Schiffes mit der Mittagslinie machet, dieser Winkel giebt den Windstrich in welchem man fortläuft. Indessen ist in allen Fällen nöthig, daß außer dem eben gemeldeten Kompasse auch einer in der Kajütte sei, der die Richtung des Schiffes an sich selbst anzeige, weil die Richtung seines Weges theils davon und theils von der Richtung des Windes abhängt.

§. 5.

§. 5.

Aufgabe.

Die Abweichung der Magnetnadel zu finden.

Diese Aufgabe ist höchst nothwendig. Denn die Magnetnadel ist der beständige Wegweiser der Seefahrer (§. 4.). Nun aber zeiget die Magnetnadel meistens statt des wahren Norden einen Punkt am Horizonte der einige Grade rechts oder links von Norden ab lieget, folglich zeiget sie auch weder Osten noch Westen und überhaupt keinen Windstrich ganz richtig. Wenn man vorher wüßte um wie viel die Magnetnadel rechts oder links an jedem Orte des Meeres von Norden abweichet, so wäre es ein leichtes die Abweichung in Anschlag zu bringen und die wahren Weltgegenden oder Windstriche zu erkennen. Dieses gehet aber nicht füglich an, theils weil noch nicht Beobachtungen aus allen Gegenden des Weltmeeres gesammlet worden, theils weil sich die Abweichung an einer und derselbigen Stelle bei wenigem verändert. Folglich ist es unumgänglich nothwendig, daß der Seefahrer so oft als möglich die Abweichung der Magnetnadel selbst erforsche. Dieses kann nun auf verschiedene Arten geschehen, wovon hier einige angeführet werden sollen.

I. Wenn man sich auf einer Insel oder auf festem Lande befindet, so ziehe man auf einem horizontalen Brette eine Mittagslinie, man errichte in derselben einen kleinen Stift, und hänge darauf eine Magnetnadel, so wie sie in der Bussole zu hängen pfleget, so wird man leicht sehen und ausmessen können, um wie viel Grade ost- oder westwärts die Nadel vom wahren Norden abweichet. Man kann auch eine gewöhnliche

Bussole auf der Mittagslinie befestigen, so daß diese durch den Mittelpunkt des Bodens der Bussole gehe.

II. Wenn man mittelst einer Uhr oder mittelst astronomischer Beobachtungen den Zeitpunkt des wahren Mittags genau haben kann, so nehme man einen Faden mit irgend einem kleinen daran hängenden Gewichte und halte ihn neben der Bussole so daß der Schatten des von der Sonne beschienenen Fadens, im Augenblicke des wahren Mittags durch den Mittelpunkt der Rose gehe; dann wird man ebenfalls leicht bemerken wie weit der wahre Nordpunkt von demjenigen absteher, den die Magnetnadel zeiget.

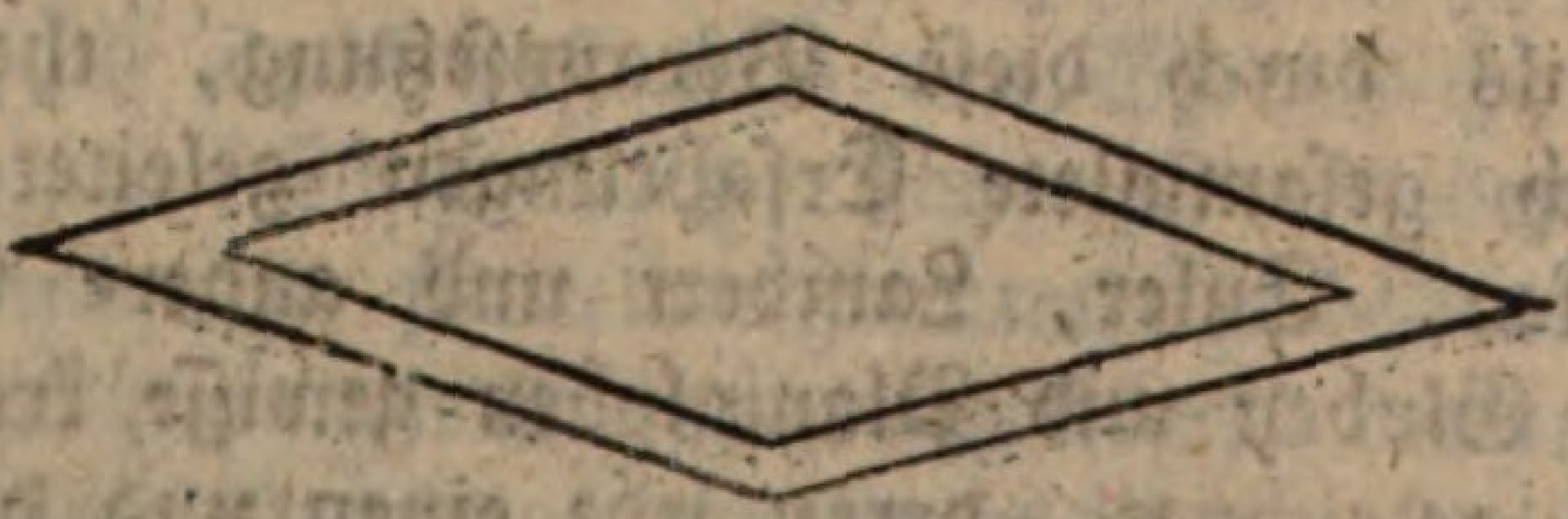
III Wenn man an einem Orte 12 und mehrere Stunden bleibet, so bemerke man in welchem Striche oder Grade der Bussole die Sonne oder ein Stern auf und unter gehet. Nimmt man die Mitte zwischen beiden Strichen oder Graden, so hat man den wahren Nord- oder Südpunkt und siehet wie groß die Abweichung ist.

IV. Kurz vor Auf- oder Untergang der Sonne oder eines Sterns berechne man die Auf- oder Untergangsweite (H. X II. §. 8. uud H. XIV. §. 3.), und erforsche dadurch wie viel Striche oder Grade vom wahren Morgen- oder Abendpunkt die Sonne oder der Stern auf oder unter gehen muß. Man beobachte nun in welchem Grade oder Striche der Bussole der Auf- oder Untergang geschiehet; der Unterschied der berechneten Auf- oder Untergangsweite und derjenigen welche von der Bussole angegeben wird, ist der Abweichung der Magnetnadel gleich.

V. Man

V. Man beobachte das Azimuth der Sonne oder eines Sterns mittelst einer Bussole, welche zu diesem Zwecke eingerichtete Dioptern haben muß, und merke wie viel es beträgt wenn die Richtung der Magnetnadel für die Mittagslinie angenommen wird. Man berechne dasselbige Azimuth für den Zeitpunkt der geschehenen Beobachtung, so giebt der Unterschied beider Azimuthe die Abweichung der Magnetnadel. Das Azimuth wird aber gefunden, wenn man im Dreieck ZSP (H. XIII. §. 10.) nicht die Seite ZS sondern den Winkel Z oder dessen Supplement HZP, dessen Maaß das Azimuth HB ist, berechnet.

Anmerkung I. Die Bussolen oder die Seekompässe der Schiffahret pflegen etwas anders eingerichtet zu sein als diejenigen welche zu Lande gebrauchet werden. An diesen lezteren ist die Rose, das heißt der eingetheilte Kreis der den Horizont vorstellet, am Boden der Büchse unbeweglich. An jenen aber pfleget die auf Pappe gezeichnete Rose an der Magnetnadel befestiget zu sein, so daß sie sich mit ihr herumdrehet. Statt einer bloßen Nadel pfleget man auch wohl unter der beweglichen Rose eine geschobene Raute von magnetisirtem Stahle anzubringen, wie die Figur



zeiget, weil es bequemer ist, die Pappe daran zu befestigen. Dann muß in der Mitte der Pappe ein kleines ausgehöltes Stück Messing angebracht werden, welches auf die Spitze des Stiftes gesetzet wird, der die Rose tragen soll. Die Büchse, welche die

die Rose und die Magnetnadel enthält, wird in einen Ring gehänget, und dieser in einen etwas größeren Ring. Auf diese Art erhält man, daß die Rose bei allen Schwankungen des Schiffes ziemlich horizontal bleibet, weil das aus beweglichen Kreisen zusammengesetzte Gestelle allemal nachgiebt. Uebrigens müssen weder der Ring noch sonst andere Stücke an der Bussole oder nur in der Nähe derselben, von Eisen sein, weil dadurch die natürliche Lage der Magnetnadel gestöret werden würde.

Anmerkung II. Da die beiden Spitzen der Magnetnadel nicht gerade nach Norden und Süden zeigen, so pfleget man anzunehmen, daß es in der Erde, außer den beiden Erdpolen, noch zwei magnetische Pole giebt, welche in einiger Entfernung von ihnen liegen, aber nicht gerade entgegengesetzet, also nicht allenthalben 180 Grad von einander entfernet sind; und daß die Nadel von diesen Polen angezogen wird. Ferner da die Abweichung veränderlich ist, so muß angenommen werden, daß die magnetischen Pole ihren Ort verändern, und vielleicht jeder einen mit dem Gleicher parallelen Kreis beschreiben. Theils durch diese Voraussetzung, theils auch durch gesammlete Erfahrungen geleitet, haben Halley, Euler, Lambert und andere Gelehrten auf Globen und Planigloben gewisse krumme Linien gezeichnet, deren jede einen und denselbigen Grad der magnetischen Abweichung hat, so daß eine Bussole die längs einer solchen Linie auf der wirklichen Erd- oder Meeresfläche getragen würde, auf dem ganzen Wege immer gleich viel Grade von der Mittagslinie abweichen würde.

Unter andern giebt es eine Linie, wo die Abweichung Null ist. Solche Linien gelten aber nur für wenige Jahre, weil die magnetischen Pole ihren Ort verändern; auch ist die Lage dieser Pole, wenn es solche giebt, noch nicht recht bestimmt. Also können bis jezt dergleichen Erdkugeln und Planigloben von keinem erheblichen Nutzen sein.

Die neuesten Untersuchungen über die Abweichung der Magnetnadel hat Herr Churchman, ein Anglo-Amerikaner, geliefert. Er nimmt an, daß die beiden magnetischen Pole, jeder auf der Erdfläche von Westen nach Osten, einen mit dem Gleicher parallelen Kreis beschreiben. Nach seiner Meinung befindet sich der nördliche magnetische Pol in einer geographischen Breite von 76^g 4′ nördlich, und die Zeit seines Umlaufes beträgt 426 Jahr, 77 Tage, 9 Stunden. Im Anfange des Jahres 1777 befand sich dieser magnetische Pol, der geographischen Länge nach, 90^g 58′ westwärts von Greenwich, woraus es leicht ist, seine Lage für jede gegebene Zeit zu finden. Der südliche magnetische Pol läuft in einer südlichen geographischen Breite von ohngefähr 72 Grad, und beschreibet seinen Kreis in 5459 Jahren. Am Anfange des Jahres 1777 befand er sich 140^g westwärts von Greenwich, der geographischen Länge nach; daher ist es ebenfalls leicht, seine Lage für jeden Zeitpunkt zu bestimmen. Wenn nun auf einer künstlichen Erdkugel die beiden magnetischen Punkte gemerket werden, so ist es es, nach Herrn Churchmans Meinung, nicht schwer für einen gegebenen Ort die Abweichung der Nadel zu finden. Nämlich durch den gegebenen Ort und durch die beiden magnetischen Pole wird auf der Kugelfläche ein Kreis gezogen, groß

oder

oder klein, wie es sich trift. Der Winkel, den dieser Kreis mit dem Mittagskreise des gegebenen Ortes machet, ist der Abweichung der Magnetnadel gleich. Herr Churchman hat eine Weltkugel für jetzige Zeiten entworfen, auf welcher eine große Menge solcher Kreise und auch Mittagskreise gezeichnet sind; ich finde aber daß, wenigstens für unsere Gegend, die darauf abgemessenen Winkel der Abweichung nicht mit der Erfahrung stimmen, sondern um ohngefähr 2 Grade fehlerhaft sind.

Anmerkung III. Außer der an jedem Orte während einer geraumen Zeit gewöhnlichen Abweichung der Magnetnadel, bemerket man an ihr noch kleinere Veränderungen, mittelst welcher sie ihrer gewöhnlichen Direkzionslinie bald etwas zur Rechten bald zur Linken stehet. Diese scheinen mit dem jedesmaligen Zustande der Luft, und hauptsächlich mit ihrer Elektrizität, in Verbindung zu stehen. Sie sind aber klein und betragen nur wenige Minuten oder Sekunden, so daß ein Schiffer sie ohne Gefahr aus der Acht lassen kann. Man hat auch Beispiele, jedoch sehr seltene, daß die Magnetnadel an gewissen Stellen, hauptsächlich bei großen Eisbergen, unbeweglich geblieben ist, oder sich durch alle Grade des Horizonts herum gedrehet hat.

Anmerkung IV. An der Magnetnadel bemerket man nicht allein eine Abweichung von der Mittagslinie, sondern auch eine **Neigung**, mittelst welcher sie mit dem Horizonte einen schiefen Winkel machet, obgleich sie vor der Magnetisirung vollkommen wagerecht gestanden hat. Dieses kann auch nicht anders sein, wenn man annimmt daß die Pole der Nadel von den magnetischen Polen der Erde angezo-

gezogen worden; in diesem Falle muß sich dasjenige Ende der Nadel, welches dem einen magnetischen Erdpole am nächsten ist, mehr herunter neigen; denn die Richtungslinien, nach welchen die Nadel von beiden Polen angezogen wird, scheinen nicht Kreislinien zu sein die längs der Erdfläche gehen, sondern gerade Linien, die durch den Erdkörper gehen. Man hat Instrumente erfunden zur genauen Beobachtung der Neigung der Magnetnadel. Allein da sie in der Schiffahrt keinen Nutzen haben, so wollen wir uns dabei nicht aufhalten. Der Schiffer, welcher lange Seereisen vornimmt, hilft der Neigung seiner Magnetnadel ab, indem er, sobald er siehet daß das eine Ende sich neiget, etwas Sigellack oder Wachs an das andere Ende klebet. An Magnetnadeln, die an einem Orte oder in einer Gegend bleiben sollen, wird von dem sich neigenden Ende so viel abgefeilet, als nöthig ist um das Gleichgewicht herzustellen.

Siebzehntes Hauptstück.

Vom Einschalten.

§. 1.

Eine Rechnungsart, die den Sternkundigen sehr nützlich, ja fast unentbehrlich ist, soll in diesem Hauptstücke vorgetragen werden; nämlich das Einschalten oder Interpoliren. Es wird gebrauchet, um aus einigen nicht zu weit von einander entfernten Beobachtungen eine Art von Regel oder Formel zu finden, woraus man einigermaaßen die Beobachtungen welche zwischen den gegebenen fehlen, ersetzen könne.

§. 2.

Gesezt man habe folgende beide Reihen von Zahlen:

2, 3, 5, 6, 10,
20, 29, 38, 44, 50.

Gesezt nun man wisse oder vermuthe, daß die Zahlen der unteren Reihe von den zustimmenden der oberen

Reihe abhängen oder Funkzionen derselben sind, ohne jedoch bestimmen zu können, wie die untere Reihe aus der oberen entstehet. Gesezt nun ferner man verlange zu wissen, wenn man in der oberen Reihe eine Zahl einschaltet, zum Beispiel 5'73 (*) zwischen 5 und 6, was für eine Zahl daraus in der unteren Reihe entstehen muß. Dieses Beispiel giebt einen deutlichen Begrif vom Einschalten.

§. 3.

Wenn keine sonderliche Genauigkeit verlanget wird, oder wenn die Unterschiede zwischen zwei auf einander folgenden Zahlen in der oberen Reihe sowohl als in der unteren sehr klein sind; so behilft man sich mit der bloßen Regel Detri. Nämlich man suchet den Unterschied der beiden Säze der oberen Reihe zwischen welche die gegebene Zahl fällt. Man suchet auch den Unterschied der beiden zustimmenden Glieder der unteren Reihe; ferner noch den Unterschied der gegebenen Zahl und der nächst vorhergehenden in der oberen Reihe. Nun saget man: der erste dieser Unterschiede giebt den zweiten, was giebt der dritte? Was heraus kommt wird zur nächst vorhergehenden Zahl der unteren Reihe addiret, wenn man merket, daß diese zunimmt; oder subtrahiret, wenn sie abnimmt. Im gegebenen Falle ist 6 — 5 = 1

44 — 38 = 6

5'73 — 5 = 0'73

also saget man: 1 : 6 :: 0'73 : x

und man findet x = 4'38

Also

(*) Ich bediene mich manchmal des Auslassungs-Zeichens (') statt des Komma zur Bezeichnung der zehntheiligen Brüche, um alle Zweideutigkeit zu vermeiden.

Also ist die verlangte Zahl:

$$38 + 4{,}38 = 42{,}38.$$

Zum selbigen Resultate gelanget man durch eine algebraische Betrachtung. Gesezt von der oberen Reihe seien nur die zwei Zahlen 5 und 6, und von der unteren die zwei Zahlen 38 und 44 gegeben. Man nehme an, die Gleichung, woraus die unteren beiden Zahlen aus den beiden oberen entstehen, sei

$$y = a + bx$$

wo y die untere, x aber die obere Zahl bedeutet. Wenn nun $x = 5$, so wird $y = 38$; und wenn $x = 6$, so ist $y = 44$. Setzet man diese Werthe in die angenommene Gleichung, so kömmt

$$38 = a + 5b$$
$$44 = a + 6b$$

Wenn man die erste von der zweiten abziehet, so kommt $b = 6$, und wenn man diesen Werth in eine von beiden eintauschet, so kommt $a = 8$. Folglich ist

$$y = 8 + 6x$$

welches in der That für die beiden angenommenen Paare von Zahlen wahr ist. Also, wenn $x = 5{,}73$, so ist

$$\begin{aligned} y &= 8 + 6 \times 5{,}73 \\ &= 8 + 34{,}38 \\ &= 42{,}38 \end{aligned}$$

wie oben.

§. 4.

Nimmt man in jeder Reihe 3 Zahlen, so läßt sich schon etwas mehr Genauigkeit hoffen; weil sich das Gesetz, wornach die zweite Reihe aus der ersten entstehet,

stehet, bestimmter aus 3 als aus 2 Zahlen angeben läßt. Wir wollen demnach nehmen

$$\begin{array}{rl} & 3,\ 5,\ 6 \\ \text{mit} & 29,\ 38,\ 44 \end{array}$$

Die Gleichung woraus die zweite Reihe entstanden ist sei

$$y = a + bx + cx^2$$

wo x wiederum jede obere Zahl, und y die zustimmende untere bedeutet. Wenn man nach und nach $x = 3$, $x = 5$, $x = 6$ annimmt, so kommt

$$\begin{aligned} 29 &= a + 3b + 9c \\ 38 &= a + 5b + 25c \\ 44 &= a + 6b + 36c \end{aligned}$$

Wenn man hier a, b und c nach den gewöhnlichen Regeln der Algeber suchet (siehe den selbstlernenden Algebristen, im 2ten Theile, Seite 9.), so findet man $a = 23$, $b = \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{2}$, also

$$y = 23 + \tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{2}x^2$$

setzet man $x = 5'73$, so kommt

$$y = 42'28145$$

Statt zwei vorhergehender Sätze und eines nachfolgenden kann man auch einen vorhergehenden und zwei nachfolgende nehmen, nämlich

$$\begin{array}{rl} & 5,\ 6,\ 10 \\ \text{mit} & 38,\ 44,\ 50 \end{array}$$

und die Rechnung auf eine ganz ähnliche Art anstellen; das Resultat wird alsdann vermuthlich dem vorigen ziemlich gleich sein. Die Ausführung überlasse ich demjenigen Leser, der noch nöthig hat sich in solchen Sachen zu üben.

§. 5.

Laßt uns jezt vier Säze gebrauchen, nämlich zwei vorhergehende und zwei nachfolgende

$$3,\ 5,\ 6,\ 10$$
$$29,\ 38,\ 44,\ 50$$

und es sei

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

Wenn man nach und nach $x = 3,\ 5,\ 6,\ 10$ annimmt, so bekommt man

$$29 = a + 3b + 9c + 27d$$
$$38 = a + 5b + 25c + 125d$$
$$44 = a + 6b + 36c + 216d$$
$$50 = a + 10b + 100c + 1000d$$

Hieraus wird mittelst der gewöhnlichen algebraischen Regeln gefunden

$$a = 41,\ b = -\tfrac{121}{10},\ c = \tfrac{33}{10},\ d = -\tfrac{1}{5}$$

Die Gleichung ist demnach

$$y = 41 - \tfrac{121}{10}x + \tfrac{33}{10}x^2 - \tfrac{1}{5}x^3$$

und in der That, wenn man hier annimmt $x = 3$, so kommt $y = 29$; nimmt man $x = 5$, so kommt $y = 38$, u. s. w.

Ist nun $x = 5'73$, und wird dieser Werth in die lezte Formel eingetauschet, so kommt

$$y = 42'389066.$$

Dieses Resultat kommt dem des dritten §. näher als dem des vierten. Hieraus läßt sich aber nicht folgern, daß man mit 2 Säzen sicherer verfahre als mit 3. Denn unser Exempel ist ganz willkührlich aufgesetzet, und die Unterschiede in der unteren Reihe sind beträchtlich.

lich. In wirklichen Fällen pfleget man sich der Wahrheit um desto mehr zu nähern, je mehr man Sätze gebrauchet.

Man könnte so fortfahren und eine Gleichung zwischen x und y finden, die allen fünf Sätzen beider Reihen (§. 2.) Genüge leistete, und dann statt x die Zahl 5'73 eintauschen. Allein in wirklichen Fällen gelanget man mit höchstens 4 Sätzen zu einer mehr als hinlänglichen Genauigkeit.

§. 6.

Da angenommen wird, daß die Zahlen der zweiten Reihe von den Zahlen der ersten Reihe abhängen, so ist es auch wahr daß die Zahlen der ersten Reihe von denen der zweiten abhängen; und wenn eine Zahl zwischen denen der zweiten Reihe gegeben wird, so läßt sich auf eine ganz ähnliche Art die zustimmende der ersten Reihe finden. Zum Beispiel, man möchte wissen welche Zahl in der ersten Reihe zur Zahl 25 in der zweiten gehöret.

Wir wollen diese Zahl z nennen und drei der gegebenen Sätze gebrauchen, dann haben wir

	2,	z,	3,	5
mit	20,	25,	29,	38

und es muß z gefunden werden. Laßt uns immer die Zahlen der ersten Reihe mit x und die der anderen mit y bezeichnen, und annehmen

$$x = a + by + cy^2$$

Wenn wir nach und nach setzen $y = 20, 29, 38$, so bekommen wir

$$2 = a + 20b + 400c$$
$$3 = a + 29b + 841c$$
$$5 = a + 38b + 1444c$$

daraus erhält man

$$a = +\frac{544}{162},\ b = -\frac{31}{162},\ c = +\frac{1}{162}, \text{ also}$$

$$x = \frac{544 - 31y + y^2}{162}$$

Setzet man hierin $y = 25$, so kommt $x = 2'432$. Nach dieser Rechnung würden die Anfänge beider Reihen, wenn man statt z dessen gefundenen Werth setzet, also aussehen:

$$\begin{array}{llll} 2, & 2'432, & 3, & 5 \\ 20, & 25, & 29, & 38 \end{array}$$

Anmerkung. Es lassen sich allgemeine Formeln angeben, durch welche die vorhergehenden Aufgaben aufgelöset werden können. Allein sie sind ziemlich verwickelt, und ich halte es für bequemer die Rechnung in jedem einzelnen Falle zu machen, wie gezeiget worden. Wer indessen solche Formeln verlanget, der findet sie in den Leçons élémentaires d'Astronomie par Mr. l'Abbé de la Caille, im 135sten und den folgenden Paragraphen.

§. 7.

Wenn man merket daß die eine Reihe erst zunimmt und dann abnimmt, oder erst abnimmt und dann zunimmt, so kann man durch die Differenzial-Rechnung das Maximum oder das Minimum, sammt dem dazu gehörigen Satze der anderen Reihe finden. Nämlich nachdem man die Gleichung zwischen x und y gefunden hat, so differenziret man sie und setzet das Differenzial gleich null (selbstl. Alg. H. XVII. §. 5. u. f.). Dann erhält man eine Gleichung aufzulösen, die um einen Grad

Grad niedriger ist als die differenzirte. Es seien z. B. folgende zwei Reihen gegeben

$$\begin{matrix} 3, & 5, & 6, & 9 \\ 7, & 8, & 9, & 6 \end{matrix}$$

Hier ist sichtbar daß die zweite Reihe ein Größtes haben muß. Man suche vor allen Dingen die Gleichung zwischen x und y, wie in 5ten §, so findet man

$$y = 18 - \tfrac{47}{6}x + \tfrac{31}{18}x^2 - \tfrac{1}{9}x^3$$

und wenn man differenziret, dy = 0 setzet, und dann alles durch dx dividiret

$$0 = -\tfrac{47}{6} + \tfrac{31}{9}x - \tfrac{1}{3}x^2$$

Löset man diese Gleichung nach den gewöhnlichen Regeln auf (selbstl. Alg. H. XI. §. 25.), so kommt

$$x = 6'954$$

und setzet man diesen Werth von x in die differenzirte Gleichung, so hat man

$$y = 9'446.$$

Will man also beide Reihen mit dem Maximum aufstellen, so geschiehet es wie hier folget:

$$\begin{matrix} 3, & 5, & 6, & 6'954, & 9 \\ 7, & 8, & 9, & 9'446, & 6 \end{matrix}$$

Auf die nämliche Art verfährt man, wenn die eine Reihe erst abnimmt und dann wieder zunimmt, in welchem Falle aus derselbigen Operazion das Minimum statt des Maximum zum Vorschein kommt.

§. 8.

Wenn beide Reihen mit Null anfangen, so fällt in der Gleichung die absolute Größe a weg, und die Gleichung bekömmt diese Gestalt

$$y = bx + cx^2 + dx^3 + \text{etc.}$$

Zum Beispiel es seien gegeben

$$\begin{matrix} & 0, & 2, & 4, & 5 \\ \text{mit} & 0, & 3, & 7, & 9 \end{matrix}$$

Man nehme an es sei

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

Man setze nach und nach für x und y die korrespondirenden Werthe, wie im §. 5., so hat man

$$\begin{aligned} 0 &= a + 0.b + 0.c + 0.d \\ 3 &= a + 2b + 4c + 8d \\ 7 &= a + 4b + 16c + 64d \\ 9 &= a + 5b + 25c + 125d \end{aligned}$$

Woraus man sogleich siehet daß $a = 0$ wird. Man kann also in diesem Falle gleich anfänglich das a weglassen, und setzen

$$\begin{aligned} 3 &= 2b + 4c + 8d \\ 7 &= 4b + 16c + 64d \\ 9 &= 5b + 25c + 125d. \end{aligned}$$

Man siehet daß im erwähnten Falle die Rechnung verkürzet wird, indem die eine zu bestimmende Größe mit der einen Hülfsgleichung wegfällt. Im gegenwärtigen Exempel findet man

$$y = \tfrac{21}{20}x + \tfrac{11}{40}x^2 - \tfrac{1}{40}x^3$$

wodurch man für jeden Werth von x den zustimmenden von y finden kann.

§. 9.

Da die Rechnung jedesmal merklich verkürzet wird, wenn beide Reihen mit Null anfangen (§. 8.), so kann man sich diese Erleichterung jedesmal verschaffen, indem

dem man den ersten Satz jeder Reihe von allen subtrahiret. Zum Beispiel, es seien gegeben

5, 6, 8, 11
mit 101, 107, 113, 125

und man verlange zu wissen, was in der zweiten Reihe entstehet, wenn in die erste 9 gesetzet wird. Wenn hier 5 von allen Sätzen der oberen Reihe, und 101 von denen der unteren subtrahiret wird, so hat man

0, 1, 3, 6
mit 0, 6, 12, 24

Nun nehme man an, es sei

$$y = bx + cx^2 + dx^3$$

Man verfahre wie im vorigen Paragraph, so erhält man

$$y = \frac{38}{5}x - \frac{9}{5}x^2 + \frac{1}{5}x^3$$

Anstatt nun $x = 9$ zu setzen, muß man nur $x = 4$ annehmen, weil von allen Sätzen der oberen Reihe 5 abgenommen worden. Man erhält für $x = 4$, $y = 14\frac{2}{5}$, oder wenn man zu x wiederum 5 und zu y wiederum 101 hinzuthut, so gehören zusammen

$$x = 9$$
und $y = 115\frac{2}{5}$,

welches man auch gefunden haben würde, wenn man keine Veränderung mit den Sätzen der beiden Reihen vorgenommen hätte.

§. 10.

Wenn die Werthe des x in der natürlichen Ordnung also fortschreiten: 0, 1, 2, 3, 4, und beide Reihen folgendermaaßen stehen

0, 1, 2, 3, 4, etc.
A, B, C, D, E, etc.

so liefert die Algeber eine bequeme Formel, um jeden Werth des y oder eines beliebigen Satzes der zweiten Reihe aus dem zustimmenden Werthe des x oder des Satzes der ersten Reihe zu erforschen. Nämlich es ist (selbstl. Alg. H. XV. §. 12.)

$$\begin{aligned} y &= A \\ &+ x\,(B-A) \\ &+ \frac{x\,(x-1)}{1.\;2}\,(C-2B+A) \\ &+ \frac{x\,(x-1)\,(x-2)}{1.\;2.\;3}\,(D-3C+3B-A) \\ &+ \frac{x\,(x-1)\,(x-2)\,(x-3)}{1.\;2.\;3.\;4}\,(E-4D+6C-4B+A) \\ &+ \text{etc.} \end{aligned}$$

Man merke daß (B — A), (C — 2 B + A) u. s. w. eigentlich die auf einander folgenden Differenzen von A, B, C, D, E u. s. w. sind, wie aus folgender Tabelle zu ersehen ist.

A			
B	B — A		
C	C — B	C — 2 B + A	
D	D — C	D — 2 C + B	D — 3 C + 3 B — A
E	E — D	E — 2 D + C	E — 3 D + 3 C — B

Die erste Säule enthält die gegebenen Größen der zweiten Reihe, oder die bekannten Werthe des y. Die zweite Säule entstehet, wenn man jeden Satz der ersten Säule vom folgenden abziehet. Eben so entstehet die dritte Säule aus der zweiten; die vierte aus der dritten, u. s. w. Die Anfänge der Säulen geben die bestimmten Koeffizienten in der obigen Gleichung. Wenn man nun die auf einander folgenden Differenzen

durch

durch ΔA, $\Delta^2 A$, $\Delta^3 A$ u. s. w. ausdrücket, so hat man

$$y = A$$
$$+ x . \Delta A$$
$$+ \frac{x(x-1)}{1.\ 2} . \Delta^2 A$$
$$+ \frac{x(x-1)(x-2)}{1.\ 2.\ 3} . \Delta^3 A$$
$$+ \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1.\ 2.\ 3.\ 4} . \Delta^4 A$$
$$+ \text{etc.}$$

Diese lezte Formel ist sehr bequem. Wir wollen sie sogleich durch ein Beispiel erläutern. Es seien gegeben 0, 1, 2, 3, 4
mit 100, 107, 199, 207, 400
und man soll finden, was in der zweiten Reihe entstehet, wenn man in die erste $2\frac{1}{2}$ oder 2'5 einschaltet. Man suche vor allen Dingen die Differenzen

100				
107	7			
199	92	+ 85		
207	8	− 84	− 169	
400	193	+ 185	+ 269	+ 438

Es ist demnach im gegebenen Beispiele

$$y = 100$$
$$+ x . 7$$
$$+ \frac{x(x-1)}{1.\ 2} . 85$$
$$- \frac{x(x-1)x-2)}{1.\ 2.\ 3} . 169$$
$$+ \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1.\ 2.\ 3.\ 4} . 438$$

und

und da $x = 2\frac{1}{2}$ oder 2'5, so ist $x - 1 = 1'5$, $x - 2 = 0'5$, $x - 3 = -0'5$, also

$$y = 100 + 2'5 \times 7 + \frac{2'5 \times 1'5}{1.\ 2} .\ 85 - \frac{2'5 \times 1'5 \times 0'5}{1.\ 2.\ 3} .\ 169 - \frac{2'5 \times 1'5 \times 0'5 \times 0'5}{1.\ 2.\ 3.\ 4} .\ 438$$

das heißt, wenn man alles gehörig berechnet

$$y = 206'953125.$$

§. 11.

Wenn die Zahlen der ersten Reihe nach der natürlichen Ordnung fortschreiten, obgleich sie nicht mit Null anfangen, so subtrahire man die erste von allen übrigen und auch von der einzuschaltenden, und gebrauche dann die vorhergehende Methode.

Gesetzt es wäre gegeben

1, 2, 3, 4,
7, 9, 15, 23,

und man sollte finden, was in der zweiten Reihe entstehet, wenn man in die erste $1\frac{3}{4}$ oder 1'75 setzet, so ziehe man oben allenthalben 1 ab, und schreibe

0, 1, 2, 3
7, 9, 15, 23.

Wenn man hier nach der Methode des vorigen Paragraphs verfährt, so findet man

$y = 7$

$$y = 7 + x.2 + \frac{x(x-1)}{1.\ 2} \cdot 4 - \frac{x(x-1)(x-2)}{1.\ 2.\ 3} \cdot 2$$

Nun setze man für x nicht 1'75, sondern x = 0'75, so erhält man

y = 8'046875.

Die Reihe mit der Einschaltung ist also

0, 0'75, 1, 2, 3
7, 8'047, 9, 15, 23

oder wenn man die oberen Sätze wieder um 1 vermehret

1, 1'75, 2, 3, 4
7, 8'047, 9, 15, 23.

Eben so wird man in ähnlichen Fällen verfahren; wenn zum Beispiel die obere Reihe 12, 13, 14, 15, u. s. w. ist, so ziehe man 12 von allen Sätzen ab, und auch von dem einzuschaltenden. Dann ist die obere Reihe allemal 0, 1, 2, 3, 4, ꝛc.

§. 12.

Wenn nur die obere Reihe in arithmetischer Progression fortgehet, so läßt sie sich immer auf 0, 1, 2, 3, ꝛc. zurück führen, wenn man statt der einfachen Einheiten, doppelte, dreifache, u. s. w. annimmt. Zum Beispiel: es sei die obere Reihe

30, 33, 36, 39, 42

und es sei 38 einzuschalten. Erstlich wird 30 allenthalben abgezogen; dann ist die Reihe

0, 3, 6, 9, 12

und

und der eingeschaltete Satz ist 8. Nimmt man nun dreifache Einheiten an, oder dividiret man alle oberen Sätze, und auch den eingeschalteten durch 3, so kommt

$$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$$

und der eingeschaltete, ist $2\frac{2}{3}$, oder 2'666.

§. 13.

Wenn die oberste Reihe 0, 1, 2, 3, ꝛc. ist und die unterste mit Null anfängt, so daß $A = 0$, (§. 10.) so wird dadurch die Rechnung nur wenig verkürzet, und auch in diesem Falle thut man am besten, sich an der Regel des 10ten Paragraphs zu halten, ohne eine neue Formel für diesen besondern Fall aufzusetzen.

§. 14.

Wenn die untere Reihe 0, 1, 2, 3, 4, ꝛc. ist, so giebt es zwei Wege. Entweder man hält sich an der Vorschrift des §. 5. und des §. 8., oder man löset Gleichungen auf, die aus der allgemeinen Formel des 10ten Paragraphs entstehen. Um diese letztere Methode durch ein Beispiel zu erläutern, so seien gegeben

$$0,\quad 1,\quad 2$$

mit 100, 107, 199.

Dieses ist eigentlich der Anfang des im 10ten Paragraph gegebenen Beispiels. Wenn man wie dort verfährt, so erhält man

$$y = 100 + 7x + 85\,\frac{x\,(x-1)}{1.\quad 2}$$

das ist, wenn man den letzten Satz gehörig entwickelt

$$y = 100 - \frac{71}{2}\,x + \frac{85}{2}\,x^2$$

Wenn

Wenn nun ein Satz in die zweite Reihe eingeschaltet wird, und es soll der zustimmende in der ersten Reihe gefunden werden, so bekömmt y einen bestimmten Werth, und es läßt sich x nach den gewöhnlichen Regeln der Algeber finden. Gesetzt man wolle in die zweite Reihe 103 einschalten, so ist

$$103 = 100 - \frac{71}{2} x + \frac{85}{2} x^2$$

und wenn man diese Gleichung auflöset

$$x = 0'9125.$$

Also bekömmt die Reihe mit den Einschaltungen folgende Gestalt

0, 0'9125, 1, 2
100, 103, 107, 199.

Wenn man statt drei gegebener Sätze deren 4 in jeder Reihe gehabt hätte, so würde man zu einer Gleichung vom dritten Grade gelanget seyn, mit fünf Sätzen zum vierten Grade, u. s. w. Da aber solche Gleichungen von höheren Graden beschwerlich aufzulösen sind, so begnüget man sich, wenn es thunlich ist, mit drei Sätzen.

Will man lieber ohne solche Auflösung der Gleichungen verfahren, so muß man sich, wie schon erinnert worden, an der Methode des 8ten und 5ten Paragraphs halten. Zum Beispiel es seien gegeben

0, 1, 2, 3
mit 15, 17, 20, 29

und man verlange zu wissen, was in der ersten Reihe entstehet, wenn in die zweite 18 eingeschaltet wird, so kann man beide Reihen also umtauschen

15, 17, (18), 20, 29
0, 1 . . . 2, 3

oder wenn man oben von allen Sätzen 15 abziehet

0, 2, (3), 5, 14
0, 1, . . . 2, 3

Man

Man nenne die oberen Sätze jetzt x, die unteren aber y, und nehmen an

$$y = bx + cx^2 + dx^3$$

Man setze nach und nach x = 2, 5, 14, und y = 1, 2, 3, so bekömmt man

$$1 = 2b + 4c + 8d$$
$$2 = 5b + 25c + 125d$$
$$3 = 14b + 196c + 2744d$$

daraus erhält man $b = \frac{1091}{1890}$, $c = -\frac{11}{270}$, $d = \frac{1}{945}$

also

$$y = \frac{1091}{1890}x - \frac{11}{270}x^2 + \frac{1}{945}x^3$$

Wenn x = 3, so wird y = 1'394, und dieses ist der verlangte einzuschaltende Satz, so daß die Reihen nun heißen

0, 1, 1'394, 2, 3
15, 17, 18, 20, 29

§. 15.

Wir wollen die nun hinlänglich erklärte Methode der Einschaltung durch astronomische Beispiele erläutern.

Gesetzt ein himmlischer Körper sei an folgenden Stellen der Ekliptik beobachtet worden

den 3ten Dec.	Abends um	10 Uhr.	III. Z.	29 Gr.	7 Min.
- 5 -	- - - -	11½ -	IV. -	1 -	10 -
- 6 -	- Morg. um	5 -	IV. -	2 -	1 -
- 9 -	- - - -	4 -	IV. -	5 -	1 -

Man verlangt zu wissen, wo dieser Himmelskörper am 7. December um Mitternacht gewesen sei. Uebrigens ist dies Exempel ganz willkührlich aufgesetzt, und gründet sich auf keine wirkliche Beobachtung.

Wenn

Wenn man den Zeitpunkt des 3ten Decembers Abends um 10 Uhr von den folgenden Zeitpunkten abzieht, und wenn man ebenfalls III Z. 29 Gr. 7 Min. von den übrigen beobachteten Orten des Himmelskörpers abzieht; wenn man ferner die Zeiten in Stunden und die Orte in Gradminuten berechnet, so entstehen folgende 2 Reihen:

0	49'5	55	126
0	123	174	354

Man nenne nun die Zeiten x und die Orte y, und nehme an (§. 8.)

$$y = bx + cx^2 + dx^3$$

und setze in diese Gleichung nach und nach statt x und y die zustimmenden Zeiten und Orte, so erhält man:

$$123 = 49'5\ b + 2450'25\ c + 121287'375\ d$$
$$174 = 55\ b + 3025\ c + 166375\ d$$
$$354 = 126\ b + 15876\ c + 2000376\ d$$

Woraus folgt $b = -\ 8'1938953$
$c = +\ 0'2988168$
$d = -\ 0'0016785$

So daß nun $y = -\ 8'1938953\ x + 0'2988168\ x^2 - 0'0016785\ x^3$

Vom 7ten December um Mitternacht ziehe man ab den 3ten December Abends um 10 Uhr. Es bleiben 98 Stunden.

Wenn man diese statt x in die letzte Gleichung setzt, so erhält man

$$y = -\ 8'1938953 \times 98 + 0'2988168 \times 98^2 - 0'0016785 \times 98^3 = 487' = 8^{g}\ 7'.$$

Man addire hierzu wiederum 3 Zeichen $29^{g}\ 7'$, so kommt der verlangte Ort, nehmlich

$$IV^{Z.}\ 7^{g.}\ 14'$$

§. 16.

Laßt uns den Fall umkehren, so daß man aus dem gegebenen Orte, die Zeit finden solle. Z. B. Man verlanget zu wissen, wann der im vorigen Exempel angenommene Himmelskörper vom dritten Zeichen ins Vierte übergegangen ist, oder wann seine Standlänge 4 Zeichen $0^s\ 0'$ gewesen ist. Der Kürze halben wollen wir nur die drei ersten Beobachtungen gebrauchen, wir haben demnach in Gradminuten und Stunden

Orte	0,	123,	174
Zeiten	0,	49'5,	55

Man nenne nun die Zeiten x und die Orte y und nehme an

$$x = by + cy^2$$

und setze in diese Gleichung nach und nach die zustimmenden Werthe von x und y, so hat man:

$$49'5 = 123b + 123^2c$$
$$55 = 174b + 174^2c$$

woraus folgt $b = 0'61067$
$c = -0'00169$

so daß nun $x = 0'61067\,y - 0'00169\,y^2$.

Von IV Zeichen 0 Grad 0 Minuten, ziehe man III Zeichen 29 Grad 7 Minuten ab. Dies giebt 53 Minuten.

Wenn man nun diese statt y in die letzte Gleichung setzt, so erhält man

x = 27'6 Stunden = 1 Tag 3 Stunden 36 Minuten.

Man addire diesen Werth von x zum 3ten December Abends um 10 Uhr, so hat man den 5ten December Morgens um 1 Uhr 36 Minuten, als den Augenblick, da der Himmelskörper aus dem 3ten Zeichen ins 4te überging.

§. 17.

§. 17.

Laßt uns ein astronomisches Beispiel von dem größten und kleinsten Werthe geben. Da in dem Exempel des 15ten Paragraphs der Himmelskörper den 6ten December Morgens um 5 Uhr IV Zeichen 2 Grad 1 Minute, den 7ten um Mitternacht IV Zeichen 7 Grad 14 Minuten und den 9ten Morgens um 4 Uhr IV Zeichen 5 Grad 1 Minute Standlänge hat, also erst rechtläufig und hernach rückgängig ist, so frägt sich, wann er angefangen habe, rückgängig zu werden und welches seine größte Standlänge gewesen sei?

Wenn man den ersten Zeitpunkt von den übrigen und die erste Standlänge von den übrigen abrechnet, so kommt in Stunden und Gradminuten

0	55	98	126
2	174	487	354

Man nehme an, daß $y = bx + cx^2 + dx^3$ so ist, wenn man für x und y die Sätze der obern und untern Reihe setzt,

$$b = -8'1938953$$
$$c = +0'2988168$$
$$d = -0'0016785,$$

so daß nun

$$y = -8'1938953\ x + 0'2988168\ x^2 - 0'0016785\ x^3.$$

Wenn man differenziret und $dy = 0$ setzt, so hat man

$$0 = -8'1938953 + 0'5976336\,x - 0'0050355\,x^2$$

und wenn man diese Gleichung gehörig auflöset, so erhält man $x = 102'8$ Stunden $= 4$ Tage 6 Stunden 48 Minuten.

Diese 4 Tage 6 Stunden und 48 Minuten, werden von 3ten December Abends um 10 Uhr an gerech-

net und reichen bis zum 8ten December Morgens um 4 Uhr 48 Minuten.

Will man wissen, wo sich alsdann der Himmelskörper in seinem Stillstande befand, so setze man in die gefundene Gleichung zwischen x und y, x = 10,8 Stunden, so kommt y = 492 Gradminuten, oder 8 Grad 12 Minuten, von 3 Zeichen 29 Grad 7 Minuten angerechnet, und giebt zu erkennen, daß die größte Standlänge IV Zeichen 7 Grad 19 Minuten beträgt.

§. 18.

Nach den Berlinischen Ephemeriden, wird die Standlänge des Mondes im December 1797 um Mitternacht wie folget, sein.

	Zeichen	Grad	Min.	Sek.
Am 24ten	11	17	23	21
25 -	11	29	22	31
26 -	0	11	32	29
27 -	0	23	58	3

Nun wollte man wissen, wo sich der Mond am 26ten Morgens um 6 Uhr befinden wird. Zwar dienet dazu die stündliche Bewegung des Mondes, die in den Ephemeriden angezeiget ist, allein wenn man noch mehr Genauigkeit verlangte, als die stündliche Bewegung, die eigentlich nicht einförmig ist, geben kann, so müste man folgender Weise rechnen. Man erinnere sich hierbei der Paragraphen 10 und 11.

Wenn man den Zeitpunkt des 24sten Decembers von den folgenden Zeitpunkten und 11 Zeichen 17 Grad 23 Minuten 21 Secunden von den übrigen Orten des Mondes abzieht, und die Orte in Gradsecunden berechnet, so entstehen folgende 2 Reihen:

1	2	3
43150	86948	131682

Zur

Zur Erleichterung der Rechnung ziehe man von den 3 Sätzen der oberen Reihe 1 ab, so entsteht

0	1	2
43150	86948	131682

Vom 26sten December Morgens um 6 Uhr, ziehe man ab den 24sten December um Mitternacht, so erhält man 2 Tage 6 Stunden oder $2\frac{1}{4}$ Tag, und wenn wir von diesem, wie von allen Sätzen der obern Reihe, 1 abziehen, so ist x in unserer Rechnung $\frac{5}{4}$.

Wenn man nun nach Paragraph 10 die Differenzen sucht, und in die Gleichung

$$y = A + x.\Delta A + \frac{x(x-1)\Delta^2 A}{1.2}$$

die gefundenen Werthe setzt, so findet man den zu $2\frac{1}{4}$ der obern Reihe gehörigen Satz der untern, nehmlich

$$y = 43150 + \frac{5}{4}.43798 + \frac{5}{4}.\frac{1}{4}.\frac{936}{2}$$

$$= 43150 + 54747'5 + 146'15$$

$$= 98044 \text{ Gradsecunden}$$

$$= 27^g\ 14'\ 4''.$$

Diese $27^g\ 14'\ 4''$ addire man zu 11 Zeichen $17^g\ 27'\ 21''$, so erhält man 0 Zeichen $14^g\ 37'\ 25''$ für den Ort, wo sich der Mond den 26sten December Morgens um 6 Uhr befindet.

§. 19.

Nach den Ephemeriden steht Merkur wie folgt im November und Dezember 1795 um Mitternacht:

 19 Nov.

	Zeichen	Grad	Minuten
19. Nov.	7	17	36
25. —	7	15	36
1. Dec.	7	19	21
7. —	7	26	10

Da hier die Standlänge erst ab, dann wieder zunimmt, so muß hier ein Minimum statt finden, und es wird dasselbe verlangt.

Man ziehe die Zeiten und Oerter gehörig von einander ab, so hat man folgende 2 Reihen:

0	6	12	18
0	—120	+105	+514

Nimmt man an, daß $y = bx + cx^2 + dx^3$, und setzt man nach und nach statt x und y die Sätze der obern und untern Reihe in die Gleichung, so findet man:

$$b = -57'7$$

$$c = 7'028$$

$$d = -0'12423.$$

Man hat also

$$y = -57'7x + 7'028x^2 - 0'124x^3.$$

Wenn man nun diese Gleichung differenziret, $dy = 0$ setzt, und die differenzirte Gleichung durch dx dividirt, so hat man

$$0 = -57'7 + 14'056x - 0'372x^2$$

$$\text{oder } 0'372x^2 - 14'056x = -57'7.$$

$$\text{oder } x^2 - \frac{14'056}{0'372}x = -\frac{57'7}{0'372}$$

$$\text{oder } x^2 - 37'78\ x = -152'41.$$

Also ist $x^2 - 37'78x + 18'89^2 = -152'41 + 18'89^2$
$= -152'41 + 356'8321$
$= 204'4221$

und $x - 18'89 = \sqrt{204'4221} = -14'29$, denn die Quadratwurzel muß hier negativ genommen werden.

Also

Also ist $x = 18'89 - 14'29 = 4'6$ Tage $= 4$ Tage, 14 Stunden, 24 Minuten.

Man setze nun diesen Werth von x in die differenzirte Gleichung, so findet man $y = 129$ Gradminuten oder $2^g 9'$.

Man addire 4 Tage 14 Stunden 24 Minuten zum 19ten November um Mitternacht, und subtrahire $2^g 9'$ von 7 Zeichen 17 Grad 36 Minuten, so hat man den 24. November Nachmittags um 2 Uhr 24 Minuten als den Zeitpunkt, da Mercur wieder anfing vorwärts zu gehen und 7 Zeichen 15 Grad 27 Minuten als seine kleinste Standlänge.

Da hier die Tage von 6 zu 6 fortschreiten, so hätte man sich die Bemerkung des 12ten §. zu Nutze machen können.

§. 20.

Aus der im vorigen Paragraph gefundenen Gleichung, läßt sich nun auch die Zeit finden, da Merkur eine gegebene Standlänge gehabt hat. Z. E. Man will wissen, wann er 7 Zeichen 20 Grad Standlänge gehabt hat. Von dieser Standlänge ziehe man ab 7 Zeichen 17 Grad 36 Minuten, so bleiben 2 Grad 24 Minuten, oder 144 Minuten. Diese setze man statt y in die Gleichung, so kommt

$$144 = - 57'7\,x + 7'028\,x^2 - 0'124\,x^3.$$

Wenn man diese kubische Gleichung versuchsweise auflöset, so kommt

$$x = 12'63 = 12 \text{ Tage } 15 \text{ Stund. } 7 \text{ Min.}$$

nämlich vom 19ten Nov. um Mitternacht an gerechnet; also fällt die gegebene Standlänge auf den 1sten December um 3 Uhr 7 Minuten Nachmittags.

§. 21.

Am 20ten December 1795 und an den folgenden Tagen ist, nach den Ephemeriden die südliche Abweichung der Sonne für den Mittag wie folget gewesen

Am	20sten	23°27′34″
—	21sten	23°27′58″
—	22sten	23°27′54″
—	23sten	23°27′21″

Hier ist klar, daß der Zeitpunkt der Sonnenwende oder der Anfang des Winters irgendwo zwischen diese Angaben fällt. Es soll gedachter Zeitpunkt, oder die Zeit des Maximums der Abweichung, sammt diesem Maximum selbst gefunden werden.

Man ziehe den 20ten December Mittags von den folgenden Zeitpunkten und 23° 27′ 34″ von den folgenden Abweichungen ab, so erhält man diese beiden Reihen:

$$0,\quad 1,\quad 2,\quad 3$$
$$0,\quad 24,\quad 20,\ -13$$

Setzt man diese Sätze in die Gleichung

$$y = bx + cx^2 + dx^3$$

so erhält man $b = 37'667$
$c = -13'5$
$d = -0'167$

so daß also

$$y = 37'667\,x - 13'5\,x^2 - 0'167\,x^3.$$

Man differenzire diese Gleichung, setze $dy = 0$ und dividire alle Glieder durch dx, so entsteht

$$0 = 37'667 - 27\,x - 0'501\,x^2.$$

Man

Man löse diese Gleichung nach den gewöhnlichen Regeln auf, so entsteht x = 1'359 Tag oder

1 Tag 8 Stunden 36 Minuten.

Diesen Werth von x setze man in die differenzirte Gleichung, so erhält man y = 26 Sekunden.

Man addire 1 Tag 8 St. 36 Min. zum 20sten December Mittags, und 26 Secunden zu $23^g\ 27'\ 34''$, so erhält man für den Augenblick die Wintersonnenwende den 21sten December Abends um 8 Uhr 36 Minuten, und für die größte südliche Abweichung der Sonne $23^g\ 28'$.

Nach den Ephemeriden fällt der Augenblick der Wintersonnenwende 1795 auf den 21sten Dezember Abends um 8 Uhr und ohngefähr 9 Minuten, welches einen Unterschied von 27 Minuten ausmachet. Dieses beweiset, daß wenn die Größen in der einen gegebenen Reihe sich nur langsam verändern, vier Sätze nicht hinlänglich sind, um das Maximum mit der größten Schärfe zu bestimmen.

Achtzehntes Hauptstück.

Von der Veränderung der kugelichten Dreiecke.

§. 1.

Die meisten Aufgaben der praktischen Sternkunde bestehen in der verlangten Auflösung irgend eines kugelichten Dreiecks, wie man aus dem XIIIten bis XVIten Hauptstücke sattsam ersehen kann. Nun trifft es sich häufig, daß kleine Irrthümer in den gegebenen Größen vorgefallen sind oder doch vermuthet werden. Wollte man wissen, was sie für einen Einfluß auf das Resultat haben können, so müßte man mit etwas veränderten gegebenen Größen, die Rechnung von vorne anfangen, welches oft äußerst beschwerlich sein würde. Dieser Unbequemlichkeit hat der Engländer Cotes abgeholfen; er hat nämlich gewisse Lehrsätze erfunden, durch welche man erfährt, wie sich die Veränderungen der gesuchten Größen zur Veränderungen der gegebenen verhalten, vorausgesetzet, daß die Veränderungen sehr klein sind, wie es in der That der Fall zu sein pfleget. Cotes nimmt allemal zwei unveränderte Größen in einem

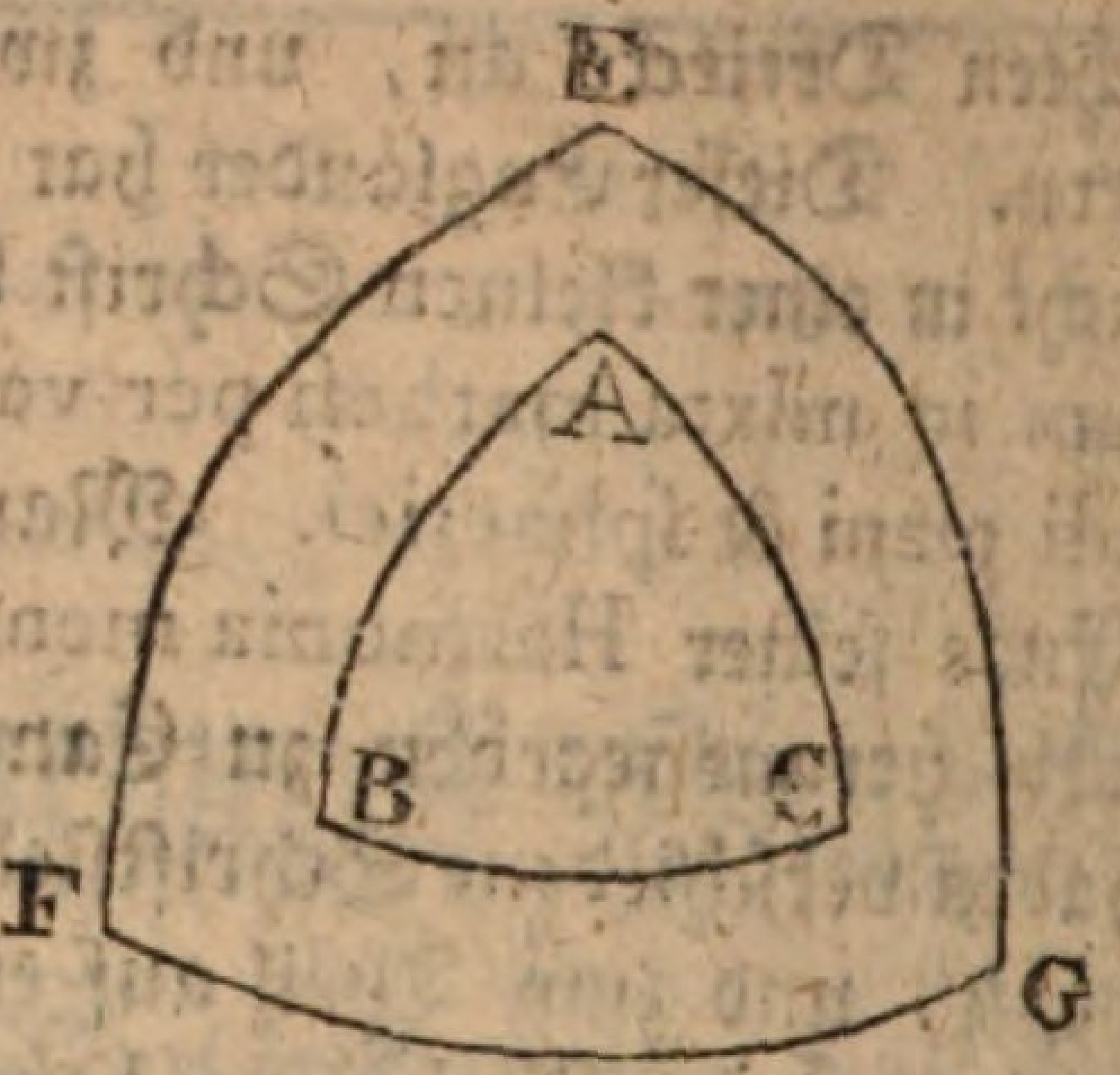
einem kugelichten Dreiecke an, und zwei die sich zugleich verändern. Dieser Engländer hat seine Lehrsätze bekannt gemacht in einer kleinen Schrift betitelt; aestimatio errorum in mixta mathesi per variationes partium trianguli plani & sphaerici. Man findet sie als Anhang zu Ende seiner Harmonia mensurarum, von Robert Smith herausgegeben zu Cambridge 1722. Seit Cotes haben verschiedene Schriftsteller dessen Lehrsätze wiederhohlt, und zum Theil auf eine andere Art durch die Differenzial-Rechnung bewiesen. Allein die Beweise des Erfinders selbst sind so kurz und so bündig, daß man sie füglich beibehalten kann. Ich will sie also hier anführen, jedoch mit einigen Abänderungen, Erläuterungen und Zusätzen, und mit Weglassung alles dessen, was sich bloß auf die geradlinichten Dreiecke beziehet, weil diese in der Astronomie nicht sonderlich gebrauchet werden.

§. 2.

Hülfsatz.

Wenn ein kugelichtes Dreieck gegeben ist, wenn man die Pole der drei Seiten hat, nämlich diejenigen Pole, die dem Dreiecke am nächsten sind, und wenn zwischen diesen Polen ein anderes sphärisches Dreieck gebildet wird; so sind die Seiten dieses neuen Dreiecks die Ergänzungen der gegenüberstehenden Winkel des ersten Dreiecks zu 180 Graden, und die Winkel des neuen Dreiecks sind ebenfalls die Ergänzungen der gegenüberstehenden Seiten des ersten Dreiecks zu 180 Graden. Wenn das erste Dreieck sich verändert, so muß das andere sich auch verändern, und die Veränderungen der Seiten des ersten Dreiecks sind gleich den Veränderungen der gegenüberstehenden Winkel des andern, und umgekehrt.

Es



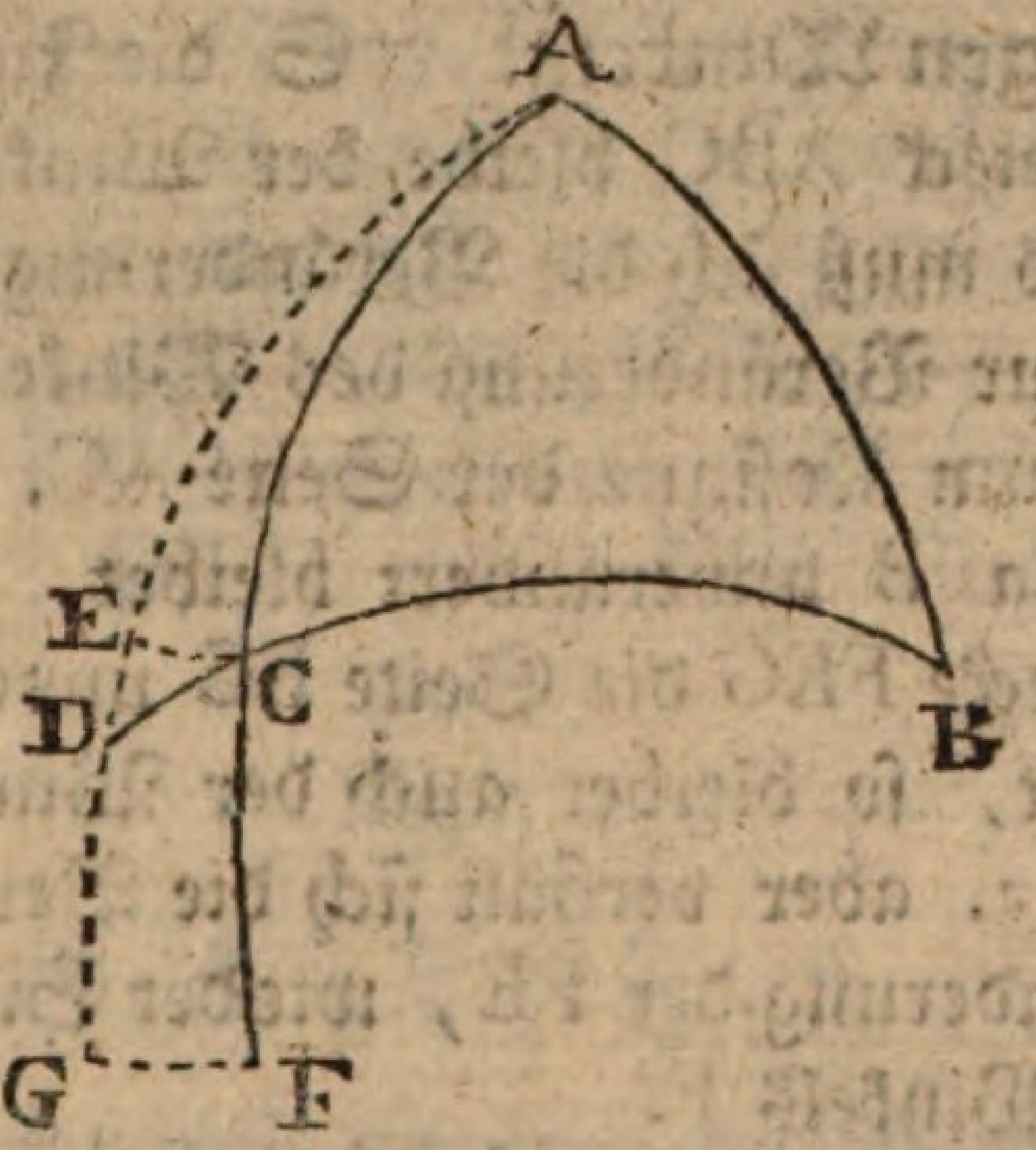
Es sei ABC das erste Dreieck, EFG das neue auf die vorgeschriebene Art gebildete, so ist in Graden EG = 180^g — ∠B, EF = 180^g — ∠C, FG = 180^g — ∠A, ∠E = 180^g — BC, ∠G = 180^g — AB, ∠F = 180^g — AC. Der erste Theil dieses Hülfssatzes wird in allen Büchern bewiesen, die von der sphärischen Trigonometrie handeln, unter andern im selbstlernenden Geometer, H. XIII. §. 8. Der zweite Theil ist eine unmittelbare Folge aus dem ersten. Denn um so viel Grade ein Winkel oder Bogen größer wird, um so viel muß dessen Ergänzung zu 180 Graden kleiner werden, und umgekehrt. Die Veränderungen sind also gleich, nur geschehen sie in entgegengesetztem Sinne, da die eine positiv und die andere negativ ist.

§. 3.

Lehrsatz.

Es bleibe in einem Dreiecke ein Winkel nebst einer anliegenden Seite unverändert; so verhält sich die kleine Veränderung der anderen anliegenden Seite zur Veränderung der Gegenseite, wie der Sinustotus zum Kosinus desjenigen Winkels, welcher der beständigen Seite gegenüber stehet.

Im



Im sphärischen Dreiecke ABC bleibe der Winkel B nebst der Seite AB unverändert; übrigens aber verwandele sich das Dreieck ABC in ein anderes ABD: Mache AE = AC, und ziehe CE, so muß sich verhalten die Veränderung der zweiten anliegenden Seite BC, nämlich CD, zur Veränderung der Seite AC, die dem Winkel B entgegen stehet, nämlich zu DE, wie der Sinustotus zum Kosinus des Winkels C, welcher der unveränderten Seite gegenüber stehet. Denn, da die Veränderungen sehr klein angenommen werden, so kann der Winkel CED als ein rechter und dabei das Dreieck CED als geradlinicht betrachtet werden; dann verhält sich CD zu DE, wie der Sinustotus zum Kosinus des Winkels D, oder des Winkels ACB, weil beide hier für gleich gelten können.

§. 4.

Lehrsatz.

Es bleibe, wie vorher, eine Seite nebst einem anliegenden Winkel unverändert, so verhält sich die Veränderung des andern anliegenden Winkels zur Veränderung des Gegenwinkels, wie

wie der Sinustotus zum Kosinus der Gegenseite des beständigen Winkels. (S. die Figur des §. 2.)

Im Dreieck ABC bleibe der Winkel B nebst der Seite AB, so muß sich die Veränderung des Winkels A verhalten zur Veränderung des Winkels C, wie der Sinustotus zum Kosinus der Seite AC.

Denn da B unverändert bleibet, so bleibet im Polar-Dreiecke FEG die Seite EG unverändert, und da AB bleibet, so bleibet auch der Winkel G. Vermöge des §. 3. aber verhält sich die Veränderung der FG zur Veränderung der FE, wie der Sinustotus zum Kosinus des Winkels F.

Also verhält sich auch die Veränderung des Winkels A zur Veränderung des Winkels C, wie der Sinustotus zum Kosinus der Seite AC.

§. 5.

Lehrsatz.

Es bleibe wie vorher eine Seite nebst einem anliegenden Winkel, so verhält sich die Veränderung des andern anliegenden Winkels zur Veränderung der Gegenseite des beständigen Winkels, wie die Tangente des Gegenwinkels der beständigen Seite zum Sinus der Gegenseite des beständigen Winkels (Siehe die Figur bei dem dritten Paragraph)

Es sei gegeben AB und ∠B.

Aus dem Punkte A, als Pol, beschreibe in einem Abstande von 90 Graden den Bogen FG, und verlängere nöthigenfalls AC, AD bis zur Begegnung der FG, so ist FG in Graden das Maaß der Veränderung des Winkels BAC. Nun ist

FG : CE :: R : sin AC (H. V. §. 3.)
DE : CE :: R : tang CDE

Aus

Aus diesen beiden Gleichverhältnissen folget

$$CE \times R = FG \times \sin AC$$
$$CE \times R = DE \times \text{tang}\, CDE$$

daher $FG \times \sin AC = DE \times \text{tang}\, CDE$

oder $FG : DE :: \text{tang}\, CDE : \sin AC$

oder da hier $\angle CDE$ mit ACB vertauschet werden kann

$$FG : DE :: \text{tang}\, ACB : \sin AC$$

§. 6.

Lehrsatz.

Es bleibe, wie vorher eine Seite nebst einem anliegenden Winkel, so verhält sich die Veränderung der anderen am beständigen Winkel liegenden Seite zur Veränderung des Gegenwinkels der beständigen Seite, wie die Tangente der Gegenseite des beständigen Winkels zum Sinus des Gegenwinkels der beständigen Seite.

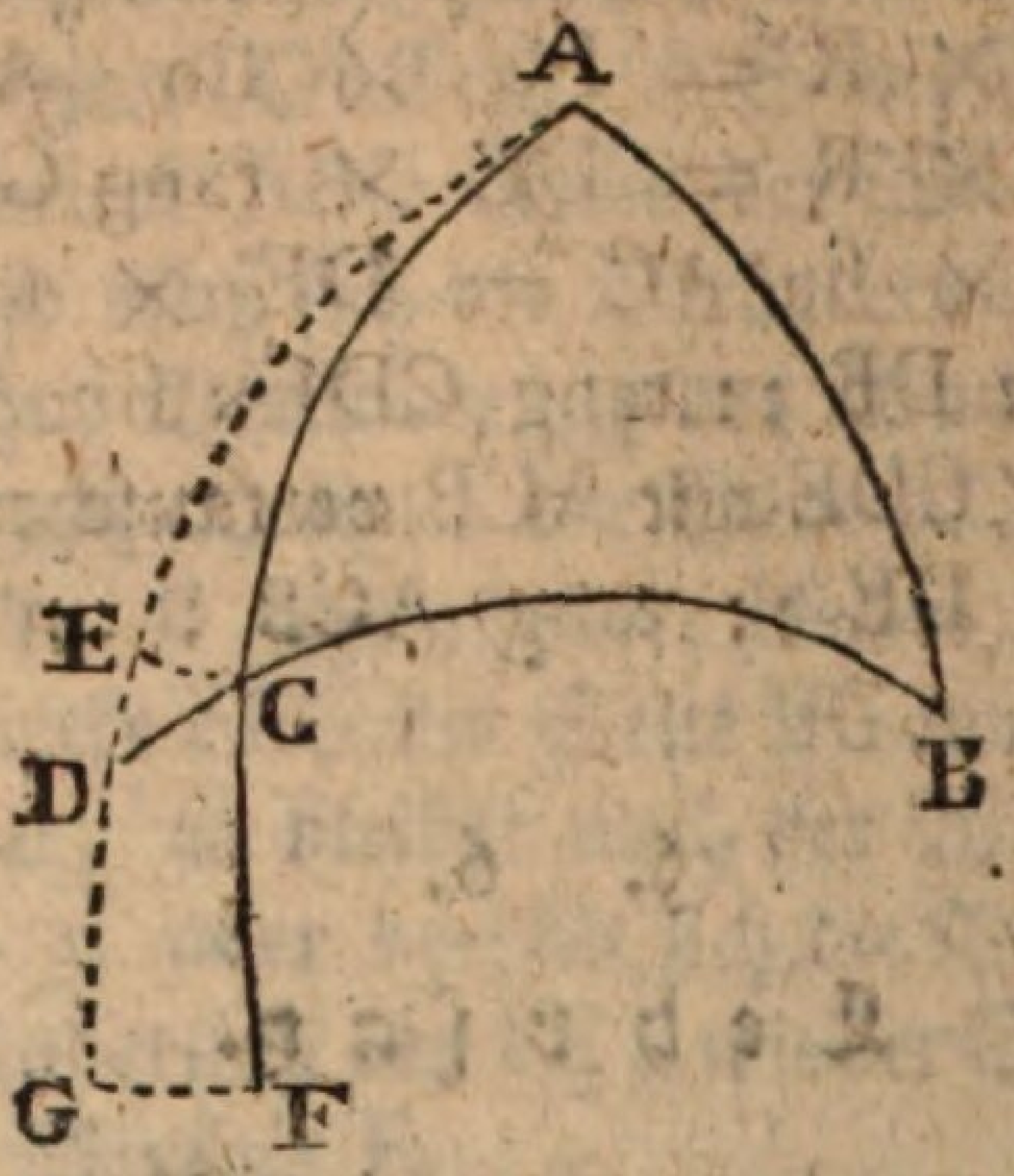
Dieser Lehrsatz folget aus dem vorhergehenden, wenn man das Polardreieck FEG (§. 2.) zur Hülfe nimmt.

§. 7.

Lehrsatz.

Es bleiben, wie vorher, eine Seite und ein anliegender Winkel unverändert, so verhält sich die Veränderung des andern anliegenden Winkels zur Veränderung der andern am beständigen Winkel anliegenden Seite, wie der Sinus des Gegenwinkels der beständigen Seite zum Sinus der Gegenseite des beständigen Winkels.

Es



Es bleibe alles wie bei §. 5. so ist

$FG : CE :: R : \sin AC$

$CD : CE :: R : \sin CDE \; (= \sin ACB)$

daher $CE \times R = FG \times \sin AC$

und $CE \times R = CD \times \sin ACB$

also $FG \times \sin AC = CD \times \sin ACB$

folglich $FG : CD :: \sin C : \sin AC$

§. 8.

Lehrsatz.

Es bleibe wie vorher eine Seite und ein anliegender Winkel, so verhält sich die Veränderung des Gegenwinkels, zur Veränderung der Gegenseite des beständigen Winkels, wie die Tangente des veränderlichen Winkels zur Tangente der veränderlichen Seite.

Es ist

$\sin AC : \sin AB :: \sin B : \sin C$

$\sin AD : \sin AB :: \sin B : \sin D$

daher $\sin AB \times \sin B = \sin AC \times \sin C$

und $\sin AB \times \sin B = \sin AD \times \sin D$

also

also $\sin AC \times \sin C = \sin AD \times \sin D$
oder $\sin AC : \sin AD :: \sin D : \sin C$
$(\sin AD - \sin AC) : \sin AD :: (\sin C - \sin D) : \sin C$
oder $(\sin AD - \sin AC) : (\sin C - \sin D) :: \sin AD : \sin C$
oder, weil das Verhältniß $\sin AD : \sin C$ diesem $\sin AC : \sin C$ unendlich nahe kommt,

$(\sin AD - \sin AC) : (\sin C - \sin D) :: \sin AC : \sin C$
oder $(\sin C - \sin D) : (\sin AD - \sin AC) :: \sin C : \sin AC$.
Nun ist $\sin C - \sin D$ die Veränderung, oder das Differenzial des Sinus des Winkels C, so wie $C - D$ das Differenzial des Winkels C selbst ist. Es sei $C = z$, und d bedeute die kleine Veränderung, so ist (Einleitung, Seite XXXX)

$$d \sin z = dz \,.\, \cos z$$

oder $\sin C - \sin D = (C - D) \times \cos. C$
oder eigentlich

$$\sin C - \sin D = \frac{(C - D) \cos C}{R}$$

Eben so findet man

$$\sin AD - \sin AC = \frac{(AD - AC) \times \cos AC}{R}$$

Setzet man diese Werthe in die Proporzion, so ist

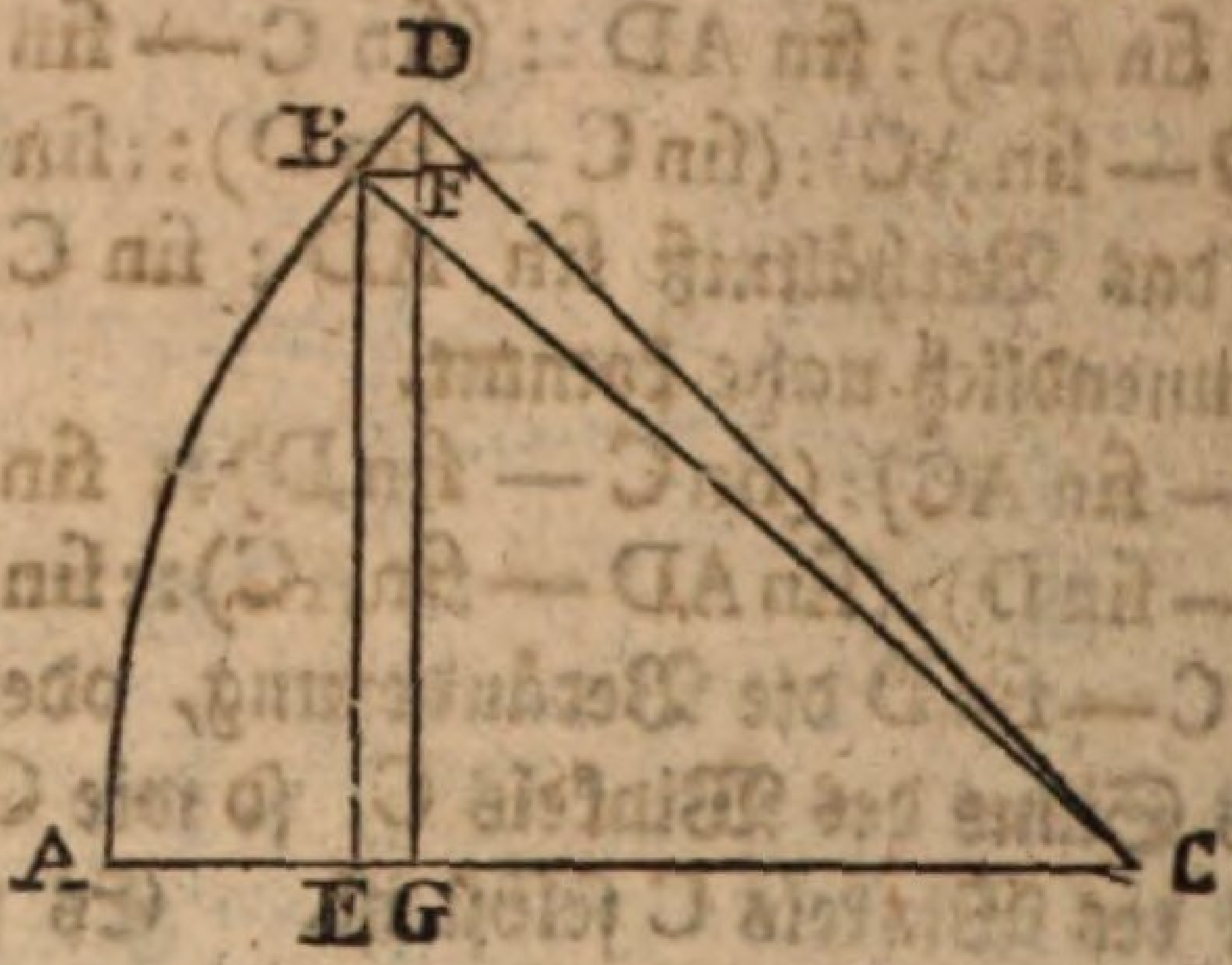
$$\frac{(C - D) \times \cos C}{R} : \frac{(AD - AC) \times \cos AC}{R} :: \sin C : \sin AC$$

oder

$$(C - D) : (AD - AC) :: \frac{R \times \sin C}{\cos C} : \frac{R \times \sin AC}{\cos AC}$$

Nun ist aber $\frac{R \times \sin}{\cos} = \text{tang}$ (Einleit. S. XXXVIII)
also $(C - D) : (AD - AC) :: \text{tang } C : \text{tang } AC$
welches unser Lehrsatz ist.

Anmerkung. Wenn man alles vermeiden will, was zur Differenzialrechnung gehöret, so läßt sich leicht geo-



geometrisch beweisen, daß sin C — sin D $= \frac{(C - D) \cos C}{R}$. Nämlich es sei BCA der Winkel C, welcher durch den Bogen AB gemessen wird. Es vergrößere sich der Bogen AB um BD, so vergrößert sich der Sinus BE um DF = DG — BE. DBF wird als ein kleines geradlinichtes Dreieck angesehen. Dieses ist mit den Dreieck CBE ähnlich, indem die Seiten dieser beiden Dreiecke jede gegen jede senkrecht sind, nämlich DB gegen CB, DF gegen CE, BF gegen BE. Also ist

$$CB : CE :: DB : DF$$
$$R : \cos C :: DB : DF$$
$$DF = \frac{DB \cdot \cos C}{R}$$

Hier ist DF die Veränderung des Sinus und DB die Veränderung des Bogens.

§. 9.

Lehrsatz.

Es bleibe in einem Dreieck eine Seite nebst ihrem Gegenwinkel, so verhält sich die Veränderung

derung eines der übrigen Winkel zur Veränderung seiner Gegenseite, wie die Tangente des veränderlichen Winkels zur Tangente der veränderlichen Seite. (Siehe die Figur, Seite 256.)

Gesetzt es bleiben BC und $\angle A$ unverändert, hingegen es verändern sich AB und $\angle C$. Wir wollen was aus AB wird mit AB′ und was aus $\angle C$ wird mit C′ bezeichnen.

Es ist (Einleitung, Seite LII.)

$$\sin BC : \sin AB :: \sin A : \sin C$$

oder

$$\sin BC : \sin A :: \sin AB : \sin C$$

folglich auch im veränderten Dreieck

$$\sin BC : \sin A :: \sin AB' : \sin C'$$

daher ist

$$\sin AB : \sin AB' :: \sin C : \sin C'$$

folglich

$$(\sin AB' - \sin AB) : (\sin C' - \sin C) :: \sin AB : \sin C$$

Nun ist, wie in der Anmerkung zum vorigen Paragraph bewiesen worden,

$$\sin AB' - \sin AB = \frac{(AB' - AB) \cos AB}{R}$$

$$\sin C' - \sin C = \frac{(C' - C) \cos C}{R}$$

daraus folget, daß

$$\frac{(AB' - AB) \cos AB}{R} : \frac{(C' - C) \cos C}{R} :: \sin AB : \sin C$$

$$(AB' - AB) : (C' - C) :: \frac{R \times \sin AB}{\cos AB} : \frac{R \times \sin C}{\cos C}$$

$$(AB' - AB) : (C' - C) :: \text{tang } AB : \text{tang } C$$

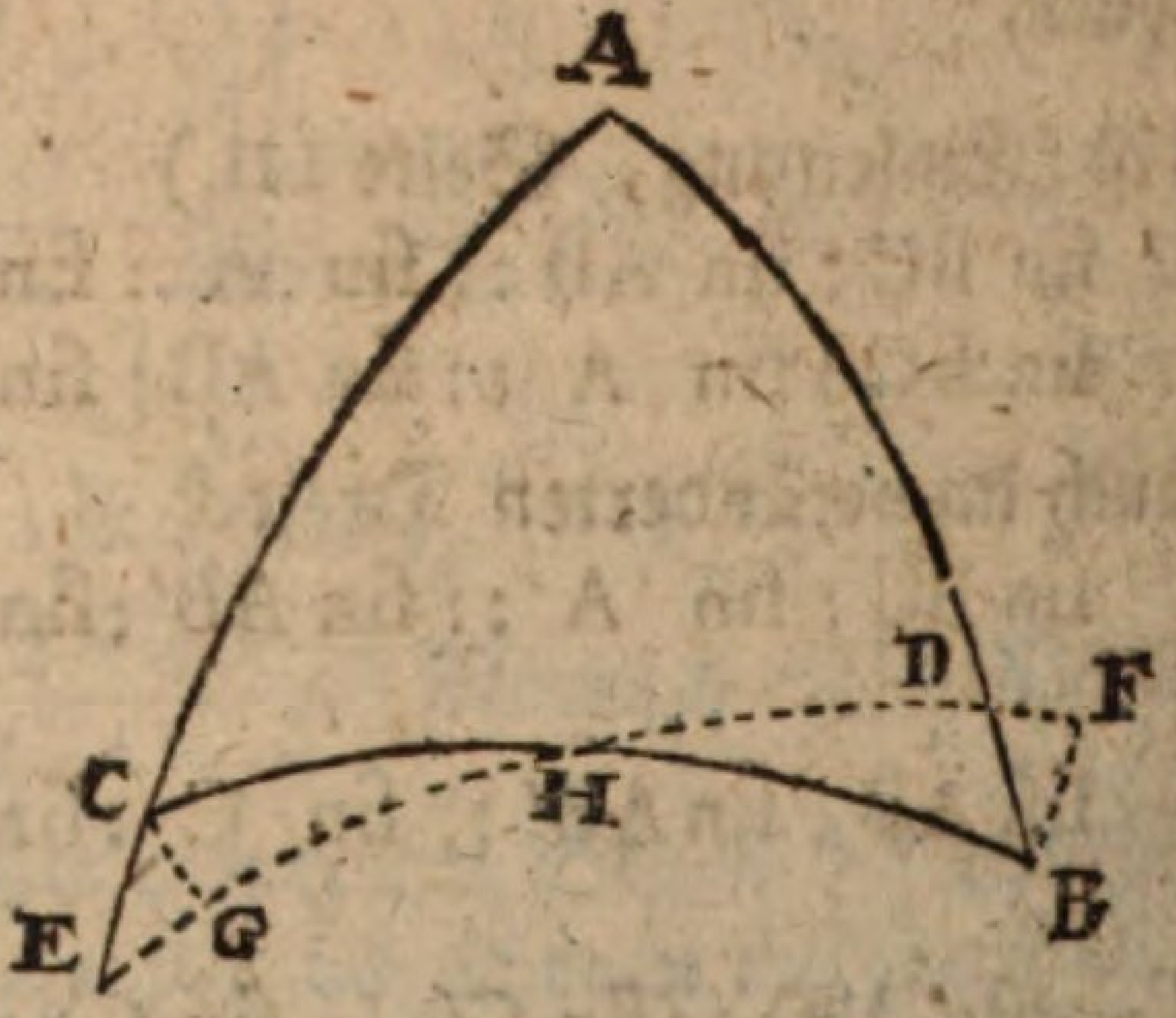
oder $(C' - C) : (AB' - AB) :: \text{tang } C : \text{tang } AB$

welches unser Lehrsatz ist.

§. 10.

Lehrsatz.

Es bleibe wie vorher, eine Seite und ihr Gegenwinkel, so verhalten sich die Veränderungen der beiden übrigen Seiten, wie die Kosinus ihrer Gegenwinkel.



Gesetzt es bleiben BC und ∠A, es verändern sich aber die Seiten AB und AC, so daß das Dreieck ABC in das Dreieck ADE übergehe. Gesetzt die beständige Seite in ihrer alten Lage BC schneide die neue Lage DE in H. Mache HF = HB, und HG = HC. Ziehe BF und CG, so sind DF und EG gleich. Die Dreiecke BFD, CGE werden bei F und G für rechtwinkelig gehalten. Also ist

$$BD : DF :: R : \sin FBD$$

oder

$$BD : DF :: R : \cos ABC$$

Aus ähnlichen Gründen ist

$$CE : EG :: R : \sin GCE$$

oder

$$CE : EG :: R : \cos ACB$$

Aus beiden Proporzionen folget

$$R \times DF = BD \times \cos ABC$$
$$R \times EG = CE \times \cos ACB$$

Da

Da nun $DF = EG$, so ist

$$BD \times \cos ABC = CE \times \cos ACB$$

oder $$BD : CE :: \cos ACB : \cos ABC$$

welches unser Lehrsatz ist.

§. 11.

Lehrsatz.

Es bleibe wie vorher eine Seite und ihr Gegenwinkel, so verhalten sich die Veränderungen der übrigen Winkel, wie die Kosinus ihrer Gegenseiten.

Dieser Lehrsatz wird aus dem vorigen mittelst des Polar-Dreiecks (§. 2.) bewiesen, eben so wie §. 4. aus §. 3. bewiesen worden.

§. 12.

Lehrsatz.

Es bleibe, wie vorher, eine Seite und ihr Gegenwinkel, so verhält sich die Veränderung einer der übrigen Seiten zur Veränderung ihres anliegenden Winkels, wie das Produkt der Tangente und des Kosinus der veränderlichen Seite zum Produkte aus der Tangente des dritten Winkels und dem Kosinus der dritten Seite; oder auch, wie das Produkt aus der Tangente der dritten Seite und dem Kosinus des dritten Winkels zum Produkte aus der Tangente des Gegenwinkels der dritten Seite und des Kosinus desselbigen Winkels.

Denn es mögen wie vorher BC und ∠A unverändert bleiben, es werden aber die Verhältnisse gesuchet zwischen den Veränderungen der AB und des ∠B.

 Wenn

Wenn wir die kleinen Veränderungen durch δ bezeichnen, so ist (§. 9.)

$$\delta AB : \delta C :: \text{tang}\, AB : \text{tang}\, C$$

und (§. 11.) $\delta C : \delta B :: \text{cos}\, AB : \text{cos}\, AB$

also $\delta AB : \delta B :: \text{tang}\, AB \times \text{cos}\, AB : \text{tang}\, C \times \text{cos}\, AC.$

Oder auch

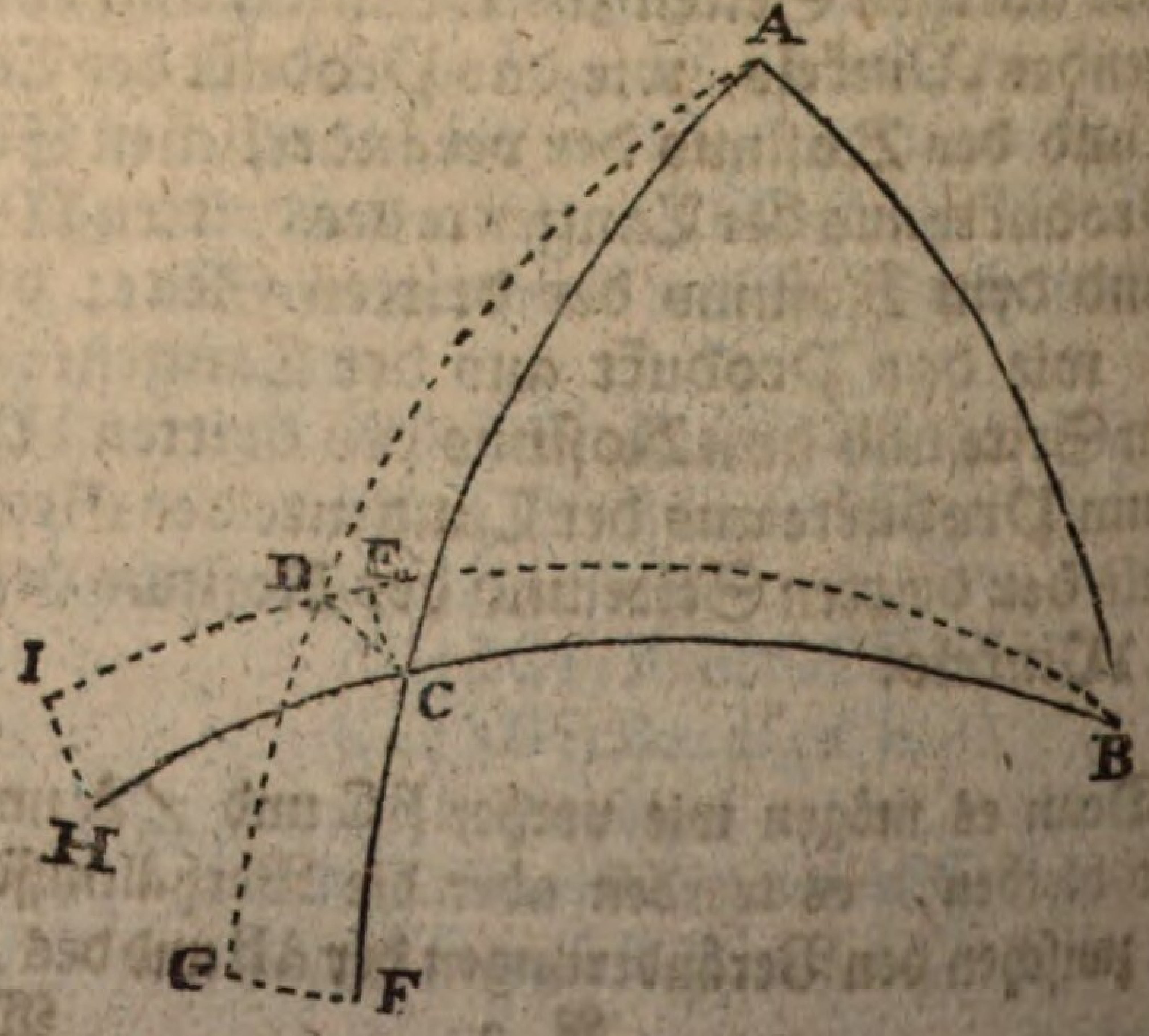
$$\delta AB : \delta AC :: \text{cos}\, C : \text{cos}\, B$$

$$\delta AC : \delta B :: \text{tang}\, AC : \text{tang}\, B. \ (\S. 9.)$$

daher $\delta AB : \delta B :: \text{tang}\, AC \times \text{cos}\, C : \text{tang}\, B \times \text{cos}\, B.$

§. 13.

Gesetzt es bleiben in einem kugelichten Dreiecke zwei Seiten unverändert, so verhält sich die Veränderung des Zwischenwinkels zur Veränderung eines der Gegenwinkel, wie das Produkt aus dem Sinus der dritten Seite und dem Sinus totus zum Produkt aus dem Sinus der Gegenseite des zweiten veränderlichen Winkels und dem Kosinus des dritten Winkels.



Gesetzt

Gesetzt es bleiben die Seiten AB und AC. Es verwandele sich aber das Dreieck BAC in einanderes BAD, doch so daß AD = AC. Mache BE = BC. Ziehe CE, CD. Aus den Polen A und B beschreibe in einer Entfernung von 90 Graden die Bogen FG, HI, als Maaße der Veränderungen der Winkel A und B, nachdem AC, AD, BC, BD nöthigenfalls verlängert werden. So ist

FG : CD :: R : sin AC (Hauptst. V. §. 3.)
CD : CE :: R : cos C (= cos. EDA = sin EDC)
CE : HI :: sin BC : R (Hauptst. V. §. 3.)

Folglich
FG : HI :: R × sin BC : sin AC × cos C.

§. 14.

Lehrsatz.

Gesetzt, es bleiben wie vorher zwei Seiten unverändert, so verhält sich die Veränderung des Zwischenwinkels zur Veränderung seiner Gegenseite, wie die Kosekante eines der übrigen Winkel zum Sinus der anliegenden gegebenen Seite.

In diesem Falle ist ED (vorige Figur) die Veränderung der BC. Nun ist
FG : CD :: R : sin AC
CD : ED :: cosec C : R

Nämlich es ist
∠EDC = compl ∠EDA = compl ∠C.

Hieraus folget
FG : ED :: cosec C : sin AC.

§. 15.

Lehrsatz.

Es bleiben wie vorher zwei Seiten unverändert, so verhält sich die Veränderung eines der Gegenwinkel zur Veränderung der dritten Seite, wie die Kotangente des andern Gegenwinkels zum Sinus der dritten Seite.

Denn es ist

$$HI : EC :: R : \sin BC$$

$$EC : ED :: \cot C : R$$

weil nämlich $\angle EDC = \text{compl} \angle EDA = \text{compl} \angle C$. Daher ist

$$HI : ED :: \cot C : \sin BC.$$

§. 16.

Lehrsatz.

Es bleiben wie vorher zwei Seiten, so verhalten sich die Veränderungen ihrer Gegenwinkel gerade wie die Tangenten dieser Winkel.

Denn in einem kugelichten Dreiecke ABC mögen AB und AC bleiben. Es verwandeln sich aber $\angle B$ in $\angle B'$, $\angle C$ in $\angle C'$. So ist (Einleit. Seite LII.)

$$\sin AC : \sin AB :: \sin B : \sin C$$

$$\sin AC : \sin AB :: \sin B' : \sin C'$$

also

$$\sin B' : \sin B :: \sin C' : \sin C$$

daher $(\sin B' - \sin B) : (\sin C' - \sin C) :: \sin B : \sin C$

oder (§. 8. Anm.)

$$\frac{(B' - B)\cos B}{R} : \frac{(C' - C)\cos C}{R} :: \sin B : \sin C$$

oder

oder

$$(B'-B) : (C'-C) :: \frac{R \times \sin B}{\cos B} : \frac{R \times \sin C}{\cos C}$$

$$(B'-B) : (C'-C) :: \tan B : \tan C$$

§. 17.

Lehrsatz.

Wenn in einem kugelichten Dreiecke zwei Winkel unverändert bleiben, so verhält sich die Veränderung der Zwischenseite, zur Veränderung einer der übrigen Seiten, wie das Produkt aus dem Sinus des dritten Winkels und dem Sinustotus zum Produkte aus dem Sinus des Gegenwinkels der zweiten veränderlichen Seite und dem Kosinus der dritten Seite.

Dieser Satz und die drei folgenden fließen aus den vier vorhergehenden, vermöge der Polar-Dreiecke.

§. 18.

Lehrsatz.

Gesetzt, es bleiben wie vorher zwei Winkel unverändert, so verhält sich die Veränderung der Zwischenseite zur Veränderung ihres Gegenwinkels, wie die Kosekante einer der übrigen Seiten zum Sinus des daran liegenden gegebenen Winkels.

§. 19.

Lehrsatz.

Es bleiben, wie vorher, zwei Winkel unverändert, so verhält sich die Veränderung

einer der Gegenseiten zur Veränderung des dritten Winkels, wie die Kotangente der anderen Gegenseite zum Sinus des dritten Winkels.

§. 20.

Lehrsatz.

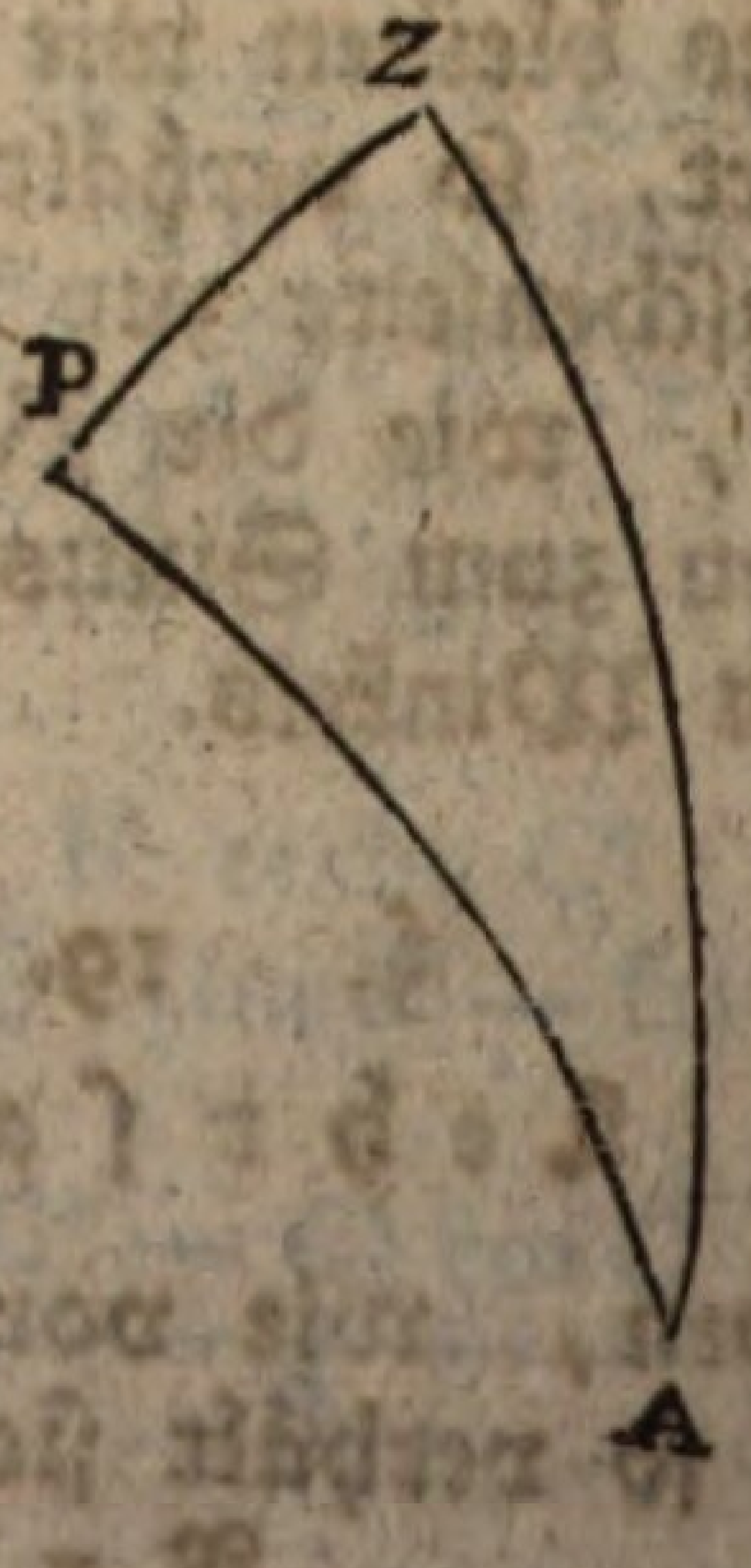
Es bleiben, wie vorher, zwei Winkel unverändert, so verhalten sich die Veränderungen ihrer Gegenseiten gerade wie die Tangenten dieser Seiten.

Anmerkung. Wir wollen jetzt durch einige Aufgaben den Nutzen der vorhergehenden Lehrsätze zeigen.

§. 21.

Aufgabe.

Aus dem Irrthume in der Standhöhe eines Sterns, soll der daraus entstehende Irrthum in der Zeit bestimmet werden; vorausgesetzet, daß die Abweichung und die Polhöhe gegeben sind.



In

In der ausübenden Sternkunde kommt oft der Fall vor, daß man die Stunde des Tages oder der Nacht durch die Standhöhe eines Sternes erforschen muß. Gesetzt nun es geschehe ein kleiner Irrthum in der beobachteten Höhe; so fragt sichs, was für ein Irrthum in der Zeit dadurch entstehen kann. Es sei demnach PZ ein Stück des Mittagskreises, P der Pol, Z der Scheitelpunkt des Ortes wo man ist, ZA der Scheitelkreis der durch den Stern A gehet, PA der Aufsteigungskreis oder Stundenkreis, der durch denselbigen Stern gehet.

PZ ist das Komplement der Polhöhe, PA das Komplement der Abweichung des Sterns A, ZA das Komplement seiner Standhöhe. Wenn nun die Seiten PZ und PA des Dreiecks ZPA unverändert bleiben, so verhält sich die Veränderung des Winkels ZPA zur Veränderung der Seite ZA, wie die Kosekante des Winkels PZA zum Sinus der Seite PZ (§. 14.), das heißt, wenn wir das Zeichen d für die kleinen Veränderungen gebrauchen:

$$d\,ZPA : d\,ZA :: \text{cosec}\,PZA : \sin PZ$$

daher $d\,ZPA = \dfrac{d\,ZA \times \text{cosec}\,PZA}{\sin PZ}$.

Nun ist $\text{cosec}\,PZA = \dfrac{R^2}{\sin PZA}$ (selbstlernender Geometer, 2ter Theil, Seite 200.)

also ist $d\,ZPA = \dfrac{d\,ZA \times R^2}{\sin PZA \times \sin PZ}$.

Da nun jeder Bruch nach dem selbigen Verhältnisse zunimmt, wie die Faktoren seines Zählers zunehmen, oder die Faktoren seines Nenners abnehmen, so verhalten sich die verschiedenen kleinen Veränderungen die der Winkel ZPA leiden kann, gerade wie die

gleich-

gleichzeitigen Veränderungen der Seite ZA, dabei aber auch umgekehrt, wie der jedesmalige Sinus des Winkels PZA und ebenfalls umgekehrt, wie der jedesmalige Sinus der Seite PZ.

Nun aber verhalten sich die Irrthümer in der Zeit, wie die Veränderungen des Winkels ZPA, und die Irrthümer in den beobachteten Höhen sind nichts anders als die Veränderungen der Seite ZA. Folglich verhalten sich die Irrthümer in der Zeit gerade wie die Irrthümer in den Höhen, umgekehrt wie der jedesmalige Sinus des Winkels PZA, und ebenfalls umgekehrt wie der jedesmalige Kosinus der Polhöhe.

Hieraus folget, wenn die Pohlhöhe gegeben ist, nebst dem Irrthum in der beobachteten Standhöhe, daß alsdann der Irrthum in der Zeit sich umgekehrt verhält wie der Sinus des Winkels PZA. In diesem Falle ändert also die Standhöhe selbst nichts, sondern nur das Azimuth. Am kleinsten wird der Irrthum, wenn der Scheitelkreis des Sterns mit dem Mittagskreise rechte Winkel machet, weil alsdann der Sinus des Winkels PZA am kleinsten, nämlich Null, ist.

Da sich der Irrthum in der Zeit auch umgekehrt verhält wie der Kosinus der Polhöhe, so wird dieser Irrthum um desto kleiner, je größer der Kosinus der Polhöhe wird, dieser Kosinus ist aber für die Bewohner des Aequators am größten, also ist für diese auch der Irrthum in der Zeit am kleinsten, vorausgesetzet, das daß Azimut einerlei sei.

Wenn man beide Umstände zusammennimmt, so findet sich, daß der Irrthum in der Zeit am allerkleinsten ist, wenn die Beobachtung unter dem Aequator geschiehet, und wenn der Stern 90 Grad Azimut hat. In diesem Falle, wenn man zwei Höhen annimmt, die

um

um eine Gradminute verschieden sind, und daraus die Stunden berechnet, findet sichs, daß eine Gradminute Irrthum in der Höhe 4 Zeitsekunden Irrthum in der Zeit giebt.

Wenn nun der Beobachter vom Aequator abgehet, und sich einem oder dem andern Pole nähert, das Azimut aber 90 Grade bleibet, so verändert sich der Irrthum, mit demjenigen unter dem Aequator verglichen, im umgekehrten Verhältnisse des Sinus totus (als Kosinus von 0 Grad) zum Kosinus der jedesmaligen Polhöhe oder der geographischen Breite. Nach diesem Verhältnisse findet man unter dem 45 Grade der geographischen Breite, daß der erwähnte Irrthum von 4 Zeitsekunden schon $5\frac{2}{3}$ beträgt, unter 50 Grad $6\frac{2}{9}$, unter 55 Grad $6\frac{37}{38}$.

Wenn der Stern kein Azimut von 90 Graden hat, so vergrößert sich noch der Irrthum nach den Verhältnissen des Sinus des jedesmaligen Azimuts zum Sinus totus.

Endlich wenn der Irrthum in der Höhe mehr oder weniger als eine Gradminute beträgt, so verändert sich der Irrthum in der Zeit nach demselbigen Verhältnisse wie derjenige in der Höhe.

Durch dergleichen Betrachtungen lernet man, in wie fern man sich auf gewisse Arten der Beobachtung oder vielmehr auf die Folgerungen, die daraus gezogen werden, verlassen kann.

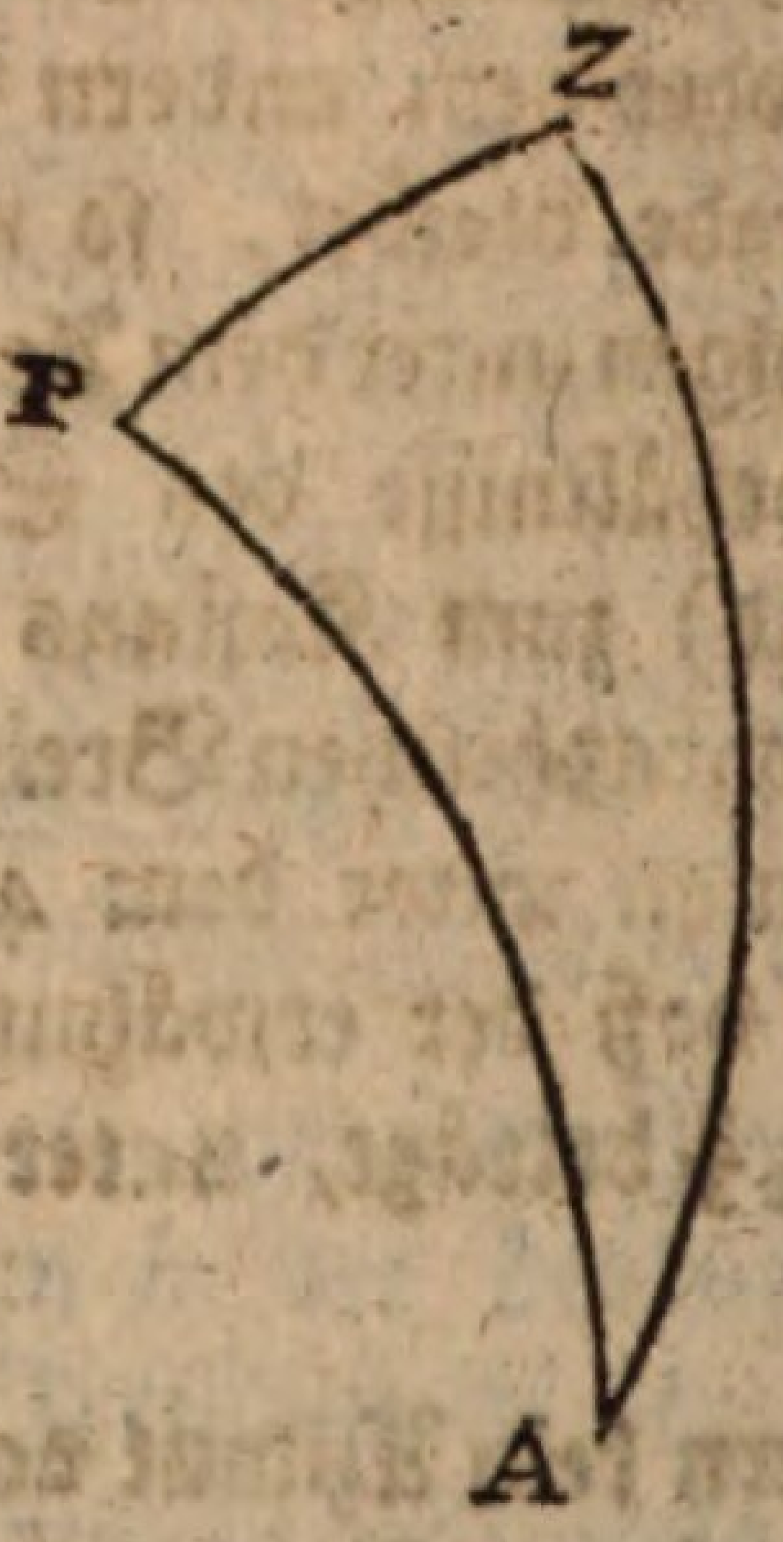
§. 22.

Aufgabe.

Es sei gegeben die Abweichung nebst dem Stundenwinkel, so soll gefunden werden, was für ein Irrthum in der geographischen Breite

aus

aus einer fehlerhaften Beobachtung der Höhe entstehen kann, und welches die vortheilhafteste Höhe ist, um daraus die geographische Breite zu folgern.



Es sei Z der Zenith, P der Pol, A der Ort eines Sterns, so verhält sich die Veränderung von ZP oder der geographischen Breite, zur Veränderung von AZ oder der beobachteten Höhe des Sterns A, wie sich der Sinus totus verhält zum Kosinus des Winkels Z, als des Gegenwinkels der unveränderlichen Seite AP (§. 3.), mit einem Worte

$$\partial ZP : \partial AZ :: R : \cos Z$$

$$\partial ZP = \frac{R \times \partial AZ}{\cos Z}$$

Je größer also der Kosinus des Azimutalwinkels Z ist, desto kleiner wird der Irrthum für ZP oder für die geographische Breite. Im Mittagskreise ist der Winkel Z null, und folglich dessen Kosinus so groß, als er werden kann; folglich sind die mittäglichen Höhen die besten, um daraus die Polhöhe zu schließen.

Je größer der Winkel Z wird, desto kleiner wird sein Kosinus, und desto größer der Irrthum in der geographischen Breite. Wenn $Z = 90^g$; dann ist $\cos Z = 0$, und es scheinet, als wenn in diesem Falle dZP unendlich groß werden sollte. Dieses ist aber nicht. Denn in diesem besondern Falle ist das Dreieck AZP ganz bestimmt, indem außer AP und $\angle P$ noch $\angle Z$ gegeben wird; es kann also hier kein Irrthum in der Höhe angenommen werden, sobald mit ihr zugleich der Winkel P nebst $\angle Z$ und AP gegeben wird.

Beispiel. Gesetzt die Höhe der Sonne um 6 Uhr sei gefunden worden $15^g\ 16'\ 4''$, indem ihre Abweichung $19^g\ 39'\ 10''$ beträgt. Hieraus findet man das Azimut $77^g\ 28'\ 30''$ und die geographische Breite $51^g\ 32'$. Es wird gefragt, welcher Irrthum in der geographischen Breite entstehen kann, falls man um 10 Sekunden in der Höhe gefehlet habe, welches zur See leicht möglich ist?

Hier muß man sagen: Wie sich der Kosinus des Winkels Z ($= 77^g\ 28'\ 30''$) verhält zum Sinus totus, so verhält sich der Irrthum von 10 Minuten zum Irrthum in der geographischen Breite:

$$\begin{aligned} \log \sin \text{tot} &= 10{,}000000 \\ \log 10 &= 1{,}000000 \\ \text{Compl} \log \cos 77^g\ 28'\ 30'' &= \underline{0{,}663809} \\ & \quad 1{,}663809 \end{aligned}$$

Hierzu gehöret $46',111 = 46'7''$.

Was den Gebrauch der Komplemente betrifft, so siehe meine höhere Geometrie im zweiten Theil, Seite 341. Wer damit nicht gern umgehet, kann auch bloß die beiden ersten Logarithmen addiren, und den dritten davon subtrahiren.

Uebrigens siehet man aus diesem Exempel, wie groß der Irrthum in der Polhöhe werden kann, wenn

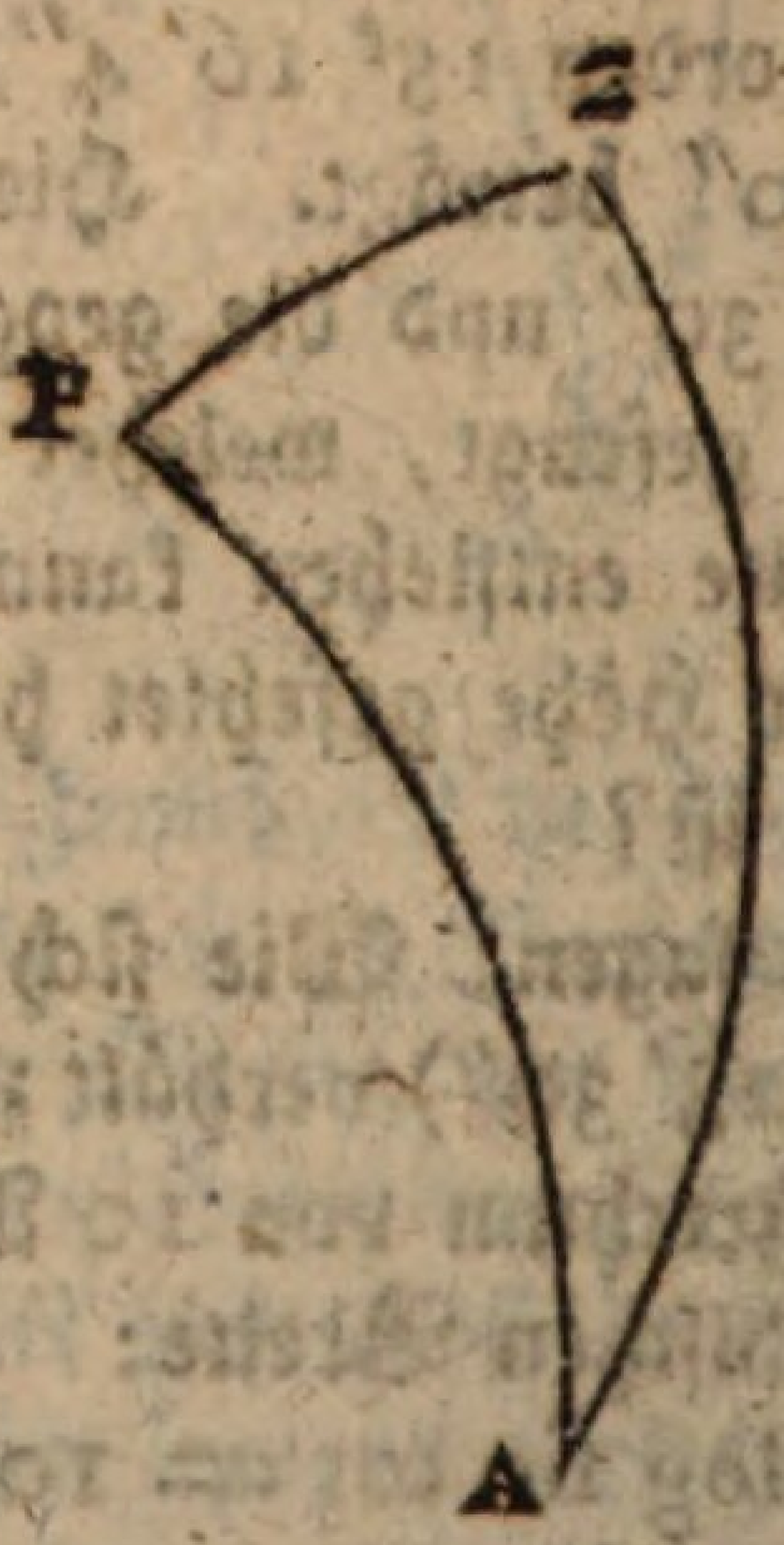
das

das Azimut des Sterns oder der Sonne, dessen Höhe man beobachtet, beträchtlich ist.

§. 23.

Aufgabe.

Es sey gegeben die Höhe eines Sterns und seine Abweichung, so soll der Stundenwinkel gefunden werden, der am vortheilhaftesten ist, sein Azimut zu bestimmen.



Es sey Z der Zenith, P der Pol, A der Ort eines Sterns, so verhält sich nach §. 16. die Tangente des Stundenwinkels P zur Tangente des Azimuts Z, wie die Veränderung des Stundenwinkels zur Veränderung des Azimuts. Es werden also die Sterne, die sich in der Gegend des Kreises von 6 Stunden befinden, wenn alles übrige gleich ist, zur Beobachtung die vortheilhaftesten sein, weil die Tangente des Stundenwinkels alsdann beinahe unendlich groß, folglich die Veränderung des Azimutalwinkels die möglich kleinste ist.

Beispiel.

Beispiel. Gesetzt man habe um 6 Uhr aus der Abweichung der Sonne = 19^g 39 10″ und ihrer Höhe = 13^g 20′ 8″ ihr Azimut = 75^g 25′ 50″ gefunden; welcher Fehler kann im Azimut entstehen, falls man sich um 15′ im Stundenwinkel geirrt hat?

Es verhält sich der Sinus von AZ, oder der Sinus des Komplements der Höhe (76^g 39′ 52″) zum Sinus AP, oder zum Sinus des Komplements der Abweichung (70^g 20′ 50″), wie der Sinus des Stundenwinkels P (90^g 15′ 0″) zum Sinus des Azimutalwinkels Z. (Astron. Einl. S. LIII.)

log sin 70^g 20′ 50″ =	9,9739346
log sin 89^g 45′ 0″ =	9,9999959
	19,9739305
log sin 76^g 39′ 52″ =	9,9881289
log sin 75^g 25′ 44″ =	9,9858016

Man sieht also, daß 15′ Irrthum in Bestimmung des Stundenwinkels nur einen Fehler von 6 Secunden im Azimutalwinkel geben.

Es ist noch aus einem andern Grunde vortheilhaft, die Sterne in der Nähe des Kreises von 6 Stunden zu beobachten, weil der Irrthum, der bei Bestimmung der Standbreite Statt finden kann, auf die Berechnung des Azimuts keinen Einfluß hat, indem, wie man sieht, die Standbreite (das Komplement von ZP) bei dieser Rechnung nicht in Betracht kommt.

§. 24.

Aufgabe.

Wenn die Abweichung eines Sterns und die geographische Breite des Orts gegeben sind, die Höhe des Sterns finden, die die vortheilhafteste ist, den Stundenwinkel zu bestimmen.

Nach §. 14. verhält sich die Veränderung des Stundenwinkels P (siehe die vorige Figur) zur Veränderung der Höhe des Sterns oder der Seite AZ, wie die Kosekante des Azimutalwinkels Z zum Sinus des Complements der Breite oder zum Sinus von PZ. Da

$$\text{cosec}\, Z = \frac{R^2}{\sin Z} \text{ und } \frac{R^2}{\sin Z} : \sin PZ :: R^2 : \sin Z \times \sin PZ,$$

so kann dies Gleichverhältniß auch so ausgedrückt werden: die Veränderung des Stundenwinkels P verhält sich zur Veränderung der Höhe des Sterns oder der Seite AZ, wie das Quadrat des Halbmessers zum Product des Sinus des Azimutalwinkels Z und des Sinus von PZ, mit Einem Worte:

$$\partial P : \partial AZ :: R^2 : \sin Z \times \sin PZ, \text{ also}$$

$$\partial P = \frac{R^2 \times \partial AZ}{\sin Z \times \sin PZ}$$

Hieraus folgt, daß die Veränderung von P um so kleiner ist, je größer sin Z wird. Nun ist der Sinus von 90^g der größte, folglich wird die Veränderung von P am geringsten sein, wenn man die Höhe eines Sterns dann beobachtet, wenn sein Azimut 90^g beträgt, oder wenn er in dem ersten Scheitelkreise, d. h. in dem Scheitelkreise steht, der zum Ost- oder Westpunkte des Horizonts geht.

Unter dem Aequator, wo die Standbreite 0, folglich ZP 90^g beträgt, wird der Fehler in der Zeitbestimmung 4″ ausmachen, wenn man sich in Beobachtung der Höhe in gedachtem Scheitelkreise um eine Minute irrt, weil in diesem Fall die Veränderungen von AZ und P gleich sind. Unter einer Standbreite von 45^g beträgt der Fehler in der Zeitbestimmung bey eben demselben Fehler in der Höhe $5\frac{2}{3}$″, unter einer Standbreite von 50^g, $6\frac{2}{3}$″, und unter einer Standbreite von 55^g, $6\frac{17}{18}$″.

Wenn

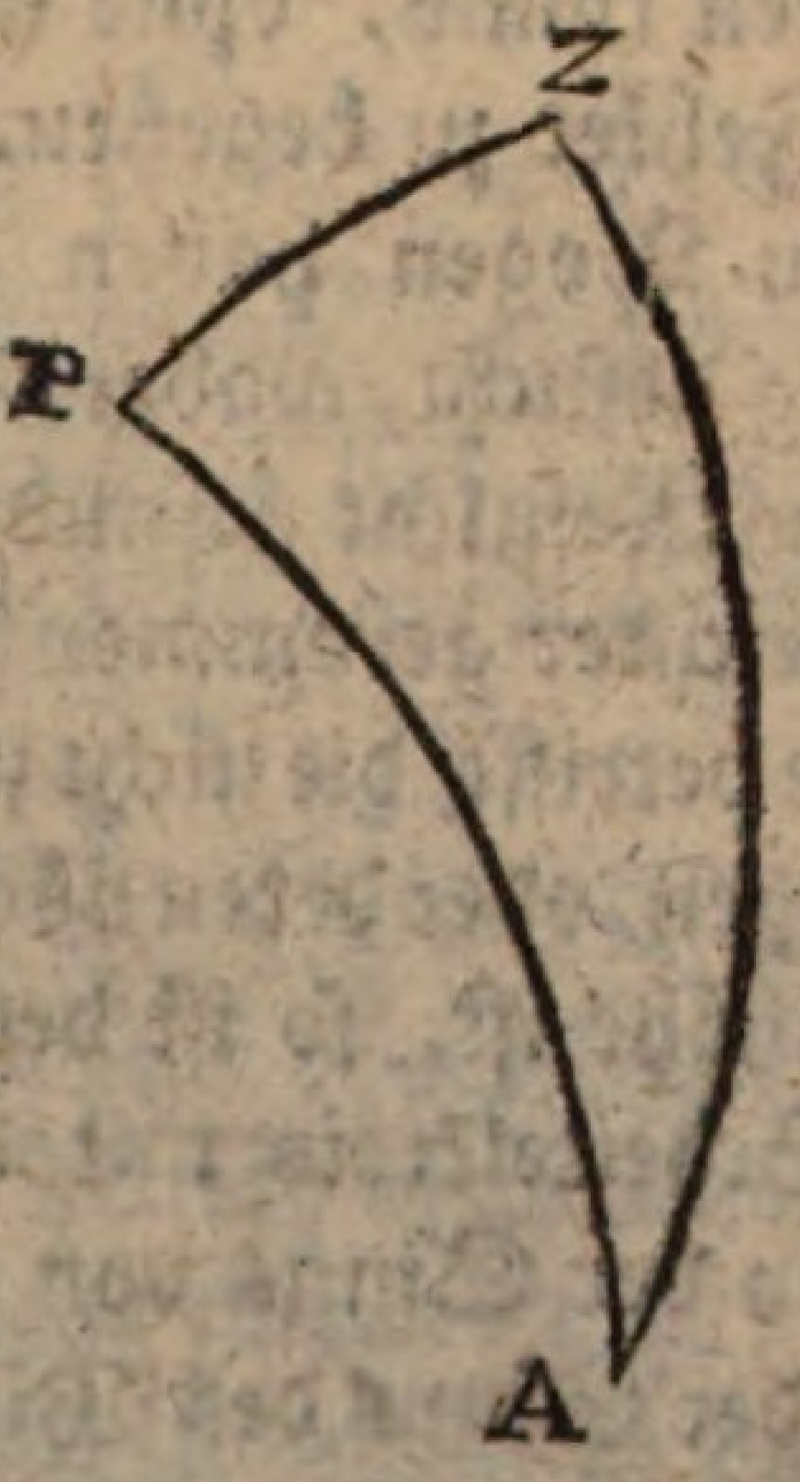
Wenn der Winkel A, den der Aufsteigungskreis AP mit dem Scheitelkreise ZA bildet ein rechter Winkel ist, so wird der geringste Irrthum in Bestimmung des Stundenwinkels dann Statt finden, wenn der Stern in dieser Stellung beobachtet worden ist.

Anmerkung. Der Winkel A wird von einigen Sternkundigen der Positionswinkel genannt. Indessen, da wir dieses Wort schon in einer andern Bedeutung gebrauchet haben (S. 149), so wollen wir ihn bloß durch den Buchstaben A benennen.

§. 25.

Aufgabe.

Es sei die Abweichung eines Sterns und die geographische Breite eines Orts gegeben, so soll die Höhe gefunden werden, welche die vortheilhafteste ist, das Azimut zu bestimmen.



Nach §. 15. verhält sich die Veränderung des Azimutalwinkels Z zur Veränderung der Höhe ZA, wie die Cotangente des Winkels A zum Sinus von ZA, d. h. zum Kosinus der Standhöhe.

Es wird also der geringste Irrthum, der in Bestimmung des Azimuts aus der Höhe eines Sterns folgen kann, dann Statt finden, wenn der Winkel A 90° beträgt. Nun verhält sich in dem Fall, daß A ein rechter Winkel ist, der Kosinus von AP oder der Sinus der Abweichung zum Radius, wie der Kosinus von ZP oder der Sinus der Standbreite, zum Kosinus von ZA, oder zum Sinus der Standhöhe eines Sterns (Einl. S. LI). Man sieht also, wie man für jede Abweichung und Breite das vortheilhafteste ZA berechnen könne.

Verschiedene Astronomen haben durch die Differenzialrechnung die Richtigkeit dieser Analogie gezeigt, indem sie bemerkten, daß es in den Parallelkreisen aller Sterne, die, vermöge der täglichen Bewegung, zwischen dem Zenith und dem Pol durchgehen, vor und nach ihrer Culmination einen kleinen Bogen geben müsse, in welchem sie sich senkrecht gegen den Horizont bewegen, so daß sich alsdann ihr Azimut nicht ändert, und man folglich in der Höhe irren könne, ohne in der Bestimmung des Azimuts einen Fehler zu begehen.

Diesen kleinen Bogen haben sie vermittelst der Differenzialrechnung gesucht, wobei sie auf einem schwierigen Wege eben das Resultat gefunden haben, auf welches wir hier weit leichter gekommen sind.

Was die Sterne betrifft, die nicht zwischen dem Zenith und den Pol durchgehen, oder deren nördliche Abweichung geringer als die Polhöhe ist, so ist der größte Winkel A der, den der erste Scheitelkreis mit dem Abweichungskreise macht. Denn der Sinus von A verhält sich zum Sinus von ZP, wie der Sinus des Winkels Z zum Sinus von AP. Da nun ZP und AP beständige Größen sind, so ist der Sinus des Winkels A der größte, wenn der Winkel Z ein rechter ist. Man muß also den Stern im ersten Scheitelkreise beobachten, wenn der Irrthum im Azimut der unbeträchtlichste sein soll.

Beispiel.

Beispiel. Bei einer nördlichen Breite von 51^g $32'$ und einer nördlichen Abweichung der Sonne von $19^g\,39'\,10''$ hat man ihre Höhe im ersten Scheitelkreise $25^g\,26'20''$ und den Winkel $A = 41^g\,20'27''$ gefunden. Man verlangt den Fehler zu wissen, der aus einem Irrthum von 2 Minuten bei Beobachtung der Höhe folgen wird. Der Kosinus der Höhe verhält sich zur Kotangente des Winkels A, wie der Fehler in der Höhe zum Fehler im Azimut.

$$\begin{aligned} \log \cot 41^g 20' 27'' &= 10{,}0556235 \\ \log 2' &= \underline{0{,}3010300} \\ & 10{,}3566535 \\ \log \cos 25^g 26' 20'' &= 9{,}9557088 \\ \text{log des Fehlers im Azimut} &= 0{,}4009447 \\ &= \log 2{,}5173 \end{aligned}$$

Der Fehler im Azimut beträgt also $2',5173$ oder $2'31''$.

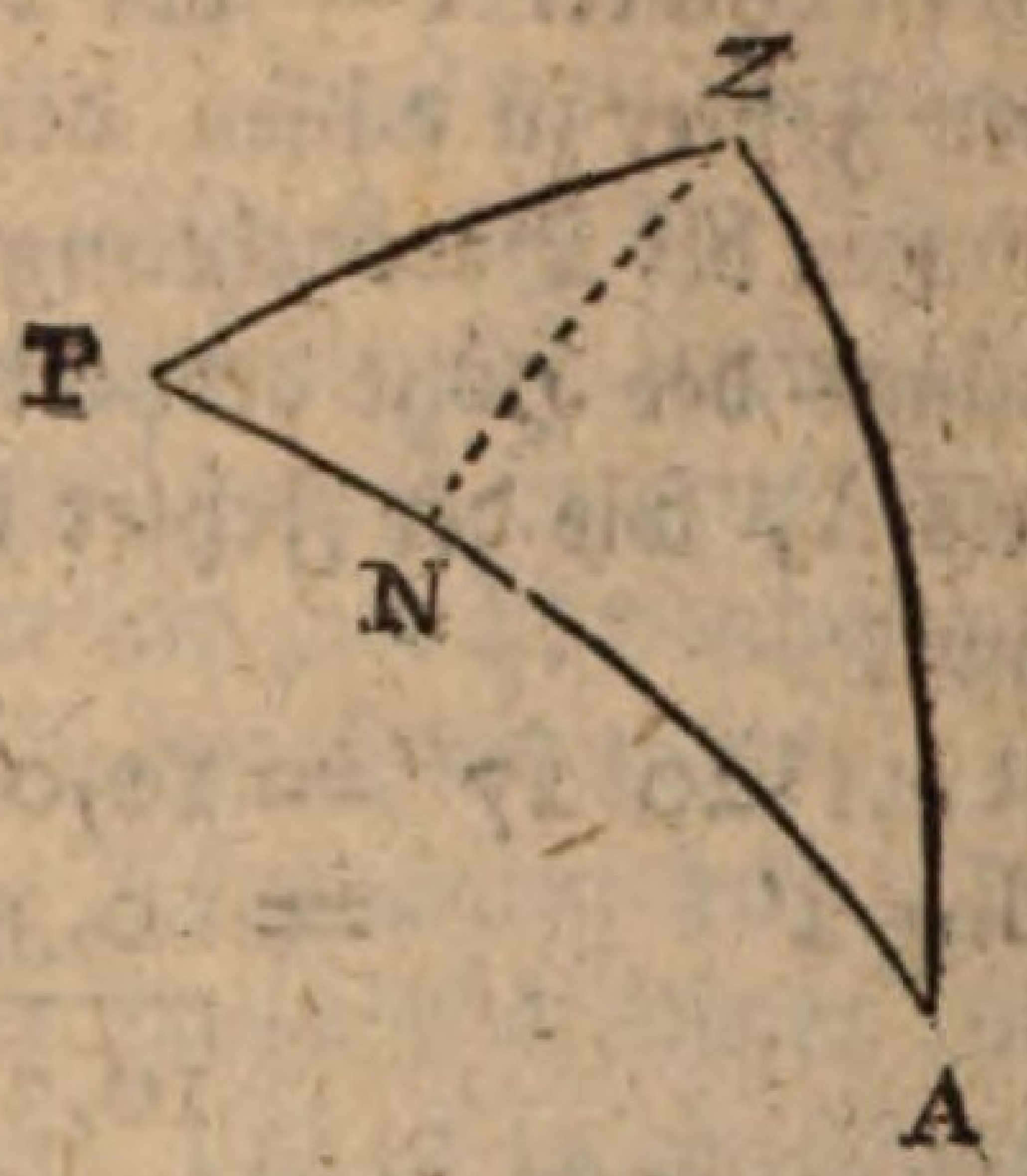
§. 26.

Aufgabe.

Den durch zwei Sonnenhöhen gefundenen Mittag berichtigen, wenn sich die Abweichung der Sonne zwischen beiden Beobachtungen geändert hat.

Es ist schon vorher (H. VIII. §. 5.) gelehret worden, wie man aus zwei gleichen Sonnenhöhen, die man vor und nach Mittag beobachtet hat, den wahren Zeitpunkt des Mittags finden kann. Auch ist gezeiget worden, wie man sich zu verhalten hat, um die Veränderung der Sonnenabweichung in Anschlag zu bringen. Allein die Lehre von der Veränderung der Dreiecke giebt uns Mittel an die Hand, wodurch die verlangte Berichtigung des Mittags sehr erleichtert wird.

Es sei Z der Scheitelpunkt, A die Sonne, P der Pol und ZPA der Stundenwinkel für jede korrespondi-



rende Beobachtung. Nun verhält sich nach §. 15. der Sinus von AP oder der Kosinus der Abweichung, zur Kotangente des Winkels A, wie die Veränderung der Abweichung AP seit Mittag zur Veränderung des Stundenwinkels P, weil die Seiten ZP und ZA unveränderlich sind.

Wenn in unsern Gegenden die Sonne in den aufsteigenden Zeichen ist, d. h. sich unserm Zenith nähert, so gelangt sie Nachmittags später zu der Höhe, in der man sie Vormittag beobachtet, als es geschehen sein würde, wenn sich ihre Abweichung nicht änderte; früher hingegen, wenn sie sich von unserm Zenith entfernt. Die Mitte der Zeit zwischen beiden korrespondirenden Beobachtungen giebt also nicht genau den Mittag, sondern man muß die Veränderung oder Korrekzion addiren, wenn sich die Sonne vom Zenith entfernt, und subtrahiren, wenn sie sich ihm nähert. Wie diese Korrekzion gefunden wird, werden folgende Beispiele lehren.

Erstes Beispiel. Die Sonne hatte im Januar um Mittag 20^{g} 10 20′ südliche Abweichung, und man beobachtete unter einer nördlichen Breite von 50^{g} einer-

lei

lei Höhe Vormittag um 9 Uhr 28′ 17″ und Nachmittag um 2 Uhr 38′ 41″. Man verlangt die Zeit der Uhr in dem Augenblick des Durchgangs durch den Meridian.

Zu	9 St. 28′ 17″
addire man	14 St. 38′ 41″
so hat man	24 St. 6′ 58″

Die halbe Summe, 12 St. 3′ 29″, würde die Zeit der Uhr im Augenblick des Mittags sein, wenn sich die Abweichung der Sonne zwischen beiden Beobachtungen nicht geändert hätte. Man findet aber aus den Ephemeriden, daß sich die Abweichung in diesem Zwischenraum um 2′ 43″, folglich in dem halben Zwischenraum, oder vom Mittage an, nur um 1′ 21½″ oder 81½″ geändert hat. P beträgt 2 St. 15′ 12″ oder $38^g 48'$ in Bogen. Um nun diese Beobachtung zu verbessern, müssen wir in dem Dreieck ZPA erst den Winkel A suchen. Da wir die Seiten ZP, AP und den eingeschlossenen Winkel Z kennen, so legen wir durch Z den Bogen ZN senkrecht auf AP und schließen (Einl. LIII.)

$$R : \cos P :: \tang ZP : \tang PN$$

$$\log \cos P = \log \cos 38^g 48' = 9{,}8917258$$
$$\log \tang ZP = \log \tang 40^g = 9{,}9238135$$
$$19{,}8155393$$
$$\log R = 10{,}0000000$$
$$\log \tang PN = 9{,}8155393 = \log \tang 33^g 10' 56''.$$

$$AP = 90^g + 20^g 10' 20'' = 110^g 10' 20''$$
$$PN = 33\ 10\ 56$$
$$\text{Also } AN = 76^g 59' 24''.$$

Nun ist ferner sin AN : sin NP :: tang P : tang A.

$$\log \sin = NP \log \sin 33^g 10' 56'' = 9,7382283$$
$$\log \tang P = \log \tang 38^g 48' = 9,9052672$$
$$19,6434955$$
$$\log \sin AN = \log \sin 76^g 59' 24'' = 9,9887064$$
$$\log \tang A = 9,6547891 = \log \tang 24^g 18' 21''.$$

Da nun der Winkel A gefunden ist, so schließen wir: der Kosinus der Abweichung 20ᵍ 10′ 20″ verhält sich zur Cotangente des Winkels A = 24ᵍ 18′ 21″, wie die Veränderung der Abweichung 81,5″ zur gesuchten Korrekzion.

$$\log \cot 24^g 18' 21'' = 10,3452077$$
$$\log 81,5'' = 1,9111576$$
$$12,2563653$$
$$\log \cos 20^g 10' 20'' = 9,9725085$$
$$\log 192'', 24 = 2,2838568$$

Die Korrekzion beträgt also 3′ 12¼″ in Bogen, d. h. 12″ 49‴ oder 13″ weniger einige Terzien, die ausser Acht gelassen werden können, in Zeit. Da nun die Sonne sich dem Scheitelpunkte nähert, so muß diese Korrekzion von 12 U. 3′ 29″ subtrahirt werden, welches den Augenblick des Mittags nach der Uhr um 12 U. 3′ 16″ giebt.

Zweites Beispiel. Die erste Beobachtung ist den 22sten September Vormittag um 9 Uhr, und die zweite Nachmittag um 3 Uhr gemacht worden. Die nördliche Standbreite beträgt 43ᵍ 17′ 40″, und die Abweichung der Sonne um Mittag 0ᵍ 2′ 20″ nördlich.

Der Zwischenraum zwischen den Beobachtungen ist hier 6 Stunden, und der halbe Zwischenraum 3 Stunden, welche den Werth von 45ᵍ haben. Wenn die Abweichung der Sonne sich nicht geändert hätte, so würde

würde die Uhr um Mittag 12 gezeigt haben. So aber hat sich die Abweichung in dem halben Zwischenraum von 3 Stunden um 2′ 56″ oder um 176″ geändert. Hier muß nun zuförderst wieder der Winkel A bestimmt werden.

$$\log \cos P = \log \cos 45^g = 9{,}8494850$$
$$\log \tan ZP = \log \tan 46^g 42' 20'' = 10{,}0258677$$
$$19{,}8753527$$
$$\log R = 10{,}0000000$$
$$\log \tan NP = 9{,}8753527 = \log \tan 36^g 53' 18''$$

$$AP = 89^g\ 57'\ 40''$$
$$NP = 36\ \ 53\ \ 18$$
$$AN = 53^g\ \ 4'\ 22''$$

$$\log \sin NP = \log \sin 36^g 53' 18'' = 9{,}7783376$$
$$\log \tan P = \log \tan 45^g = 10{,}0000000$$
$$19{,}7783376$$
$$\log \sin AN = \log \sin 53^g 4' 22'' = 9{,}9027639$$
$$\log \tan A = 9{,}8755737$$
$$= \log \tan 36^g 54' 9''$$
$$\log \cot A = \log \cot 36^g 54' 9'' = 10{,}1244241$$
$$\log 176'' = 1{,}2455127$$
$$11{,}3699368$$
$$\log \cos 2' 20'' = 9{,}9999999$$
$$\log 234'', 39 = 1{,}3699369$$

und $234'', 39 = 3' 54\frac{1}{3}''$ in Bogen oder 15″ 37‴ in Zeit, welche zu 12 St. addirt werden müssen, da sich die Sonne vom Zenith entfernt.

§. 27.

Aufgabe.

Die Winkel A in der vorigen Figur durch Beobachtung finden.

 Man

Man beobachtet die Zeit, welche verfließt, während daß die Sonne um ihren ganzen Durchmesser steigt, so verhält sich nach §. 14. (vergleiche §. 24.) die Zwischenzeit, d. h. die Veränderung des Stundenwinkels P, zum Durchmesser der Sonne, d. h. zur Veränderung der Seite ZA, wie das Quadrat des Halbmessers zum Produkt des Sinus von AP und Sinus des Winkels A, oder

$\partial P : \partial ZA :: R^2 : \sin AP \times \sin A$. Es ist also

$$\sin AP \times \sin A = \frac{R^2 \times \partial ZA}{\partial P}, \text{ folglich}$$

$$\sin AP \times \partial P = \frac{R^2 \times \partial ZA}{\sin A}, \text{ welches folgende}$$

Proporzion giebt:

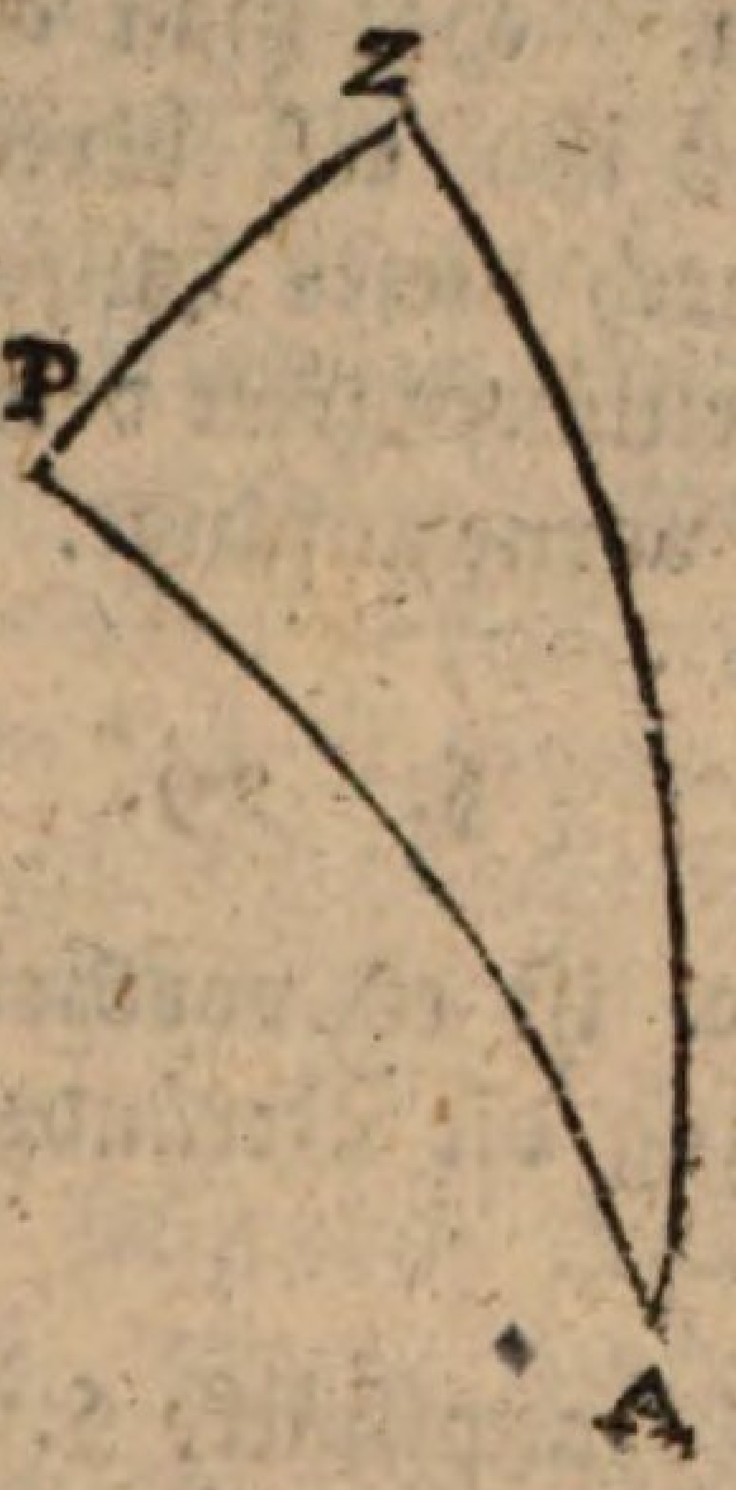
$\partial P \times \sin AP : R^2 :: \partial ZA : \sin A$, d. h. so wie sich das Produkt des Kosinus der Abweichung in die beobachtete Zeit (in Gradtheile verwandelt), zum Quadrat des Halbmessers verhält, so verhält sich der Durchmesser der Sonne zum Sinus des Winkels A. Diese Methode setzt weder die Polhöhe, noch die Stunde der Beobachtung, noch selbst die Höhe der Sonne voraus.

§. 28.

Es läßt sich die Lehre von der Veränderung der Dreiecke noch auf mehrere Fälle anwenden. Sie alle auszuführen und durch Beispiele zu erläutern, wäre zu umständlich. Ich will nur bloß noch einen Fall berühren.

Im XIIIten Hauptstücke §. 11. wurde diese Aufgabe aufgelöset: Aus der Polhöhe (oder deren Ergänzung PZ), aus der Abweichung der Sonne (oder deren Ergänzung AP), und aus der Höhe der Sonne (oder

deren



deren Ergänzung ZA) den Stundenwinkel P und folglich die Stunde des Tages zu finden. Dort wurde gezeiget, wie aus den drei gegebenen Seiten des Dreiecks AZP der Winkel P berechnet wird. Indessen konnte anfänglich die Abweichung der Sonne nicht anders angenommen werden, als sie am Mittage des Tages der Beobachtung ist. Nachdem die Stunde der Beobachtung gefunden worden, so wurde daraus die angenommene Abweichung verbessert, und mit dieser verbesserten Abweichung, wurde die Rechnung von vorne wieder angefangen. Statt dieses Verfahrens kann man aber den Lehrsatz des 15 Paragraphs im jetzigen Hauptstücke gebrauchen, und also schließen: wenn ZP und ZA unverändert bleiben, so ist

$$\partial P : \partial PA :: \cot A : \sin PA$$

oder $\sin PA : \cot A :: \partial PA : \partial P$.

PA wird in dieser Proporzion so gebrauchet, wie diese Größe anfänglich angenommen wurde.

Wenn nun der Winkel A schon etwa zu einem andern Behufe berechnet ist, so läßt sich diese Proporzion ganz bequem gebrauchen, um die Berichtigung des Winkels P und folglich der Ta-

gesstunde zu finden. Hat man aber nicht den Winkel A, und man muß ihn erst berechnen, so gewinnet man nicht viel durch dieses Hülfsmittel, und es wird nicht viel mehr Weitläuftigkeit verursachen, wenn man die Rechnung von vorne anfängt.

§. 29.

Nicht allemal ist es vortheilhaft, statt der wiederholten Rechnung die Veränderung der Dreiecke zu gebrauchen.

Im XIIIten Hauptstücke §. 8 und 9. Seite 117. u. f. wurde gezeiget, wie aus der Abweichung AC der Sonne, aus dem Winkel B, als der Höhe des Gleichers oder der Ergänzung der Polhöhe, und dem rechten Winkel A der Unterschied AB der geraden und schiefen Aufsteigung und daraus der Aufgang der Sonne berechnet wird. Hierbei wurde ebenfalls die mittägliche Abweichung der Sonne in der Rechnung gebrauchet. Nachdem nun daraus die ohngefähre Zeit des Aufgangs gefunden, und dadurch die Abweichung berichtiget worden, wurde gelehret, man müsse mit der verbesserten Abweichung die Rechnung von vorne anfangen, um den Unterschied beider Aufsteigungen und dadurch den Aufgang genauer zu bekommen. Wollte man die Veränderung der Dreiecke gebrauchen, so müßte man sagen (§. 17.)

$$dAB : dAC :: \sin C \times R : \sin B \times \cos BC$$

oder vielmehr umgekehrt

$$\sin B \times \cos BC : \sin C \times R :: dAC : dAB.$$

Der Gebrauch dieser Formel setzet voraus, daß man schon die Aufgangsweite CB und auch den Winkel C berechnet habe; aber auch wenn dieses geschehen ist, so ist die letzte Proporzion nicht so bequem, als diese andere

$$\text{tang } B : R :: \text{tang } AC : \sin AB$$

wo-

wodurch gerades Weges das verbesserte AB gefunden wird, wenn man das verbesserte AC gebrauchet.

Wenn also eine trigonometrische Rechnung nur mit einer ohngefähr gegebenen Größe gemacht worden, und wenn es darauf ankömmt solche zu berichtigen, so wird es den Einsichten des Rechners überlassen, ob er es für vortheilhafter hält die Veränderungen der Dreiecke zu gebrauchen, oder nicht.

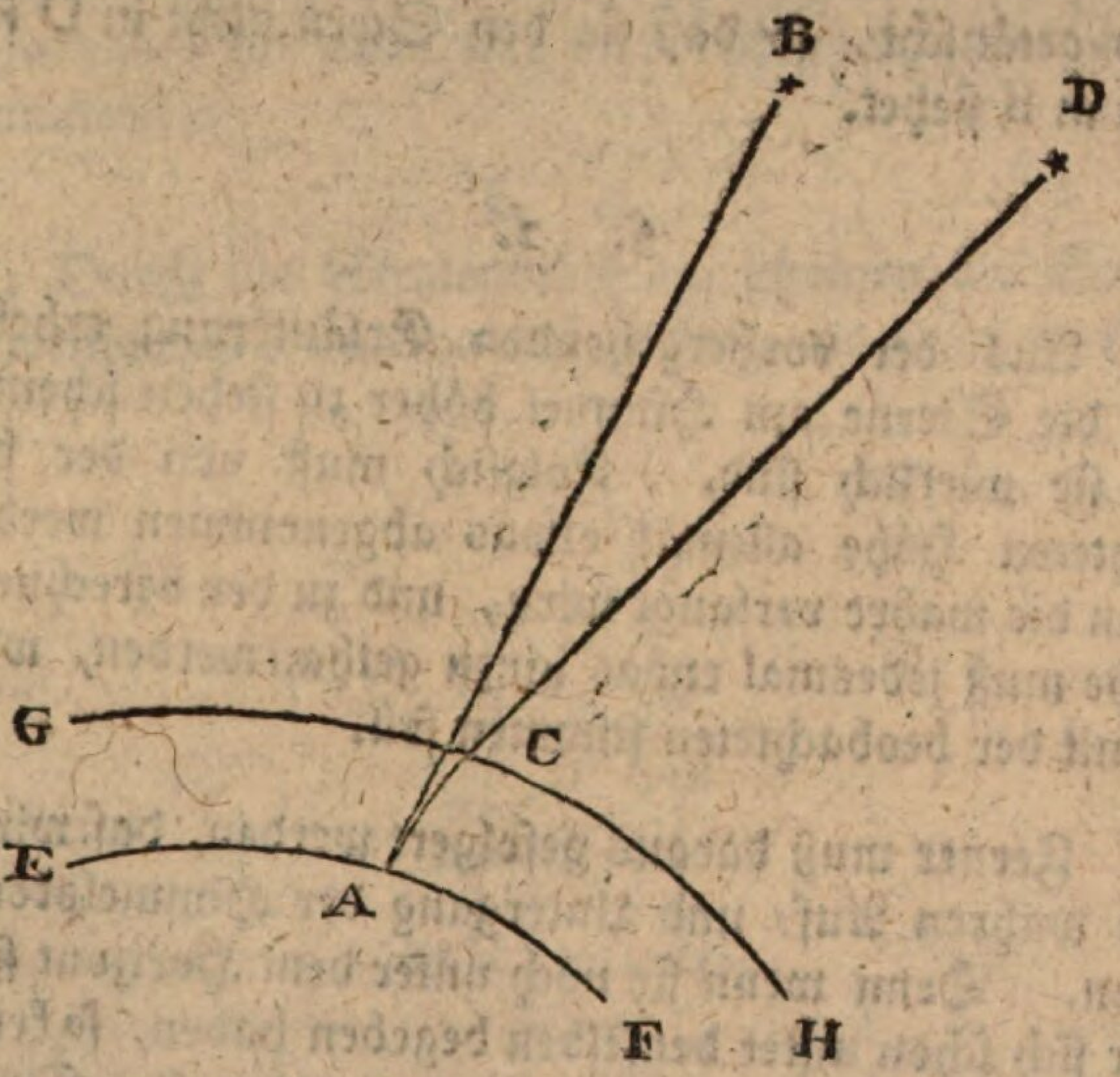
Am Ende des folgenden XIXten Hauptstücks wollen wir noch zeigen, wie die Veränderung der Dreiecke auf die Wirkung der Stralenbrechung und der Parallaxe angewandt werden kann.

Neunzehntes Hauptstück.

Von der Stralenbrechung und der Parallaxe.

§. 1.

Es ist aus der Dioptrik bekannt, daß die Lichtstralen, wenn sie aus einem undichteren Mittel in ein dichteres übergehen, nicht in ihrer geraden Richtung fortlaufen, sondern daß sie sich brechen, und nach der Brechung mit der senkrechten Linie einen kleineren Winkel machen als vor derselben. Wenn die Schichten des dichteren Mittels, so wie die Entfernung vom undichteren zunimmt, immer dichter und dichter werden, so muß natürlicherweise der erwähnte Winkel immer kleiner werden, das heißt, der gebrochene Lichtstral muß sich je mehr und mehr der senkrechten Linie nähern. Er bildet also eine krumme Linie, welche von der Seite betrachtet, wo beide Mittel an einander grenzen konvex ist, von der andern Seite aber konkav.



Es sei demnach EAF ein Theil der Erdfläche, EF HG ein Theil des Dunstkreises, welcher unten bei EF viel dichter ist als oben bei GH. Es sei D ein Stern, DC ein Lichtstral desselben, so läuft dieser Stral bis C in gerader Richtung, weil er sich in einem Raume befindet, welcher nach der Meinung einiger Gelehrten, ganz leer ist, nach der Meinung anderer aber mit Himmelsluft angefüllet ist, welche von einförmiger Dichtigkeit, und viel undichter ist als der Dunstkreis.

Im Dunstkreise krümmet sich dieser Stral, bis daß er die Erdfläche in A erreichet. Zuletzt hat er bei A eine Richtung, als wenn er aus B längs der geraden Linie BA gekommen wäre. Wenn sich also ein Zuschauer in A befindet, so empfängt sein Auge vom Stern D so viel Lichtstralen als die Pupille fassen kann, welche alle zuletzt in der Richtung BA einfallen, und die Seele wird

wird getäuscht, so daß sie den Stern nicht in D sondern in B siehet.

§. 2.

Aus der vorhergehenden Erläuterung erhellet, daß die Sterne am Himmel höher zu stehen scheinen, als sie wirklich sind. Folglich muß von der beobachteten Höhe allemal etwas abgenommen werden, wenn die wahre verlangt wird, und zu der berechneten Höhe muß jedesmal etwas hinzu gethan werden, wenn sie mit der beobachteten stimmen soll.

Ferner muß daraus gefolgert werden, daß wir nie den wahren Auf- und Untergang der Himmelskörper sehen. Denn wenn sie noch unter dem Horizont sind, oder sich schon unter denselben begeben haben, so krümmen sich die von ihnen ausgehenden und auf den Dunstkreis fallenden Stralen, dergestalt, daß die leuchtenden Körper auch in einer kleinen Vertiefung unter dem Horizonte sichtbar sind. Sie scheinen also früher auf- und später unterzugehen, als wirklich in Betracht des Horizonts geschiehet. Auch folget daraus, daß zwei Himmelskörper die 180° und etwas darüber von einander entfernet stehen, mittelst der Stralenbrechung zugleich gesehen werden können, welches sonst unmöglich wäre.

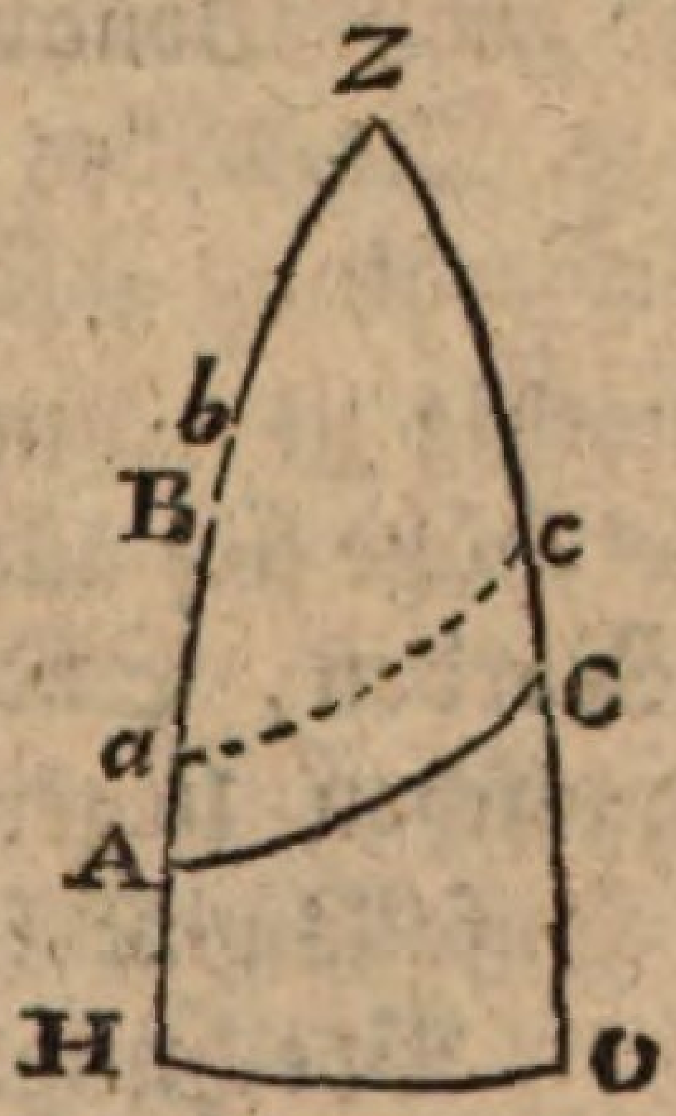
§. 3.

Die Dioptrik lehret, daß die aus einem Mittel ins andre übergehenden Strahlen um desto weniger von ihrem geraden Wege abweichen, jemehr ihre Richtung sich der senkrechten nähert. Hieraus folget, daß die Wirkung der Stralenbrechung desto geringer ist, je höher die Sterne am Himmel stehen. Am größten ist die Stralen-

Stralenbrechung am Horizonte, hingegen im Zenith ist sie ganz und gar null, und in der Nähe des Zeniths ist sie unmerklich.

§. 4.

Durch die Stralenbrechung scheinen die Sterne ein wenig näher an einander zu sein, als sie es wirklich



sind. Es sei HO der Horizont, Z der Zenith, A und B zwei Sterne in einem und demselbigen Vertikal-Kreise, so erscheinet, vermöge der Stralenbrechung A in a und B in b. Nun ist

$$
\begin{aligned}
& aB = aB \\
& aA > bB \\
\text{folglich}\quad & aA + aB > aB + bB \\
\text{oder}\quad & AB > ab
\end{aligned}
$$

Es seien ferner A und C zwei Sterne in zwei verschiedenen Scheitelkreisen HZ und OZ, so erscheinet A in a und C in c. Da nun der Raum zwischen beiden Scheitelkreisen desto enger wird, je näher man dem Zenith kommt, so ist ac kleiner als AC.

§. 5.

Die Erfahrung lehret, daß die Luft in einigen Weltgegenden, hauptsächlich nach den Polen hin,

dichter ist als in andern Gegenden. Folglich muß daselbst die Stralenbrechung beträchtlicher sein. Indessen ist der Unterschied nicht groß, und man kann annehmen, daß sie für eine ganze Strecke der Erde, zum Beispiel für unsere ganze gemäßigte Zone einerlei ist.

Auch zu allen Zeiten ist an einem und demselbigen Orte die Stralenbrechung beinahe unverändert. Jedoch wenn eine sehr große Genauigkeit erforderlich ist, muß der jedesmalige Stand des Barometers und des Termometers in Betrachtung gezogen werden.

Es ist kaum nöthig zu erinnern, daß die Stralenbrechung für einerlei Höhe sich allemal gleich bleibet, es mag der Stern in Norden, Süden, Osten, Westen, oder in einer dazwischen liegenden Himmelsgegend stehen; denn der Einfallswinkel ist allerseits der nämliche, folglich auch die Brechung.

§. 6.

Aufgabe.

Die Quantität der Stralenbrechung für jede Höhe zu bestimmen.

Man wähle einen Stern, welcher nicht weit vom Zenith entfernet sei, und für welchen die Stralenbrechung folglich für null zu achten ist. Man beobachte dessen mittägliche Höhe (H. XII. §. 4.). Daraus, und aus der bekannten Höhe des Aequators folgere man die Abweichung desselben (H. XII. §. 6. Zus. III.). Man verfolge den Stern mit einem Azimutal Quadranten oder einem parallatischen Instrumente, oder sonst einem bequemen Werkzeuge, und bemerke an einer richtigen Sekunden-Uhr die Zeitpunkte, in welchen seine Höhe sich jedesmal um 1 Grad verändert. Mittelst dieser Zeitpunkte nebst der Polhöhe, der geraden

raden Aufsteigung und der Abweichung des Sterns lassen sich die wirklichen Höhen für die nämlichen Zeitpunkte berechnen (H. XIV. §. 5. Zus. 1). Wenn nun von den beobachteten Höhen die wirklichen abgezogen werden, so bleiben die Quantitäten der Stralenbrechung für jeden scheinbaren Grad der Höhe.

Bei dieser Methode wird die Polhöhe als bekannt angenommen; diese aber erforschet man durch die Beobachtung der Höhen (H. XII. §. 6.), wobei es nöthig ist, die Stralenbrechung mit in Anschlag zu nehmen. Also scheinet die Bestimmung der Stralenbrechung schon die Kenntniß der Quantität derselben vorauszusetzen, welches ein unverzeihlicher Fehler in einer mathematischen Wissenschaft wäre. Allein man kann fürs erste die Pohlhöhe so annehmen, wie sie der Schein giebt, ohne auf die Stralenbrechung zu achten. Mit Hülfe dieser angenommenen Polhöhe berechnet man nun die Stralenbrechung, wie vorgeschrieben worden. Die gefundene Stralenbrechung wendet man nun auf die Polhöhe an, korrigiret dieselbe dadurch, und fängt die Rechnung der Stralenbrechung von vorne an, wodurch man sie genauer erhält. Diese Verbesserung der Polhöhe und der Stralenbrechung kann man wiederholen, so oft man es für gut befindet. Allein die zweite Rechnung wird schon, mehr als nöthig ist, genau sein, weil die Quantitäten der Stralenbrechung nur klein sind.

Weil die Stralenbrechung in einer Höhe von mehr als 50 Graden äußerst klein wird, und folglich äußerst schwer zu bestimmen ist, so suche man von dieser Höhe an bis zum Zenith nur wenige durch vielfältige Beobachtungen bestimmte Höhen mit den wahren zu vergleichen; das übrige suche man durch Einschalten (H. XVII.), indem man im Zenith selbst die Stralenbrechung = 0 setzet. Man kann auch für die beträcht-

lichen Höhen zu physikalischen Hypothesen seine Zuflucht nehmen. Zum Beispiel man nehme an, daß derjenige Theil der Atmosphäre, welcher noch Dichtigkeit genug hat, um auf die Stralenbrechung einen merklichen Einfluß zu haben 10 oder 15 deutsche Meilen hoch sei; diese theile man in einige Schichten, etwa 5, wovon die unteren dichter sind als die oberen; nun versuche man die Dichtigkeiten dieser Schichten so zu bestimmen, daß nach dioptrischen Rechnungen, die für die geringeren Höhen durch Beobachtung gefundenen Stralenbrechungen herauskommen. Dann berechne man die noch fehlenden Stralenbrechungen für größere Höhen in der Voraussetzung derselbigen Dichtigkeit, so läßt sich vermuthen, daß sie nicht viel von der Wahrheit abweichen werden. Durch dergleichen Beobachtungen, Berechnungen und Versuche, haben verschiedene Astronomen Refrakzions-Tabellen gegeben. Hier ist z. B. die Bradleysche.

Scheinbare Höhe.	Stralenbrechung.	Scheinbare Höhe.	Stralenbrechung.	Scheinbare Höhe.	Stralenbrechung.
$0^g\ 0'$	$33'\ 0''$	$5^g\ 0'$	$9'\ 54''$	15^g	$3'\ 31''$
$0^g\ 15'$	$30'\ 36''$	$5^g\ 30'$	$9'\ 8''$	20^g	$2'\ 35''$
$0^g\ 30'$	$28'\ 22''$	$6^g\ 0'$	$8'\ 28''$	25	$2'\ 2''$
$0^g\ 45'$	$26'\ 20''$	$6^g\ 30'$	$7'\ 52''$	30^g	$1'\ 38''$
$1^g\ 0'$	$24'\ 28''$	$7^g\ 0'$	$7'\ 20''$	40^g	$1'\ 21''$
$1^g\ 30'$	$21'\ 15''$	$8^g\ 0'$	$6'\ 29''$	45^g	$1'\ 8''$
$2^g\ 0'$	$18'\ 35''$	$9^g\ 0'$	$5'\ 48''$	50^g	$0'\ 48''$
$2^g\ 30'$	$16'\ 24''$	$10^g\ 0'$	$5'\ 15''$	60^g	$0'\ 33''$
$3^g\ 0'$	$14'\ 36''$	$11^g\ 0'$	$4'\ 47''$	70^g	$0'\ 21''$
$3^g\ 30'$	$13'\ 6''$	$12^g\ 0'$	$4'\ 23''$	80^g	$0'\ 10''$
$4^g\ 0'$	$11'\ 51''$	$13^g\ 0'$	$4'\ 3''$	90^g	$0'\ 0''$
$4^g\ 30'$	$10'\ 48''$	$14^g\ 0'$	$3'\ 45''$		

Die in dieser Tabelle fehlenden Höhen, können entweder durch bloße Proportionaltheile, oder durch ein

künst-

künstlicheres Einschalten (Hauptstück XVII.) ersetzet werden.

Die angeführte Tabelle, soll eigentlich nur gelten für einen solchen Zustand der Luft, wo das Barometer 28 Pariser Zoll und das Reaumürsche Thermometer 10 Grad über dem Gefrierpunkt zeiget. **Mayer** hat, ebenasfalls durch Erfahrungen und Hypothesen, nachfolgende Tabelle hinzugethan, welche solche Zahlen enthält mit denen man die Stralenbrechungen der vorhergehenden Tabelle für die verschiedenen Höhen des Barometers und des Thermometers multipliziren soll.

Die oberste Reihe enthält die verschiedenen Höhen des Barometers in Pariser Zollen und Linien, die Säule linker Hand enthält die Grade des Reaumürschen Thermometers; die übrigen Zahlen der Tabelle sind die gemeldeten Faktoren in ganzen Zahlen und Dezimalbrüchen.

	27 Z. 4 L.	27 Z. 8 L.	28 Z. 0 L.	28 Z. 4 L.	28 Z. 8 L.
25°	0,90	0,91	0,92	0,93	0,95
20°	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97
15°	0,95	0,96	0,97	0,98	1,00
10°	0,97	0,99	1,00	1,01	1,03
5°	1,00	1,02	1,03	1,04	1,06
0°	1,03	1,04	1,06	1,07	1,08
— 5°	1,06	1,07	1,09	1,10	1,11
—10°	1,09	1,10	1,12	1,13	1,15

Ein Exempel wird den Gebrauch dieser Tabelle erläutern. Es sei die Höhe eines Sterns beobachtet worden 23° 48′ 17″ bei einer Barometerhöhe von

 27 Zoll

27 Zoll 10 Linien und einem Thermometerstande von 7 Grad unter den Gefrierpunkte.

Da hier Kleinigkeiten ganz unerhebliche Unterschiede verursachen, so suche ich durch die Proporzionaltheile die mittlern Stralenbrechung für 24^g statt 23^g 48′ 17″. Nemlich ich finde in der ersten Tabelle, daß von 20^g bis 25^g die Stralenbrechung um 33″ abnimmt, und sage in 5 Graden nimmt die Brechung ab um 33″, wie viel in 4 Graden? Die Regel Detri giebt 26″. Diese abgezogen von 2′ 35″ als der Brechung für 20, geben 2′ 9″ zur mittlern Brechung für eine Höhe von ohngefähr 24^g. Was die Korrekzion durch die 2te Tabelle betrift, so fällt der gegebene Zustand der Luft zwischen 27 Zoll 8 Linien Barometerhöhe nebst — 5 Grad des Thermometers, und 28 Zoll Barometerhöhe nebst — 10 Grad des Thermometers, also fällt der verlangte Faktor zwischen 1,07 und 1,12. Wenn man die mittlere Brechung 2′ 9″ oder 129″ mit 1,07 und auch mit 1,12 multipliziret, so kommen 2′ 18″ und 2′ 24″, man kann hier das Mittel nehmen, also 2′ 21″, welches demnach die für den jetzigen Zustand der Atmosphäre erforderliche Korrekzion ist. Die beobachtete Höhe war 23^g 48′ 17″, davon abgezogen 2′21″, so bleibet die wahre Höhe = 23^g 45′ 56″. Man könnte bei der Korrekzionstabelle noch genauer interpoliren, nämlich man müßte in den Säulen unter 27 Zoll 8 L. und 28 Zoll zwischen 1,07 und 1,10 desgleichen zwischen 1,09 und 1,12 die zu — 7 Grad des Thermoters gehörigen Zahlen durch Proporzionaltheile einschalten; ferner zwischen den beiden gefundenen Zahlen müßte man eine dritte einschalten, für 27 10 Linien; diese wäre der wahre Faktor; allein da diese ganze Bestimmung der Stralenbrechung nicht die allergrößte Schärfe zuläßt, so kann man sich mit dem erklärten Verfahren begnügen;

sogar haben sich die Astronomen lange Zeit begnüget und begnügen sich zum Theil noch mit der mittlern Stralenbrechung ohne auf den Stand des Barometers und des Thermometers Rücksicht zu nehmen. Ich sagte, daß die Stralenbrechung nicht ganz genau bestimmet ist; denn es ist zu vermuthen, daß nicht nur die Höhe des Barometers und Thermometers, sondern auch die mehrere oder mindere Durchsichtigkeit der Luft und vielleicht noch andere Umstände in Anschlag kommen müssen.

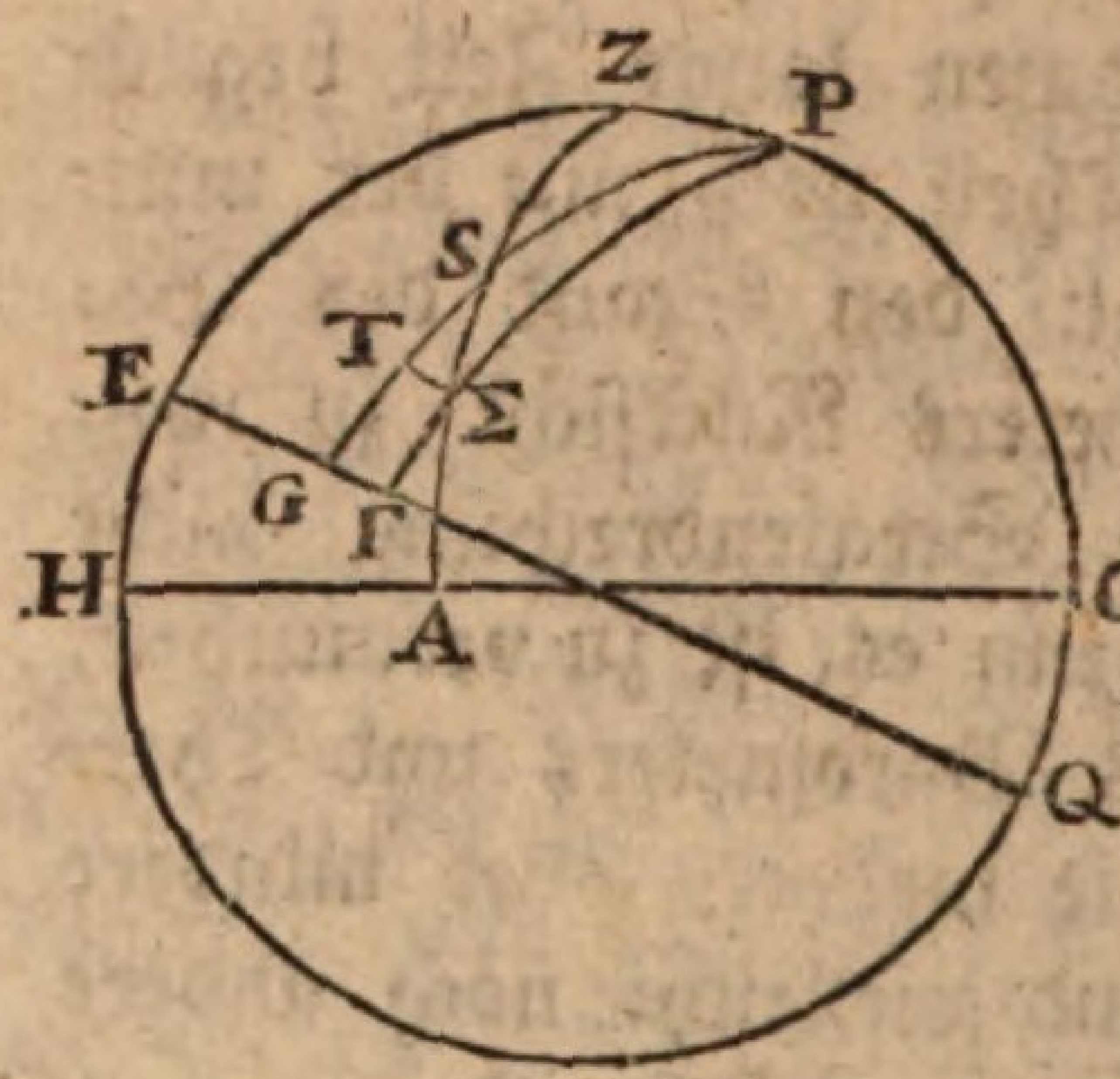
Wir haben bisher gesehen, wie aus der scheinbaren Höhe die wahre gefunden wird; nun muß noch gezeiget werden, wie aus der wahren die scheinbare zu folgern ist. Eigentlich müste für die wahren Höhen eine besondere Brechungstabelle gemacht werden; allein dieses wäre ganz überflüßig; man kann die Stralenbrechung in einer gegebenen wahren Höhe ohne Gefahr so annehmen, wie sie in einer gleichen scheinbaren Höhe sein würde; der Unterschied ist ganz unmerklich. Die Rechnung wird demnach ganz wie vorher gemacht, nur daß man die herausgebrachte Stralenbrechung nicht subtrahiren, sondern addiren muß.

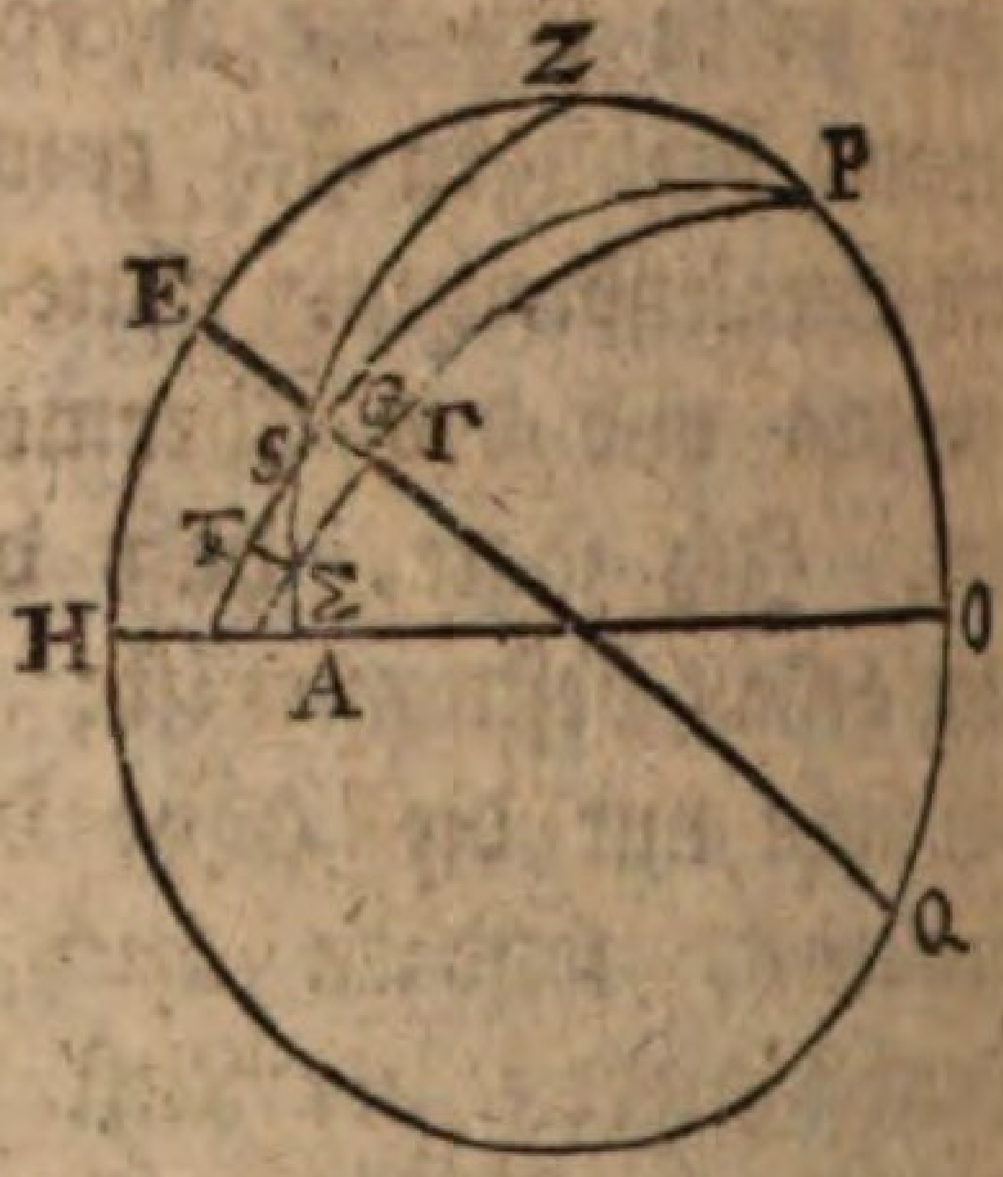
§. 7.

Aufgabe.

Die durch die Stralenbrechung verursachte Veränderung in der geraden Aufsteigung und der Abweichung der Himmelskörper untersuchen, vorausgesetzet, daß die Zeit der Beobachtung gegeben sei.

Es sei HO der Horizont, EQ der Gleicher, Z der Zenith, P der Pol, S der beobachtete Ort eines Sterns, AS seine beobachtete Höhe, Σ der wirkliche Ort, also





EG die scheinbare gerade Aufsteigung, Γr die wirkliche, GS die scheinbare Abweichung, ΓΣ die wirkliche.

Im Dreiecke ZPS sind gegeben ZP als die Ergänzung der Polhöhe PO, ZS als die Ergänzung der scheinbaren Höhe AS, der Winkel ZPS oder EPG läßt sich aus der seit dem Durchgange durch den Meridian verflossenen, oder bis dahin noch zu verfließenden Zeit bestimmen. Folglich läßt sich auch der Winkel ZSP oder sein Scheitelwinkel TSΣ berechnen.

Nimm SΣ von so viel Minuten oder Sekunden, als die Stralenbrechung in der Höhe AS beträgt; fälle ΣT gegen GS senkrecht, so ist im rechtwinkeligen Dreiecke ΣTS bekannt der Winkel ΣST, nebst der Seite SΣ. Es läßt sich also TS brechnen, und diese TS ist der Unterschied der scheinbaren Abweichung GS und der wirklichen ΓΣ, wenigstens kann TS dafür gelten; denn eigentlich müßte aus P durch Σ ein Bogen gezogen werden, um den Punkt T zu bestimmen; allein, wegen der Kleinheit der SΣ vermischet sich ein solcher Bogen eines kleinern Kreises mit dem Bogen ΣT eines größten Kreises; beide sind gegen GSP senkrecht.

Nachdem TS gefunden worden, so kennet man im rechtwinkeligen Dreieck TPΣ die Seite PT = 90° + GS + ST, und PΣ = PS + TS. Daraus läßt sich der Winkel P finden, und dieser ist das Maaß des Bogens

gens Gr, oder des Unterschiedes der scheinbaren und der wirklichen geraden Aufsteigung.

Zusatz I. Durch die Stralenbrechung ist die scheinbare gerade Aufsteigung kleiner, als die wirkliche für den östlichen Theil des Himmels, wie in der Figur angenommen worden; für den westlichen Theil des Himmels ist der Fall umgekehrt, wie man leicht begreifen wird, wenn man annimmt, daß die Figur den westlichen Theil des Himmels konkav vorstellet.

Was die Abweichung betrifft, so wird sie, wenn sie nördlich ist, durch die Stralenbrechung vergrößert, wie man aus der ersten Figur siehet; wenn sie südlich ist, wird sie vermindert, weil der Stern sich alsdann zu heben und folglich dem Gleicher zu nähern scheinet, welches die zweite Figur deutlich zeiget.

Zusatz II. Der Gleicher erhebet sich ebenfalls durch die Stralenbrechung, aber weniger als die Sterne, welche niedriger stehen als er, folglich scheinen sich diese durch die Stralenbrechung jenem etwas zu nähern. Der nämliche Fall findet Statt bei Sternen, die höher stehen als der Gleicher. Sie werden weniger erhöhet als der Gleicher und scheinen sich also auch ihm zu nähern. Wenn aber von der durch die Stralenbrechung verursachten Veränderung der Abweichung die Rede ist, so rechnet man sie allemal vom wirklichen Gleicher, nicht vom scheinbaren.

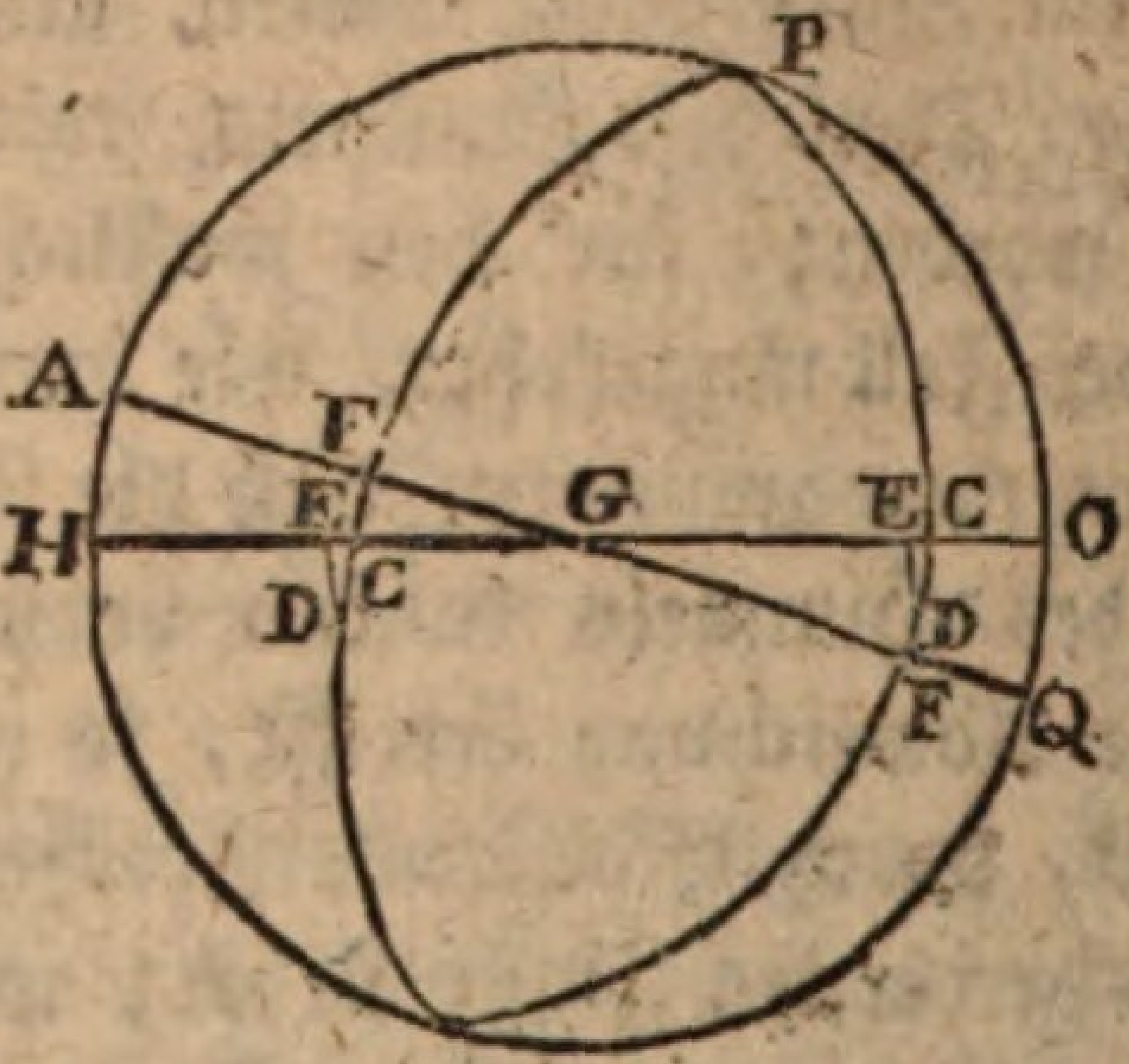
§. 8.

Aufgabe.

Die durch die Stralenbrechung verursachte Veränderung im Auf- und Untergange der Sterne erforschen.

Durch die Stralenbrechung wird, wie schon oben erwähnet worden, der Aufgang der Sterne

beschleuniget und der Untergang verspätet. Die Quantität dieser Beschleunigung und Verspätung kann also gefunden werden.



Es sei HO der Gesichtskreis, AQ der Gleicher, D ein Stern, welcher mit Rücksicht auf die Stralenbrechung aufgehet, DCP sein Aufsteigungskreis, G der Ostpunkt. Es sei DE senkrecht gegen HO und = 33 Minuten, nämlich gleich der Stralenbrechung im Horizonte, so erscheinet der Stern schon in F wenn er noch in D ist.

Folglich ist beim Aufgehen die scheinbare gerade Aufsteigung und Abweichung des Sternes nicht diejenige des Punktes D, sondern des Punktes E. Man nehme anfänglich die Abweichung und gerade Aufsteigung des Sterns so wie sie wirklich ist, und mittelst derselben berechne man die Stunde des Aufgangs (H. XIV. §. 4. Zus. I.). Für diese Stunde suche man nun die durch die Stralenbrechung verursachte Veränderung der geraden Aufsteigung und der Abweichung. (H. XIX. §. 7.). Mittelst der veränderten Abweichung und geraden Aufsteigung suche man die Stunde noch einmal; und nehme den Unterschied dieses Zeitpunkts und des erst gefundenen. Nöthigen Falls kann man die Rechnung mit der veränderten Abweichung und geraden Aufsteigung von vorne wieder anfangen, um die

Zeit

Zeit des scheinbaren Aufgangs genauer zu bestimmen. Die Verspätung des Untergangs ist der Beschleunigung des Aufgangs gleich. Folgende kleine Tabelle nehme ich aus Herrn Professor Bode Erläuterung der Sternkunde, erster Theil, §. 237. Sie ist in Minuten und in Zehntheilen derselben berechnet.

Abweichungen.

Polhöhen.	0	10	15	20	$23\frac{1}{2}$	25	30
0	2′2	2′3	2′3	2′4	2′4	2′5	2′6
10	2′3	2′3	2′3	2′4	2′5	2′5	2′6
20	2′4	2′4	2′5	2′5	2′6	2′7	2′8
30	2′6	2′6	2′7	2′8	2′9	3′0	3′2
40	2′9	3′0	3′1	3′3	3′4	3′6	3′9
50	3′4	3′5	3′7	4′0	4′3	4′6	5′4
55	3′9	4′0	4′4	4′9	5′5	6′0	8′2
60	4′5	4′7	5′2	6′2	7′5	8′6	

Um den Gebrauch dieser Tafel zu zeigen, wollen wir annehmen, es werde verlangt zu wissen, um wie viel heut am 13ten Januar 1796 die Sonne früher auf- und später untergehet, als ohne die Stralenbrechung geschehen würde. Die Polhöhe ist bei uns beiläufig $52\frac{1}{2}$ Grad und die Abweichung der Sonne ist nach den Ephemeriden nächstens $21\frac{1}{2}$ Grad.

Ich interpolire erstlich mittelst der Proportionaltheile die Kolumnen unter 20 und $23\frac{1}{2}$, den Polhöhen 50 und 55 gegenüber, für $52\frac{1}{2}$, und sage erstlich, 5 Grad Unterschied in der Polhöhe geben 0′9 Unterschied in der Kolumne unter 20, was geben $2\frac{1}{2}$, es kommt 0,45; also gehöret zu $52\frac{1}{2}$ in dieser Kolumne die Zahl 4,45. Ferner 5 Grad Unterschied in der Polhöhe geben 1′2 Unterschied in der Kolumne unter $23\frac{1}{2}$, was geben $2\frac{1}{2}$ Grad? Die Antwort ist 0′6; also muß in dieser Kolumne zu $52\frac{1}{2}$ Grad der Polhöhe die Zahl 4′9 gehören

gehören. Folglich unter der Polhöhe $52\frac{1}{2}$ Grad ist die verlangte Beschleunigung des Aufgangs für 20 Grad der Abweichung 4'45, für $23\frac{1}{2}$ Grad aber 4'9. Nun sage ich weiter, $3\frac{1}{2}$ Grad Unterschied in der Abweichung geben 0,45 (nämlich 4'9 — 4'45) Unterschied der Beschleunigung, was geben $1\frac{1}{2}$ Grad? Die Antwort ist 0,27. Dieses zu 4'45 addiret, giebt 4'72 als die wirkliche Beschleunigung des Aufgangs und Verspätung des Untergangs der Sonne für den heutigen Tag. Sie beträgt demnach nächstens $4\frac{3}{4}$ Minuten.

Anmerkung. Wenn nicht ausdrücklich der Unterschied des wirklichen und des scheinbaren Aufganges, sondern bloß der scheinbare verlangt wird, so ist weiter nichts zu thun, als daß man nach der Veränderung der Abweichung und geraden Aufsteigung den Auf- oder Untergang berechne, ohne ihn mit dem wirklichen zu vergleichen. Zugleich wird auch die scheinbare Morgen- und Abendweite gefunden werden. Wenn man die Morgen- oder Abendweite sowohl für die scheinbare Abweichung als für die wirklichen berechnet, so bekömmt man den Unterschied der Morgen- oder Abendweite, welcher aus der Stralenbrechung entstehet.

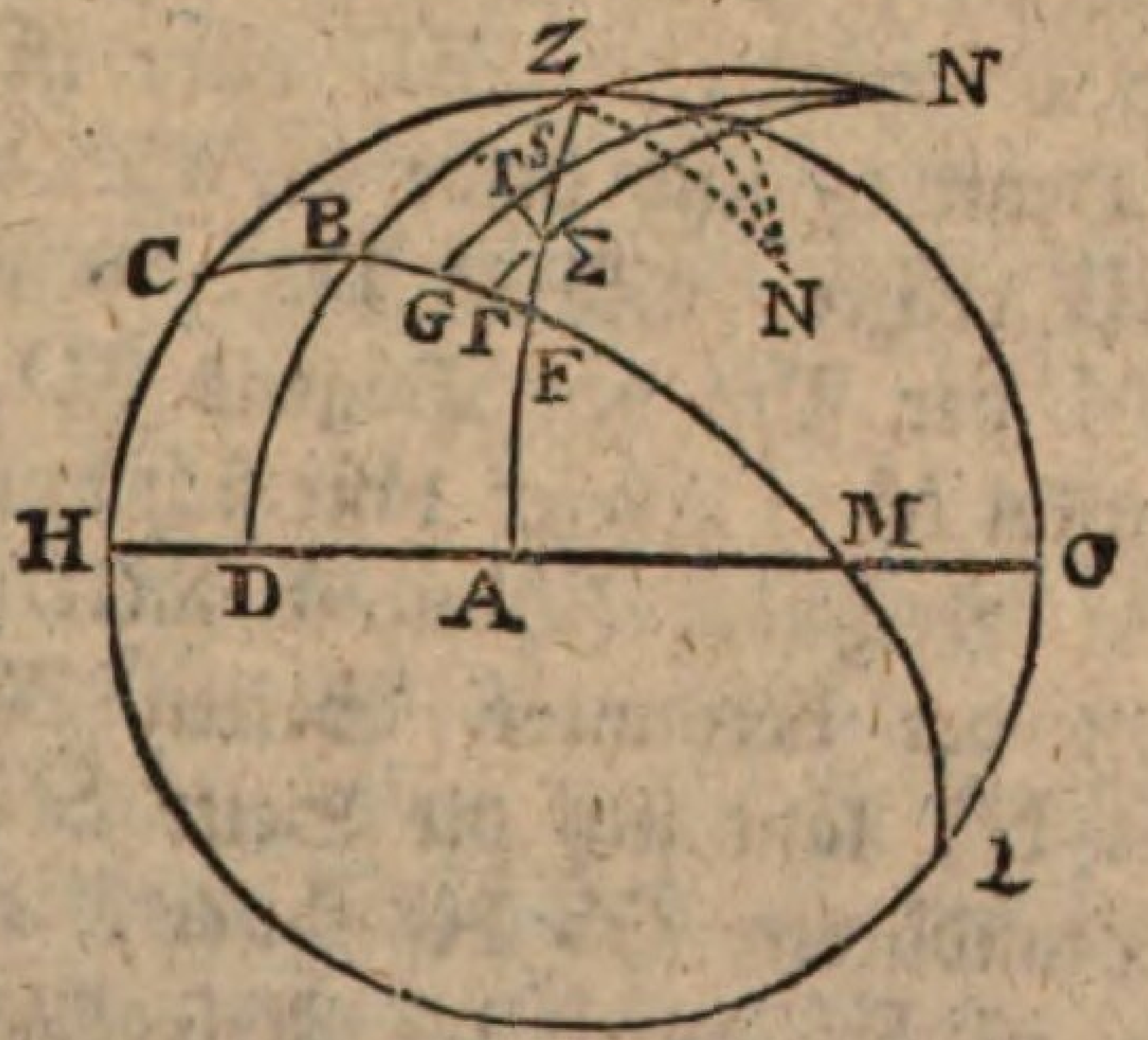
§. 9.

Aufgabe.

Die durch die Stralenbrechung verursachte Veränderung der Standlänge und Standbreite eines Himmelskörpers finden, vorausgesetzet, daß man den Ort der Sonne für die Zeit der Beobachtung kenne, nebst der Schiefe der

der Ekliptik, der Höhe des Gleichers, der scheinbaren Höhe des Himmelskörpers und seiner aus der scheinbaren Höhe hergeleiteten Standlänge.

Mit Hülfe der Polhöhe, der Schiefe der Ekliptik und des Orts der Sonne suche man den zur Zeit der Beobachtung aufgehenden Punkt M der Ekliptik CL (Hauptst. XIII. §. 12.) und daraus den Neunzigsten B. Ziehet man durch B den Vertikalkreis DBZ, so gehet er durch den Pol N der Ekliptik (Hauptst. XIII. §. 12. Anmerk. II.). Nun sei S der scheinbare Ort des



Sterns, und Σ der wahre. Durch S und Σ ziehe man die Längenkreise NSG, NΣΓ. Man fälle ΣT gegen GS senkrecht, so hat man ohngefähr den nämlichen trigonometrischen Fall, wie im vorigen Paragraph.

Der punktirte Theil der Figur stellet den Pol der Ekliptik vor, welcher sich auf derjenigen Hälfte befindet, die vom Zuschauer abgewendet ist, nebst den ebenfalls versteckten Anfängen der Kreisbögen, die von dort nach den Punkte B, G und Γ gehen. Es ist nicht möglich zugleich die Punkte N und B bei-

beide sichtbar zu machen, wenn die Kugel, wie gewöhnlich von einem Auge angesehen wird, welches im Horizonte oder nicht weit über demselben stehet. Zu mehrerer Deutlichkeit ist in der Figur der versteckte Theil des Dreiecks noch einmal, als in der Luft schwebend und von der Kugel abgehoben, vorgestellet.

Erstlich im Dreiecke ZNS ist der Winkel bei N gleich in Graden dem Bogen BG, und dieser ist gleich der Standlänge des Punkts G oder der scheinbaren Standlänge des Punktes S, weniger der Standlänge des Punktes B oder des Neunzigsten. Die Seite ZS ist die Ergänzung der scheinbaren Höhe AS. Was die Seite ZN betrifft, so ist ZB + ZN = 90^g, ZB + BD = 90^g, also ZN = BD. BD aber ist in Graden = ∠ M. Denn es sind beide Winkel B und D im Dreieck BMD rechte, also ist DM = BM = 90^g. Folglich ist M der Pol des Bogens BD, und dieser mißt den Winkel M. Dieser läßt sich durch schon bekannte Regeln berechnen. (Haupt. XIII. §. 12.)

Mittelst der bekannten Seiten ZS, ZN und des Winkels N, läßt sich die Seite SN folglich die scheinbare Standbreite GS berechnen, wie auch der ∠S. Nun ist SΣ durch die Refrakzions-Tafeln gegeben; und da im rechtwinkeligen Dreiecke STΣ auch ∠S bekannt ist, so läßt sich ST berechnen, oder GS — rΣ, das heißt, der durch die Stralenbrechung verursachte Unterschied in der Standbreite.

Im Dreiecke ΣSN sind nun bekannt SΣ, SN und ΣN (= SN + ST) also läßt sich finden ∠SNΣ = in Graden dem Bogen Gr und dieser ist der durch die Stralenbrechung verursachte Unterschied der Standlänge.

In dieser Auflösung wird wie in der vorigen angenommen, daß ein aus dem Pole N beschriebener und

und durch Σ gehender Bogen sich mit dem Perpendikel ΣS vermischet, weil der Winkel SNΣ nur klein ist.

Zusatz. I. Durch die Stralenbrechung wird die Standlänge eines Himmelskörpers etwas vermindert, wenn dieser sich in Betrachtung des Kreises ZD oder des Punktes B östlich befindet, in widrigen Falle wird sie vergrößert. Die Standbreite wird vermehret, wenn sie nördlich ist, aber vermindert, wenn sie südlich ist. Siehe den vorigen §. Zus. I.

Zusatz. II. Mit Hülfe der nämlichen Dreiecke, die in diesem und dem siebenten Paragraph gebraucht worden, wird es nicht schwer sein, falls es verlanget wird, aus der wahren geraden Aufsteigung und Abweichung, Standlänge und Standbreite, den Unterschied zwischen ihnen und den scheinbaren, folglich auch diese selbst zu finden.

§. 10.

Wenn wir die Himmelskörper beobachten, so kann dieses nicht anders geschehen als auf der Oberfläche der Erde, oder nahe an derselben. Wenn nun verschiedene Zuschauer an verschiedenen Orten der Erdfläche einen und denselbigen Himmelskörper betrachten, so muß er von ihnen in verschiedenen Lagen gesehen werden; dem einen scheinet er mehr, dem andern weniger über dem Horizont erhöhet; dem einen scheinet er mehr, dem andern weniger östlich, westlich, südlich, nördlich zu sein, u. s. w. Der Unterschied der scheinbaren Lage eines Himmelskörpers, in so fern er von der Stelle des Zuschauers auf der Erdfläche abhänget, wird überhaupt die Parallaxe genannt.

Um nun eine bestimmte Regel zu haben, nach welcher die Lage der Himmelskörper angegeben

werden könne, ohne auf den Ort des Zuschauers Rücksicht zu nehmen, pflegen die Astronomen diese Lage in vielen Fällen so anzugeben, wie sie aus dem Mittelpunkte der Erde gesehen, erscheinen würde. Der Unterschied zwischen der Lage eines aus dem Mittelpunkte der Erde und aus irgend einem Punkte der Erdfläche gesehenen Himmelskörpers, wird in einem engeren Verstande die Parallaxe genannt.

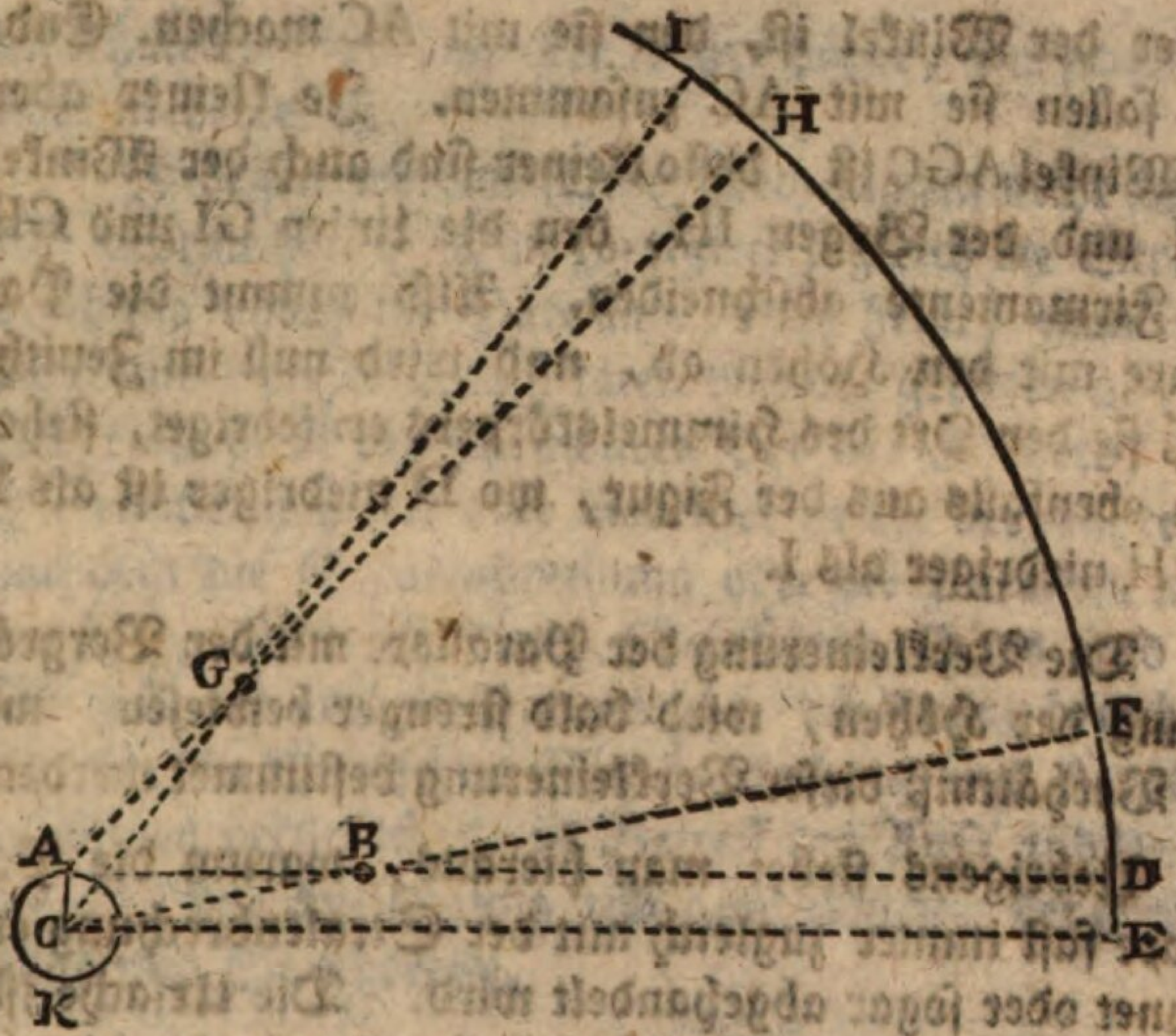
Die Parallaxe hat bei den Standhöhen der Himmelskörper einen merklichen Einfluß; nämlich die aus den Mittelpunkt der Erde betrachtete und mit dem wahren Horizonte verglichene Höhe ist nicht derjenigen gleich, die auf der Erdfläche in Absicht des scheinbaren Horizonts gefunden wird. Dieser Unterschied der Höhe über dem wahren und dem scheinbaren Horizonte, heißt in einem noch engeren Verstande die Parallaxe, oder sie wird auch um mehrerer Deutlichkeit willen, die Höhen-Parallaxe genannt.

Die Fixsterne sind so weit von uns entfernet, daß der ganze Durchmesser der Erde in Vergleich mit ihrer Entfernung für nichts zu achten ist. (H. I. §. 4.) Die Fixsterne haben also keine merkliche Höhen-Parallaxe.

§. 11.

Die Höhen-Parallaxe hat dieses mit der Stralenbrechung gemein, daß sie am Horizonte am größten ist, dann mit den Höhen abnimmt, und im Zenith null ist. Sonst ist ihre Wirkung jener der Stralenbrechung entgegengesetzet; nämlich sie vermindert die Standhöhe, und hebet also zum Theil die Wirkung der Stralenbrechung auf, durch welche die Höhen vergrößert werden.

Es



Es sei AK die Erde, C deren Mittelpunkt, A der Ort eines Zuschauers, AD sein scheinbarer Horizont, CE sein razioneller Horizont, EI der Himmel der Firsterne, B ein Planet der sich im scheinbaren Horizont des Zuschauers A befindet; so ist die scheinbare Höhe null. Hingegen die wirkliche aus C betrachtete hat so viel Grade als der Winkel FCE oder der Bogen EF.

Es sei ferner in G ein Planet. Aus A gesehen hat er die Höhe HAD, aus C aber die Höhe ICE. Diese ist größer als jene, nämlich IE ist größer als HD, welches augenscheinlich ist. Der Unterschied bestehet eigentlich im Bogen HI allein, weil der Bogen DE für einen Zuschauer in A ganz unmerklich ist (H. I. §. 5.).

Die Linien IC und AH nähern sich desto mehr einander, und machen einen desto kleineren Winkel, jemehr sie sich über dem Horizont erheben, oder je

kleiner der Winkel ist, den sie mit AC machen. Endlich fallen sie mit AC zusammen. Je kleiner aber der Winkel AGC ist, desto kleiner sind auch der Winkel IGH und der Bogen IH, den die Linien GI und GH am Firmamente abschneiden. Also nimmt die Parallaxe mit den Höhen ab, und wird null im Zenith. Daß sie den Ort des Himmelskörpers erniedriget, siehet man ebenfalls aus der Figur, wo D niedriger ist als F und H niedriger als I.

Die Verkleinerung der Parallaxe mit der Vergrößerung der Höhen, wird bald strenger bewiesen, und das Verhältniß dieser Verkleinerung bestimmet werden.

Uebrigens siehet man hieraus, warum die Parallaxe fast immer zugleich mit der Stralenbrechung erwähnet oder sogar abgehandelt wird. Die Ursache ist, weil sie beide etwas ähnliches haben; und eine die andere zum Theil korrigiret.

§. 12.

Die entfernteren Wirkungen der Höhenparallaxe sind ebenfalls denen der Stralenbrechung gerade entgegengesetzet. Diese beschleuniget den Aufgang der Sterne und verspätet ihren Untergang, die Höhenparallaxe hingegen verspätet den Aufgang und beschleuniget den Untergang indem sie den Ort des Himmelskörpers erniedriget.

Der Unterschied, den die Parallaxe im Auf- und Untergange der Sterne, in ihrer Aufsteigung und Abweichung, in ihrer Standlänge und Standbreite verursachet, kann durch die nämlichen Dreiecke berechnet werden, die für die Stralenbrechung in den vorhergehenden Paragraphen gebrauchet worden. Man muß nur allemal den dortigen scheinbaren Ort des Himmelskörpers jetzt für den wahren, und den wahren für den scheinbaren

annehmen,

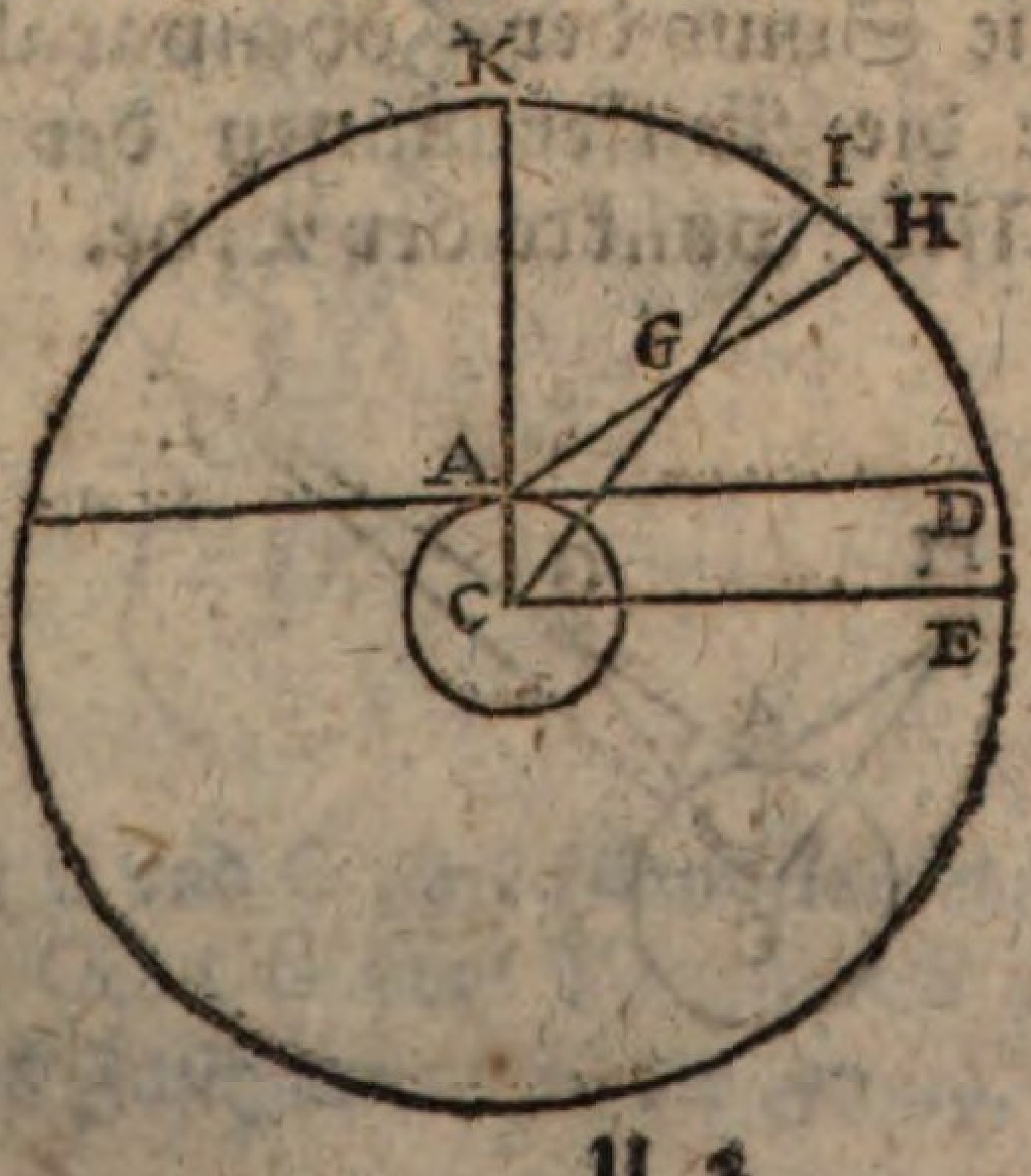
annehmen, weil jetzt der wahre höher, der scheinbare aber niedriger ist.

Indessen werden solche Rechnungen nicht sonderlich gebrauchet. Man korrigiret sogleich die Stralenbrechung durch die Parallaxe, das heißt, man ziehet die kleinere dieser Quantitäten von der größern ab; der Ueberrest giebt den scheinbaren Ort des Körpers, welcher entweder höher oder niedriger ist als der wahre, je nachdem die Stralenbrechung oder die Parallaxe mehr beträgt. Mittelst dieses scheinbaren Ortes und der Dreiecke der vorigen Paragraphe, wird dann berechnet, was für ein Unterschied Stralenbrechung und Parallaxe zusammen verursachen, in Betreff des Auf- und Unterganges, der Aufsteigung und Abweichung, der Standlänge und Standbreite.

§. 13.

Lehrsatz.

Die Höhenparallaxe ist gleich dem Winkel der am Mittelpunkte eines Himmelskörpers entstehet, wenn von demselben gerade Linien nach dem Mittelpunkte der Erde und nach dem Ort des Zuschauers gezogen werden.



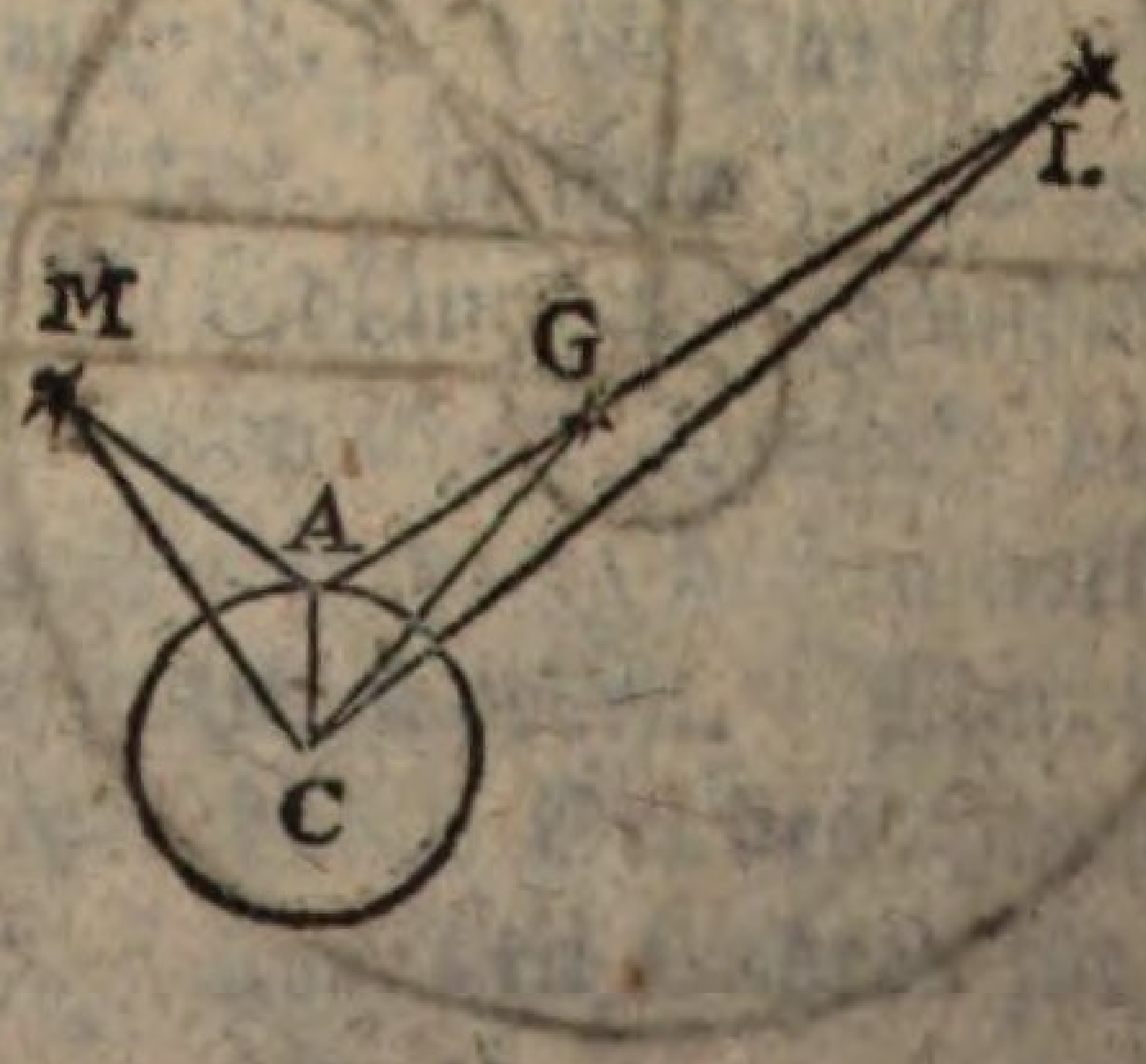
Es sei C der Mittelpunkt der Erde, A der Ort des Zuschauers, G ein Planet, KIH das eingebildete Himmelsgewölbe, AD der scheinbare Horizont, CE der wahre, CAK die Vertikal-Linie, CGI die Linie in welcher der Planet G aus C gesehen wird, AGH die Linie in welcher er aus A gesehen wird.

Wir haben gesehen, daß die Parallaxe eigentlich der Unterschied der Winkel HAD und ICE ist. Nun ist $\angle KAH = 90^{g} - \angle HAD$, und $\angle KCI = 90^{g} - \angle ICE$, also $\angle KAH - \angle KCI = 90^{g} - \angle HAD - 90^{g} + \angle ICE = \angle ICE - \angle HAD$. Es sind aber $\angle KAH$ und $\angle KCI$ die scheinbare und die wahre Entfernung vom Zenith. Der Unterschied der Entfernungen von Zenith ist demnach der Höhenparallaxe gleich. Nun ist $\angle KAH - \angle KCI = \angle KAG - \angle ACG$ und im Dreiecke ACG ist der äußere Winkel KAG den beiden inwendigen C und G gleich also $\angle KAG = \angle AGC + ACG$ oder $\angle AGC = \angle KAG - \angle ACG = \angle KAH - \angle KCI = \angle ICE - \angle HAD$.

§. 14.

Lehrsatz.

In gleichen Höhen über dem Horizonte verhalten sich die Sinus der Höhenparallaxen umgekehrt, wie die Entfernungen der Himmelskörper vom Mittelpunkte der Erde.



Es

Es seien zwei Himmelskörper G und L so gelegen, daß sie sich für den Zuschauer in A in einer geraden Linie AL befinden, folglich einerlei Höhe haben. Aus dem Mittelpunkte C der Erde ziehe CG, CL, so sind die Winkel AGC, ALC den Höhenparallaxen gleich (§. 13.). Nun ist im Dreieck CGL

sin GLC : sin LGC :: CG : CL

oder sin ALC : sin AGC :: CG : CL.

Gesetzt nun, ein anderer himmlischer Körper stehe in M, in eben der Standhöhe wie G und eben so weit von der Erde, so ist in dem Dreiecke MAC, AC = AC, MC = GC und ∠ MAC = ∠ GAC, also ist ∠ AMC = ∠ AGC, folglich ist auch

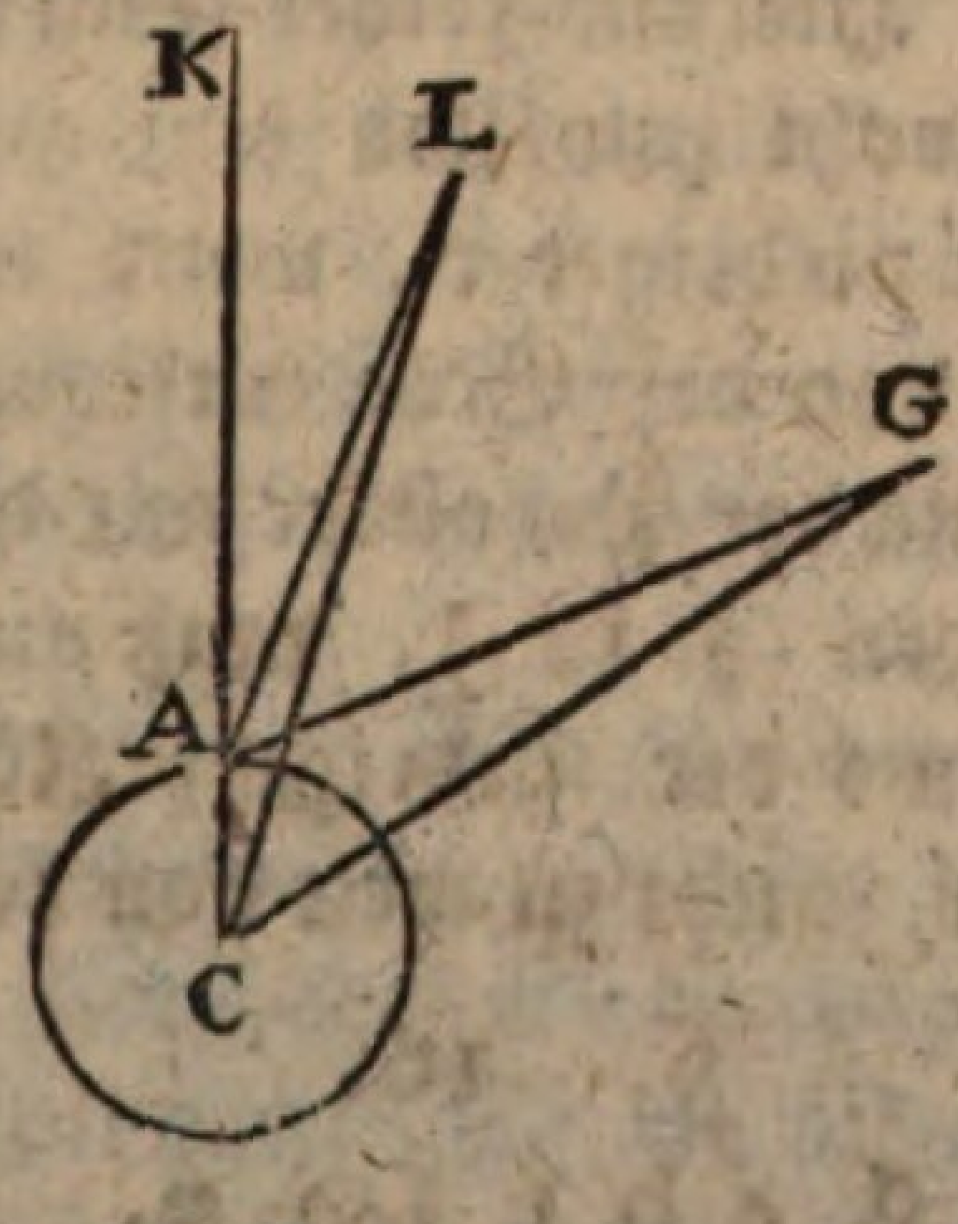
sin ALC : sin AMC :: CM : CL

welches unser Lehrsatz ist.

§. 15.

Lehrsatz.

Bei gleichen Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde verhalten sich die Sinus der Höhenparallaxen wie die Kosinus der Standhöhen.



Es seien L und G zwei Himmelskörper in gleichen Entfernungen CL, CG vom Mittelpunkt der Erde, A sei der Ort des Zuschauers, K der Zenith, so ist

$$\sin ALC : \sin LAC :: AC : CL$$
$$\sin AGC : \sin GAC :: AC : CG.$$

Da nun $CL = CG$, so ist

$$\sin ALC : \sin AGC :: \sin LAC : \sin GAC$$
$$:: \sin KAL : \sin KAG.$$

Die Höhenparallaxen verhalten sich also wie die Sinus der Abstände vom Zenith: diese sind aber die Complemente der Standhöhen, also verhalten sich die Höhenparallaxen wie die Kosinus der Standhöhen, vorausgesetzet, daß die Entfernung vom Mittelpunkte der Erde einerlei sei.

Zusatz I. Hieraus folget, daß die Höhenparallaxe mit der Höhe selbst abnimmt, weil die Kosinus abnehmen, wenn die Winkel zunehmen. Dieses ist schon oben (§. 11.) vorläufig angezeiget worden. Jetzt aber siehet man, in welchem Verhältnisse die Parallaxe mit der zunehmenden Höhe abnimmt.

Zusatz II. Aus dem Lehrsatze dieses Paragraphs und dem vorhergehenden folget, daß die Sinus der Höhenparallaxen sich verhalten umgekehrt wie die Sinus der Entfernungen von der Erde und gerade wie die Kosinus der Standhöhen.

Zusatz III. Hieraus folget ferner, daß ein höher stehender Körper wohl zuweilen eine größere Parallaxe haben kann als ein niedrigerer, wenn nämlich der niedrigere viel weiter von der Erde entfernt ist. Was also von der Abnahme der Parallaxe mit der zunehmenden Höhe gesaget worden (§. 11.), muß auf den Fall eingeschränket werden, wo der niedrigere Körper, mit dem höheren verglichen, nicht zu weit von der Erde abstehet.

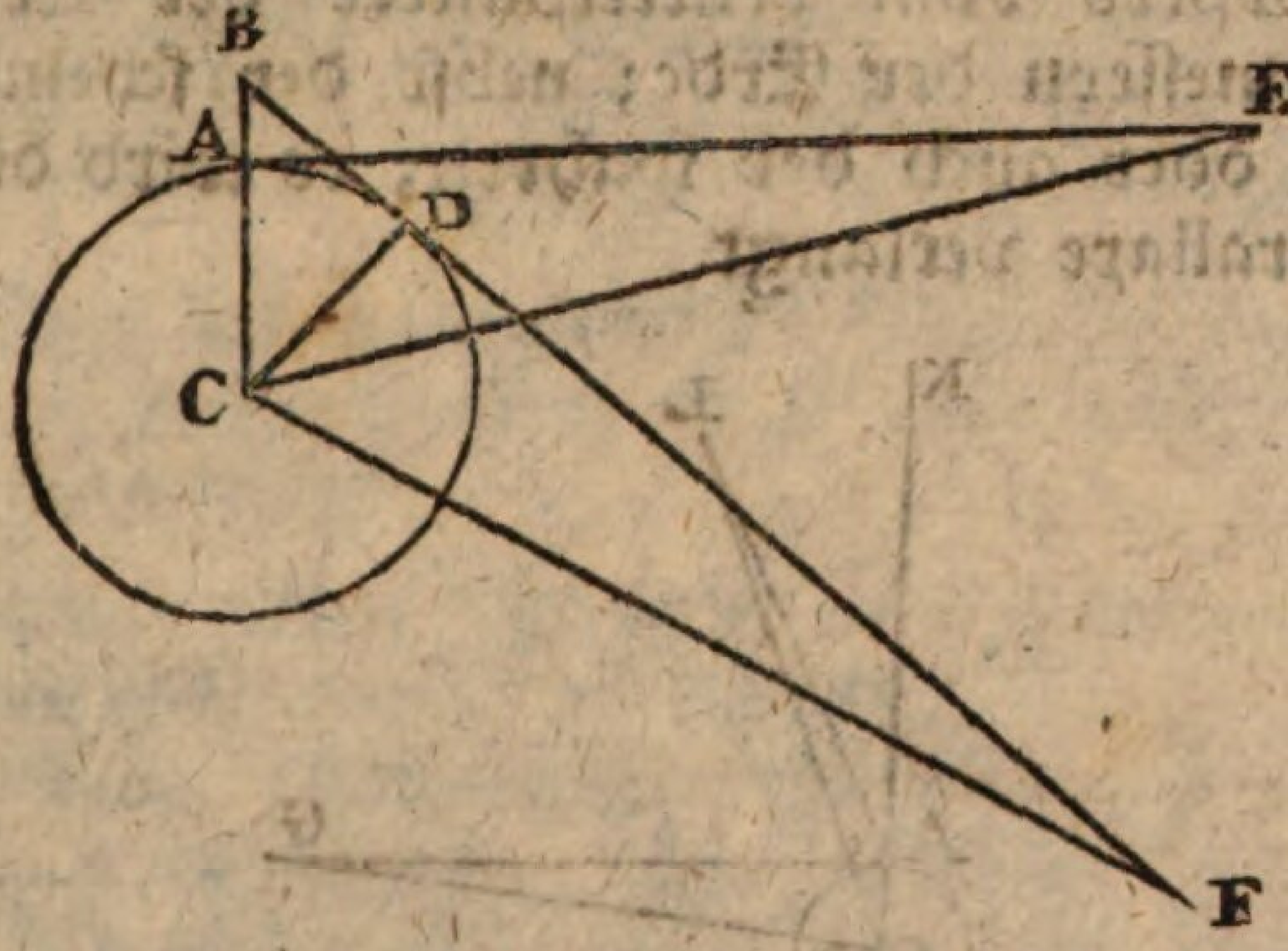
§. 16.

Lehrsatz.

Wenn man aus einem hohen Standorte einen auf- oder untergehenden Himmelskörper beo-

bachtet,

bachtet, so ist die Parallaxe eben so groß, als für den Beobachter, der sich unten an der Erdfläche befindet, wenn nämlich die Unebenheiten der Erdfläche aus der Acht gelassen werden.



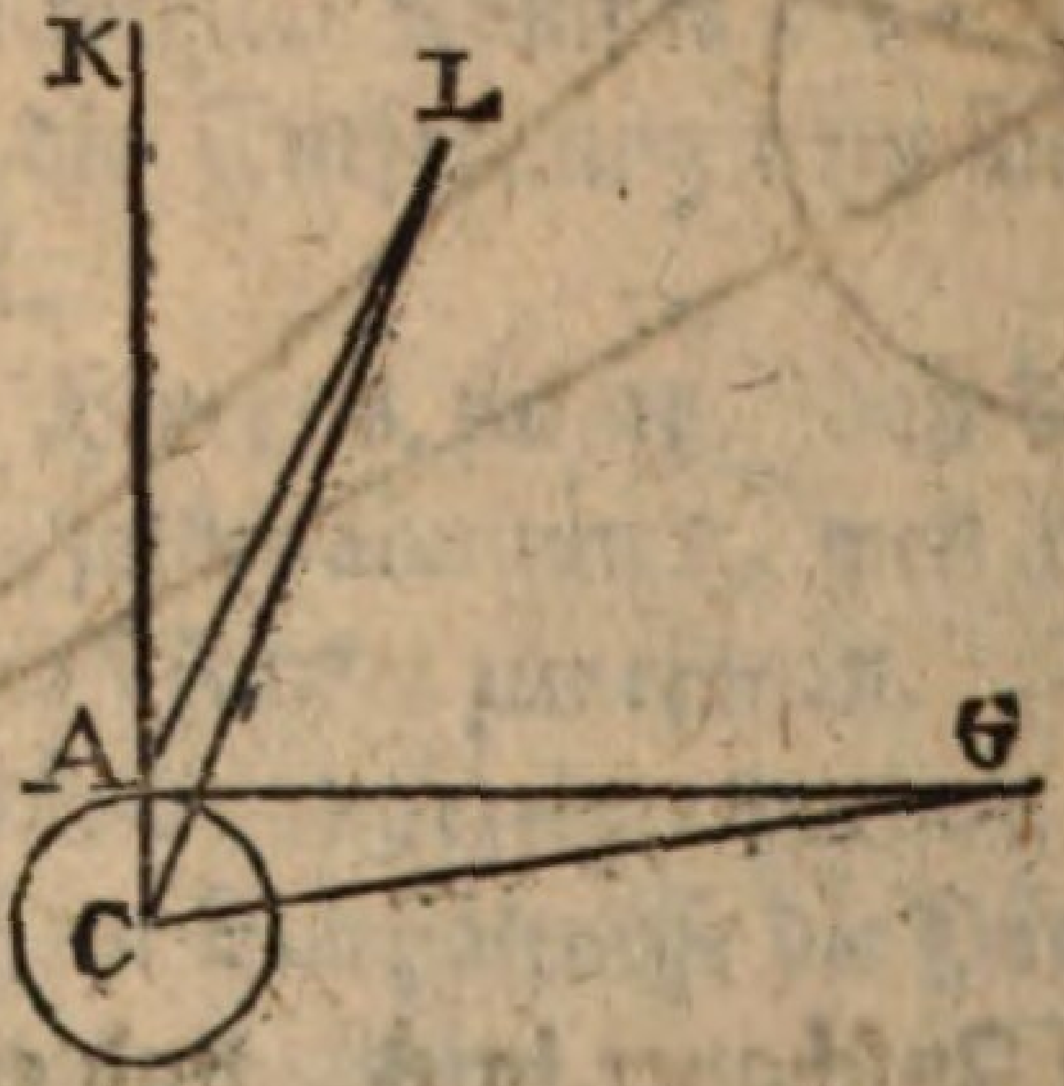
Es sei ein Zuschauer in A, und ein anderer höher in B. Derjenige in A siehet einen Himmelskörper in E und die Höhenparallaxe ist gleich dem Winkel E. Der Zuschauer in B siehet denselbigen Himmelskörper schon oder noch in F unter dem Horizonte, in einer geraden Linie BDF, welchen die Erdfläche in D berührt, und die Parallaxe ist hier gleich dem Winkel F. Nun sind die beiden Dreiecke CAE und CDF beide rechtwinkelig, ferner ist CA = CD, und CE = CF, angenommen daß der Himmelskörper einen Kreis um die Erde zu beschreiben scheinet, folglich ist auch $\angle E = \angle F$.

Anmerkung. Dieser Lehrsatz kann für solche Zuschauer angewandt werden, welche die Himmelskörper an der Meeresfläche auf- oder untergehen sehen, indem sie selbst entweder ganz nahe am Meere oder hoch über dessen Spiegel gestellet sind, z. E. auf einem Thurme oder Berge am Ufer, auf dem Mastbaume eines Schiffes u. s. w.

§. 17.

Aufgabe.

Es ist gegeben die Entfernung eines Himmelskörpers vom Mittelpunkte der Erde in Durchmessern der Erde; nebst der scheinbaren Höhe, oder auch der wahren; es wird die Höhenparallaxe verlangt.



Es werde der Durchmesser der Erde = 1 angenommen, so ist AC = $\frac{1}{2}$, CL ist bekannt, der Winkel ACL oder KCL ist das Komplement der wahren Standhöhe des Himmelskörpers L. Aus diesen drei Stücken läßt sich der Winkel L finden, welcher der Höhenparallaxe gleich ist. Oder wenn nicht der Winkel KCL, sondern KAL, als das Komplement der scheinbaren Höhe gegeben ist, so hat man eben dadurch den Winkel LAC. Aus diesem, nebst den Seiten AC und LC läßt sich ebenfalls der Winkel L berechnen.

Wenn der Himmelskörper im Horizonte stehet, z. B. in G, so ist die Rechnung leichter, weil das Dreieck CAG alsdann rechtwinkeligt ist, und in demselben die Hypotenuse CG nebst dem Katheten CA bekannt sind.

Anmerkung. Man siehet leicht ein, daß sich aus dem bekannten Halbmesser AC der Erde, der bekannten wahren oder scheinbaren Höhe und der bekannten

Parallaxe

Parallaxe die Entfernung des beobachteten Himmelskörpers vom Mittelpunkte berechnen läßt, jedoch hiervon ein Mehreres in der Folge.

§. 18.

Aufgabe.

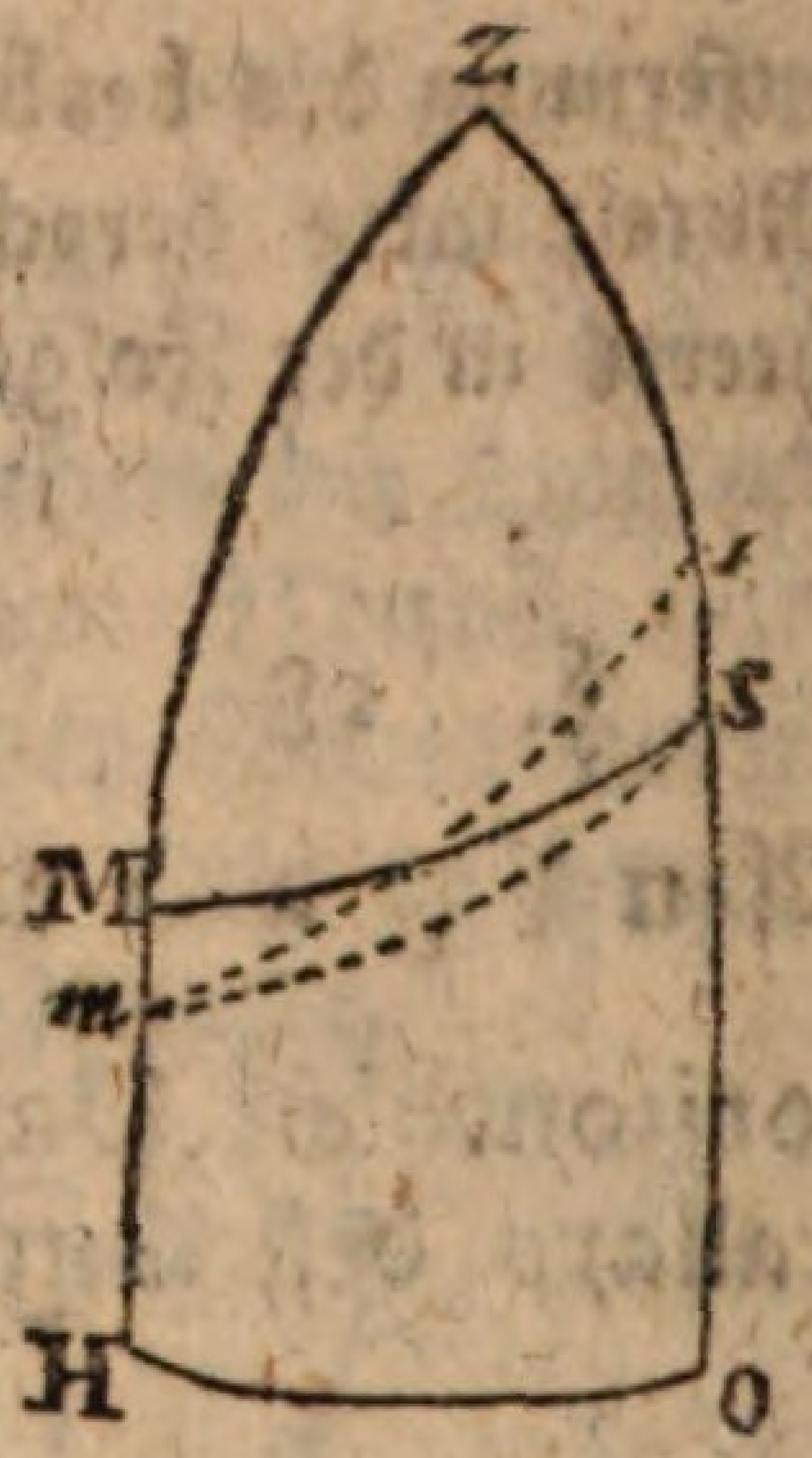
Aus der horizontalen Parallaxe jede andere Höhenparallaxe desselbigen Himmelskörpers berechnen.

Wenn man die Parallaxe eines Himmelskörpers für verschiedene Höhen berechnen will, so kann man mit der horizontalen Parallaxe, als derjenigen, die am leichtesten zu berechnen ist, den Anfang machen. Denn da sich die Sinus der Höhenparallaxen verhalten wie die Kosinus der Standhöhen (§. 15.), so verhält sich der Sinus jeder Höhenparallaxe zum Sinus der horizontalen Parallaxe, wie der Kosinus der Höhe zum Kosinus von 0 Grad, das ist, zum Sinus totus, oder der Sinus totus verhält sich zum Sinus der horizontalen Parallaxe, wie der Kosinus der Höhe zum Sinus der Höhenparallaxe. Und dieses Gleichverhältniß enthält die Auflösung unserer Aufgabe.

§. 19.

Aufgabe.

Aus dem scheinbaren Abstande zweier Himmelskörper in Graden von einander, soll der wahre Abstand ebenfalls in Graden gefunden werden, vorausgesetzet, daß auch die scheinbaren Höhen derselben bekannt seien.



Es sei HO ein Theil des Horizonts, m und s seien zwei Himmelskörper in ihren scheinbaren Oertern; M und S die wahren Oerter; HMZ, OSZ ihre Vertikalkreise. Man suche mittelst der bekannten Höhen, wie viel die Stralenbrechung und die Parallaxe betragen (§. 6. und §. 17.). Man subtrahire die kleinere dieser Quantitäten von der größern. Wenn die Stralenbrechung die größere ist, so giebt der Rest zu erkennen, um wie viel der wahre Ort niedriger ist als der scheinbare; ist aber die Höhenparallaxe größer, so zeiget der nämliche Rest an, um wie viel der wahre Ort höher ist als der scheinbare. Alsdann hat man mM und sS.

Man nehme fürs erste das scheinbare Dreieck mZs, und da in demselben bekannt sind ms als der scheinbare Abstand, mZ und sZ als die Komplemente der scheinbaren Höhen, so läßt sich der Winkel Z berechnen.

Im Dreiecke MSZ ist der Winkel Z der nämliche, wie in mZs, und man hat jetzt $ZM = Zm \pm Mm$ und $ZS = Zs \pm sS$, folglich läßt sich der wahre Abstand MS berechnen.

Zusatz. Es sei M der Mittelpunkt des Mondes und S entweder ein Stern oder der Mittelpunkt der Sonne. Gesetzt, man habe den scheinbaren Abstand ms nebst

nebst den Höhen mH, sO gemessen. Statt des Mittelpunktes der Sonne pfleget man den einen Rand zu nehmen, und dann so viel zur beobachteten Entfernung oder Höhe zu addiren oder subtrahiren, als der halbe Durchmesser der Sonne beträgt; eben so verfährt man mit dem Monde, dessen erleuchteten Rand man gebrauchen muß. Aus dem scheinbaren Abstande und den Höhen berechnet man den wahren. Ein kleiner Irrthum in den Höhen ist hier nicht gefährlich, weil die Stralenbrechung und die Parallaxe sich mit den Höhen nicht sehr schnell verändern. Nun suchet man, wie schon erinnert worden (H. XVI. §. 2. No. III.) in dem Schiffskalender, was es an dem Orte, wo der Kalender gemacht worden, an der Zeit ist, wenn der Mond von der Sonne oder von dem Sterne um so viel entfernet ist, als berechnet worden. Findet man es nicht genau in den Tabellen, so muß interpoliret werden, allenfalls durch die bloße Regel detri.

Ferner kann mit Hülfe einer der beobachteten Höhen, wenn die Beobachtung genau genug ist, oder durch andere astronomische Mittel die Zeit der Beobachtung genau bestimmet werden, nämlich für den Ort, wo man ist.

Der Unterschied beider Zeiten, in Grade verwandelt, giebt den Unterschied der Standlänge.

Dieses ist die sicherste und bequemste Methode zur Erforschung der Standlänge zur See, sie ist auch zu Lande sehr brauchbar. Wir werden bald (§. 22.) die Anwendung der jetzigen Aufgabe auf den Mond noch näher betrachten und durch ein Beispiel erläutern.

Wenn man statt des Abstandes ms den Unterschied HO des Azimuts beobachtet, so hat man eben dadurch den Winkel Z, und hat nicht nöthig, ihn zu berechnen, sondern man suchet sogleich aus diesem bekannten Winkel und den korrigirten Seiten ZS und ZM den wahren Abstand SM. Allein der Abstand ist zur See

leichter

leichter zu beobachten als das Azimut, und daher wird die beschriebene Methode vorgezogen.

§. 20.

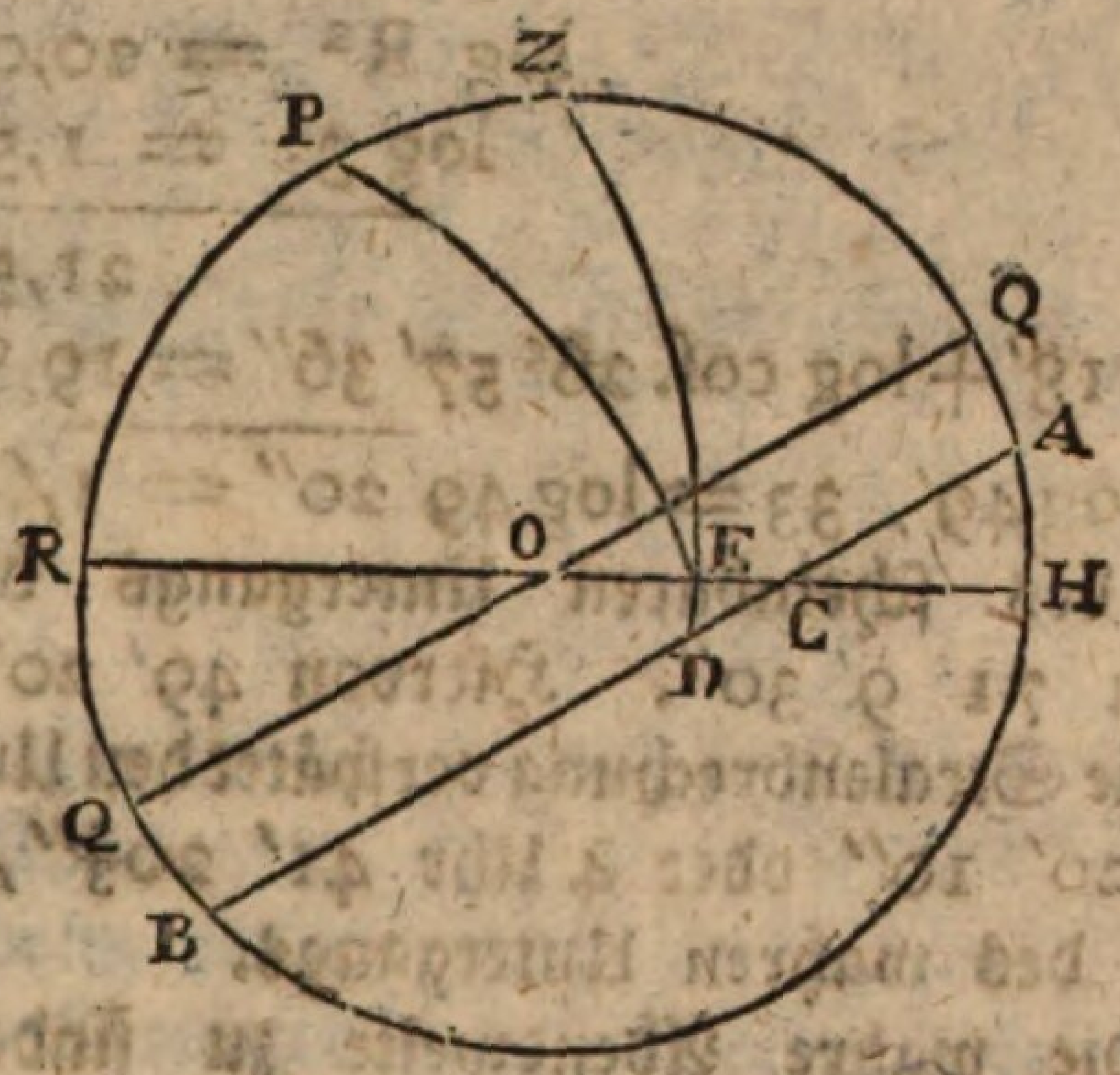
Es ist am Ende des vorigen Hauptstücks versprochen worden, daß die Lehre von der Veränderung der Dreiecke auch auf die Stralenbrechung und die Parallaxe angewandt werden sollte. Dieses Versprechen wird in den folgenden Paragraphen erfüllet werden. In der That, da die aus gedachten beiden Ursachen herrührenden Veränderungen sowohl der gegebenen Größen, als auch der Resultate nur klein sind, so lassen sich hier die Regeln von der Veränderung der Dreiecke recht gut anwenden, als welche von der Wahrheit schon merklich abweichen würden, wenn die Unterschiede beträchtlich wären. Eine der folgenden Aufgaben (§. 22.) soll zeigen, was schon oben (H. XVIII. §. 29.) angeführet worden, daß es manchmal vortheilhafter ist, gerades Weges als durch die Veränderung der Dreiecke zu rechnen.

§. 21.

Aufgabe.

Es ist die horizontale Stralenbrechung gegeben und es soll mittelst der Veränderung der Dreiecke gefunden werden, welchen Einfluß sie auf die Morgen- und Abendweite eines Sterns und auf die Zeit seines scheinbaren Auf- oder Unterganges hat.

Es sei HR der Horizont, Z der Scheitelpunkt, P der Pol, O der Ostpunkt, AB ein mit dem Gleicher QQ paralleler Kreis, D der Ort eines Himmelskörpers und DE die horizontale Stralenbrechung, so wird der Stern, statt in C aufzugehen, in E sichtbar, und seine Morgenweite ist EO statt CO. Da nun hier die horizontale Stralenbrechung der Veränderung der Höhe und die Veränderung der Morgenweite der Veränderung des Azimuts gleich ist,



ist, so verhält sich (nach §. 15. H. XVIII.) die horizontale Stralenbrechung zur Veränderung der Morgen- oder Abendweite, wie die Sinus von ZE zur Kotangente des Winkels ZEP.

Ferner verhält sich (nach H. XVIII. §. 14. man vergleiche §. 24. desselben Hauptst.) die Veränderung des Stundenwinkels P zur Veränderung von ZE oder zur horizontalen Stralenbrechung, wie das Quadrat des Halbmessers zum Produkt des Sinus von ZP in den Sinus von Z, oder des Kosinus der Standbreite in den Kosinus der Morgen- oder Abendweite, indem EO und HZE sich zu 90^g ergänzen.

Beispiel. Es sei die horizontale Stralenbrechung = 32′ die nördliche Standbreite = 43^g 18′, die südliche Abweichung der Sonne = 19 39′ 10″, der Augenblick des scheinbaren Untergangs der Sonne 4 Uhr 44′ 38″ und ihre scheinbare Abendweite 26 57′ 36″. Man verlangt ihre wahre Abendweite und die Zeit ihres wahren Untergangs. Es ist hier cos. 43^g 18′ × cos 26^g 57′ 36″ : R^2 :: 32′ zu der Anzahl Minuten, um die sich der Stundenwinkel ändert. Wenn hier mit Logarithmen gerechnet wird, so steht die Rechnung also: log

$$\log R^2 = 20{,}0000000$$
$$\log 32 = 1{,}5051500$$
$$21{,}5051500$$
$$\log \cos. 43^g\, 18' + \log \cos. 26^g\, 57'\, 36'' = 19{,}8120311$$
$$\log 49',33 = \log 49'\, 20'' = 1{,}6931189.$$

Die Zeit des scheinbaren Untergangs betrug in Gradtheilen 71° 9′ 30″. Hiervon 49′ 20″ abgezogen (denn die Stralenbrechung verspätet den Untergang) giebt 70° 20′ 10″ oder 4 Uhr 41′ 20⅔″, als den Augenblick des wahren Untergangs.

Um die wahre Abendweite zu finden, muß erst der Winkel ZEP gesucht werden.

Man schließt zu dem Ende:

$$\sin ZE : \sin P :: \sin ZP : \sin ZEP.$$
$$\log \sin 71^g\, 9'\, 30'' = 9{,}9760815$$
$$\log \cos 43^g\, 18' = 9{,}8619958$$
$$19{,}8380773$$
$$\log \sin 90^g\, 32' = 9{,}9999812$$
$$\log \sin ZEP = 9{,}8380961 = \log \sin 43^g\, 32'\, 8''.$$

Nun ist R : cot. 43° 32′ 8″ :: 32′ : zur Veränderung der Abendweite.

$$\log 32 = 1{,}5051500$$
$$\log \cot 43^g\, 32'\, 8'' = 10{,}0221091$$
$$11{,}5272591$$
$$\log R = 10$$
$$\log 33',67 = 1{,}5272591 = \log 33'\, 40''.$$

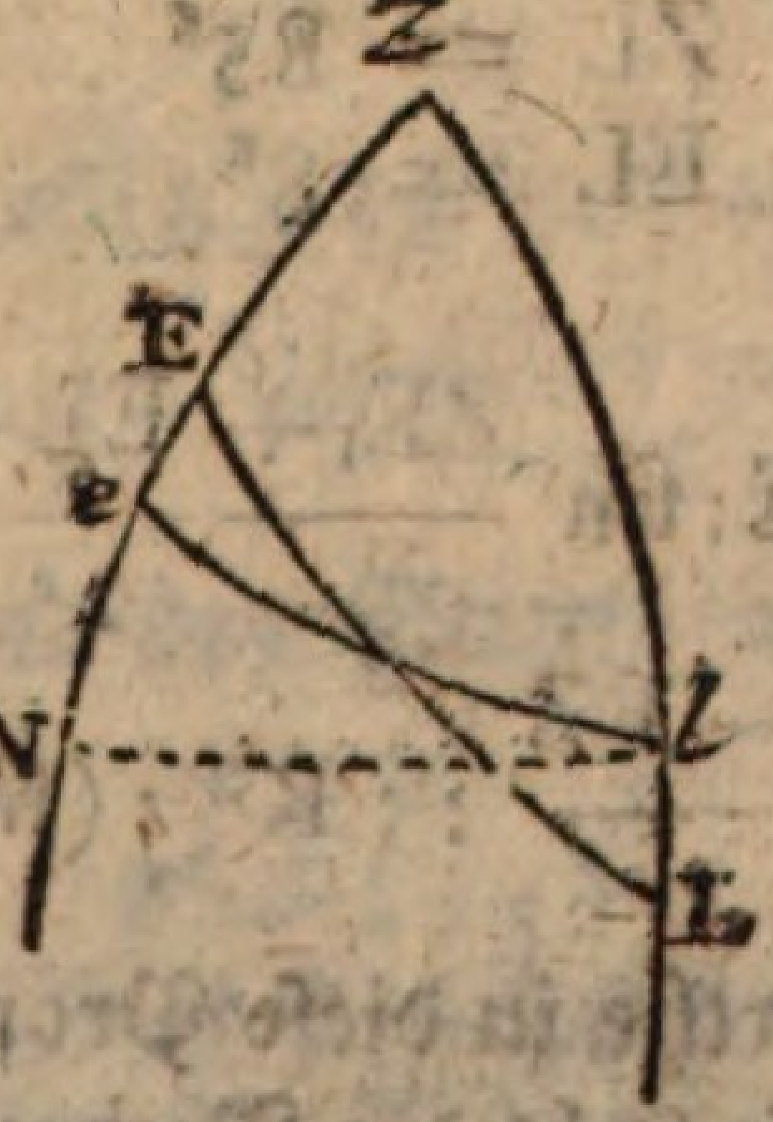
Anmerkung. Wenn man vermittelst einer richtiggehenden Uhr die Zeit des scheinbaren Untergangs und durch Rechnung die Zeit des wahren Untergangs kennt, so giebt der Unterschied der Zeiten die Horizontalrefrakzion, wenn man schließt: so

wie sich des Quadrat des Halbmessers zum Produkt des Kosinus der Breite in den Kosinus der Abendweite verhält, so verhält sich der Unterschied der Zeiten zur Horizontalrefrakzion.

§. 22.

Aufgabe.

Die scheinbare Entfernung eines Sternes vom Monde in die wahre und umgekehrt verwandeln, und entscheiden ob hier die Veränderung der Dreiecke auf eine bequeme Art zu gebrauchen sei oder nicht.



Es sey L der Mittelpunkt des Mondes, E ein Stern, Z der Scheitelpunkt, EL die scheinbare Entfernung des Sterns vom Monde, Ee der Bogen, um welchen die Strahlenbrechung den Stern hebt, lL die um die Strahlenbrechung verminderte Parallaxe, wodurch der Mond vertieft wird, folglich el die wahre Entfernung beider Himmelskörper, eZ der wahre Abstand des Sterns und lZ der wahre Abstand des Mondes vom Zenith.

Hier könnte man zweimal die Regel des §. 3. im XVIIIten Hauptstück anwenden, und dadurch el finden; aber diese Methode setzet die

Be-

Berechnung der Winkel E und L voraus, also ist es leichter, in dem Dreieck EZL, dessen drei Seiten, durch Beobachtung gefunden sind, nur den Winkel Z zu berechnen (S. §. 19.), da man alsdann in dem Dreieck Zel durch die Restraktion Ze, durch die um die Strahlenbrechung verminderte Parallaxe Zl, und den Winkel Z kennt, folglich el berechnen kann.

Beyspiel. Es sey der durch den Hadleyschen Oktanten gefundene scheinbare Abstand des Sterns vom Monde 8^g, die Höhe des Mittelpunkts des Mondes in gleichem Augenblick 5^g, seine Parallaxe $54'$, seine Stralenbrechung $9'$, die Höhe des Sterns 11^g und seine Strahlenbrechung $5'$.

Man hat also $ZE = 79^g$
$ZL = 85^g$
$EL = 8^g$

Es ist

$$\sin ZL \times \sin ZE : \sin \frac{ZE + EL - ZL}{2} + \sin \frac{ZL + EL - EZ}{2} :: R^2 : (\sin \tfrac{1}{2} Z)^2$$

Setzt man die Werthe in diese Proportion und rechnet mit Logarithmen, so steht die Rechnung also:

$\log \sin 1^g = 8,2418553$
$\log \sin 7^g = 9,0858945$
$\log R^2 = 20,0000000$

Summe $37,3277498$

subtr. $\log \sin 79^g + \log \sin 85^g = 19,9902908$

$\log (\sin \tfrac{1}{2} Z)^2 = 17,3374590$

Also $\log \sin \tfrac{1}{2} Z = 8,6687295$
$= \log \sin 2^g 40' 23''$

folglich $Z = 5^g 20' 46''$
$Ze = 79^g 5'$
$Zl = 84^g 15'$

Man

Man ziehe von l den senkrechten Bogen lN auf Ze, so hat man in dem Dreyeck ZlN (Einleitung S. LIII.)

$R : \text{Cos}\ Z :: \text{tang}\ Zl : \text{tang}\ ZN$

$$\log \text{tang}\ Zl = \log \text{tang}\ 84^g\ 15' = 10,\ 9969934$$
$$\log \cos Z = \log \cos 5^g\ 20'\ 46'' = 9,\ 9981066$$
$$20,\ 9951000$$
$$\log R = 10,\ 0000000$$
$$\log \text{tang}\ ZN = 10,\ 9951000$$
$$= \log \text{tang}\ 84^g\ 13'\ 30''.$$

$ZN - Ze = Ne = 5^g\ 8'\ 30''.$

Nun ist $\cos NZ : \cos Ne :: \cos Zl : \cos el$

$$\log \cos Ne = \log \cos 5^g\ 8'\ 30'' = 9,\ 9982489$$
$$\log \cos Zl = \log \cos 84^g\ 15' = 9,\ 0008160$$
$$19,\ 9990649$$
$$\log \cos NZ = \log \cos 84^g\ 13'\ 30'' = 9,\ 0026933$$
$$\log \cos el = 9,\ 9963716$$
$$= \log \cos 7^g\ 23'\ 46''.$$

Der wahre Abstand des Sterns vom Monde beträgt also

$7^g\ 23'\ 46''.$

Umgekehrt, wenn die wahre Entfernung el gegeben ist, so geben die 3 Seiten des Dreyecks elZ den Winkel Z, woraus sich die scheinbare Entfernung EL herleiten läßt.

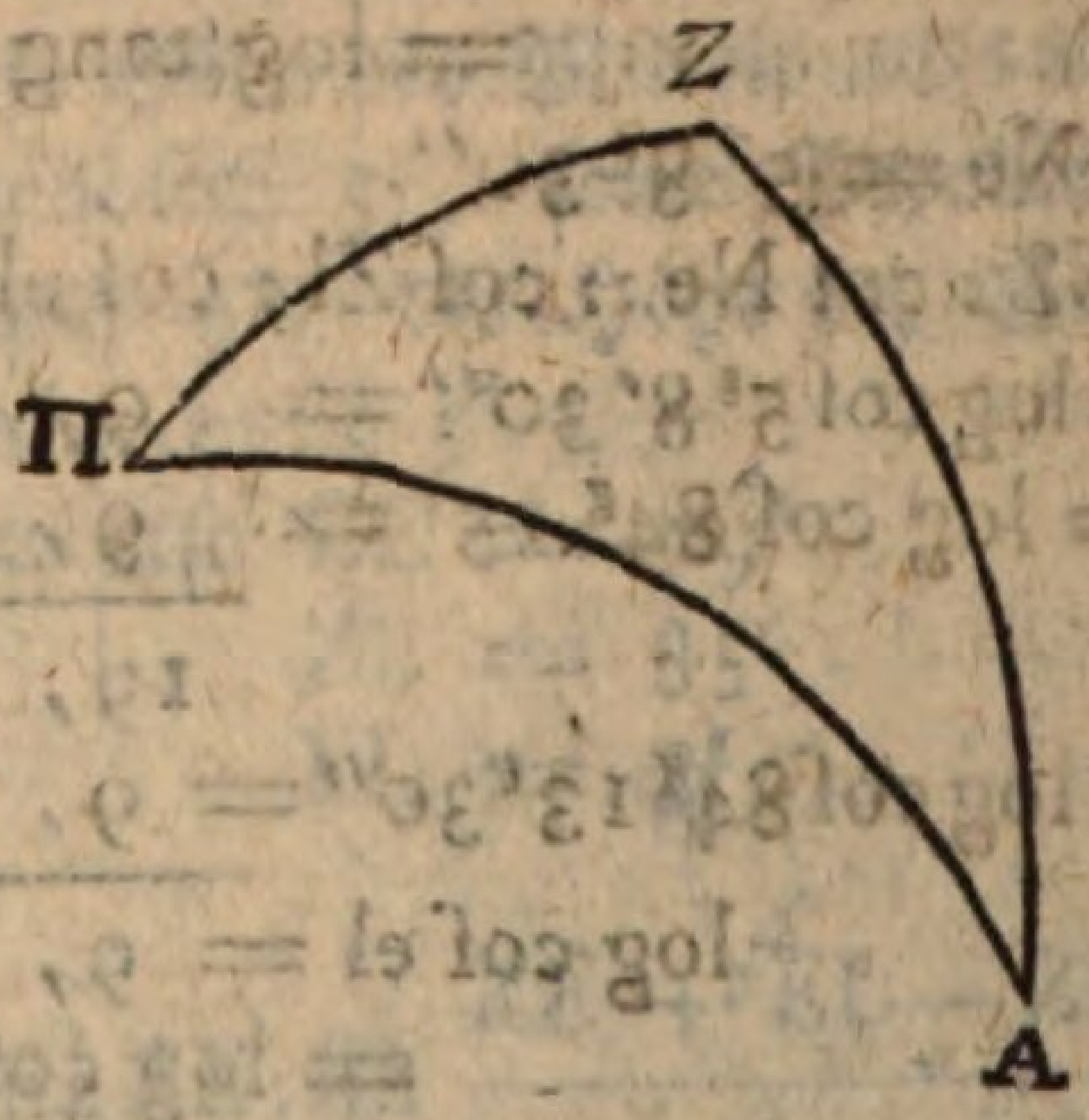
§. 23.

Aufgabe.

Wenn die vertikale Parallaxe eines Planeten gegeben ist, so soll mittelst der Lehre von der Veränderung der Dreiecke seine Parallaxe in der Länge, Breite, geraden Aufsteigung und Abweichung gefunden werden.

Da die Parallaxe der Unterschied zwischen dem wahren oder vom Mittelpunkt der Erde aus gesehenen und

dem scheinbaren oder von der Oberfläche der Erde gesehenen Orte ist, so ändert sie die Standlängen, Standbreiten, gerade Aufsteigungen, Abweichungen und Höhen der Planeten. Wenn nun bekannt ist, um wie viel die vertikale Parallaxe einen Planeten senkrecht vertieft, so fragt sichs, wie groß seine Parallaxe in der Standlänge, Standbreite, geraden Aufsteigung und Abweichung, d. h. wie groß der Unterschied zwischen seiner wahren u. scheinbaren Stand-



länge u. s. w. sei. Es sei Z das Zenith, π ein Pol der Ekliptik und A ein Planet. Da sich Z und Zπ durch die Wirkung der Parallaxe nicht ändern, und dadurch der Planet bloß in dem Scheitelkreise ZA vertieft wird, so ist nach H. XVIII. §. 3. der Halbmesser zum Kosinus des Winkels A, wie die Veränderung von ZA oder wie die vertikale Parallaxe zur Veränderung von Aπ oder der Parallaxe der Standbreite. Ferner ist nach H. XVIII. §. 7. der Kosinus der Standbreite oder der Sinus von Aπ, zum Sinus des Winkels A, wie die Veränderung von ZA oder die vertikale Parallaxe zur Veränderung von π oder zur Parallaxe der Standlänge.

Verlangt man die Parallaxe der geraden Aufsteigung und Abweichung, so lasse man π den Weltpol bedeuten.

Ende des neunzehnten Hauptstücks.

Berichtigungen zum ersten Bande dieser Astronomie.

In der Einleitung, Seite XI, Zeile 9, wird des Archimedes Standrechnung angeführt: dieses ist ein bloßer Druckfehler; es soll heißen: Sandrechnung.

In der nämlichen Einleitung, Seite XXV, Zeile 12, 13, 14, wird vom Halley gesaget: **er erfand den Spiegel-Oktanten, der auf der See zu astronomischen Beobachtungen gute Dienste leistet.** Statt dessen sollte hier eine neue Zeile angefangen werden, und stehen: **Hadley, ebenfalls ein Engländer, den man wegen Aehnlichkeit der Namen, mit dem vorhergehenden nicht verwechseln muß, erfand den Spiegel-Oktanten, u. s. w.**

Seite 10, Zeile 16, stehet: **bei Q West- oder Abendseite, und auf der andern Seite, dem Punkte R gerade gegen über, Ost- oder Morgenseite.** Es soll heißen: **bei Q Ost- oder Morgenseite, und auf der andern Seite, dem Punkte Q gerade gegen über, West- oder Abendseite.** Die Figur (Seite 2 des ersten Bandes) hat sich, wie immer geschiehet, im Drucke umgekehrt, und daraus ist die Verwechselung von Ost- und West geschehen.

Seite 18, Zeile 9 von unten. Statt NO lies GO.

Seite 24, Zeile 15. Statt D lies F, statt F aber D.

Seite 29, Zeile 1 und 2. Hier stehet: jede Zeitminute erfordert $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ **Gradminute, jede Zeitsekunde $\frac{1}{4}$ Gradsekunde.** Es soll heißen: **jede Zeitminute erfordert $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ Grad, jede Zeitsekunde $\frac{1}{4}$ Gradminute.**

Seite 29, Zeile 8. Statt **viermal** größer, lies: **funfzehnmal** größer.

Seite 42, Zeile 3. Statt **am 8ten Februar**, lies: **am 5ten Februar.**

Seite 56, Zeile 11 von unten. Statt **Fuchs**, lies **Luchs.**

Seite 57, Zeile 4. Statt **Perseus**, lies: **Pegasus.**

Seite 59, Zeile 14. Statt **nachgehenden**, muß stehen: **vorgehenden.** Eben so S. 71, Z. 14. von unten.

Seite 76, Zeile 14 von unten. Statt **Wassermann**, muß gesetzet werden **Wasserschlange.**

Seite 78, Zeile 10 und 13. Stehet **Perseus**, lies: **Pegasus.**

Seite 83, Zeile 6 von unten. Statt 25 lies 15.

Seite 85, Zeile 11 von unten. Statt Meridian, lies: Horizont.

Seite 91, Zeile 17. Statt 2 Zeichen 16 Grad, lies: $75\frac{1}{2}$ Grad.

Seite 122, Zeile 4 und 5. Statt sehen die halbe Sonne am Horizont herumstreifen, muß es heißen: sehen die Sonne nicht ganz untergehen oder nicht ganz aufgehen, sondern statt dessen nur den Horizont zur Mitternacht und zu Mittage streifen.

Seite 218, Zeile 17 von unten. Stehet Hiedleysche statt Hadleysche.

Seite 275, Zeile 8 von unten. Statt Nachtag, lies Nachttag.

Seite 282, Zeile 3 und 4 von unten. Statt Zeichen, lies Zeiten.

Seite 287, Zeile 15 von unten. Statt Nachtage, lies Nachttage.

Seite 299, Zeile 5 und f. Hier stehet: Wenn diese zu 21 Stunden 37′ 15″ 7 addirt, u. s. w. Diese ganze Stelle muß also gelesen werden: wenn man diese von 21 Stunden 37′ 15″ 7 subtrahiret, so kommen 21 St. 37′ 8″ 9 scheinbarer Zeit. Es war aber Mittag an der Sonne gestern um 11 Uhr 56′ 53″ 7, also 0 St. 3′ 6″ 3 früher als an der mittleren Zeit. Setzet man diesen Unterschied zu 21 Stunden 37′ 8″ 9, so kommen 21 Stunden 40′ 15″ 2 oder 9 Uhr 40′ 15″ 2 an der Sonne wenn es an der mittleren Zeit 9 Uhr 37′ 15″ 7 ist.

Berichtigungen für gegenwärtigen zweiten Band der Sternkunde.

Seite 3, Zeile 10. Statt Nachstunden lies Nachtstunden.

Seite 3, Zeile 19. Statt vielmehr lies; viel mehr in zwei Worten.

Seite 4, Zeile 8 von unten. Statt Nebenlicht lies Nebelicht. Bei Gelegenheit der hier vorkommenden Namen der französischen Monate merke ich an, daß ich bei der Verdeutschung auf die Abwechselung der Endsilben Rücksicht genommen habe, sonst wäre es gar leicht gewesen zu sagen Weinmonat, Nebelmonat, Reifmonat, Schneemonat u. s. w. Allein diese Einförmigkeit der Endsilben haben die Frankreicher eben zu vermeiden gesucht, und darin müßte man sie in der Uebersetzung nachahmen.

Seite 5, Zeile 9. Hier wird angenommen, daß der Anfang des Herbstes auf den 21ten, 22ten und 23ten September fallen kann. Beim ersten Anblick scheinet dieses nicht richtig zu sein, und da das bürgerliche Jahr so eingerichtet ist, daß es nie einen vollen Tag vom astronomischen abweichen soll, so hat es das Ansehen, als wenn die herbstliche Nachtgleiche, sobald sie auf den 23ten fallen kann, nie am 21ten eintreten könne. Allein man muß hierbei auf die Verschiedenheit der geographischen Länge der Oerter Rücksicht nehmen. Wenn bei uns der 22te September ist, so haben westlichere Länder noch den 21ten.

Seite 75, Zeile 9. Statt Scheibe lies Scheide.

Seite 75, Zeile 13 u. f. Hier stehet, daß nur ohngefähr der halbe Rand der beweglichen Scheibe durch einen Einschnitt im Zifferblatte der Aequations-Uhr zu sehen sein soll. Dieses wäre nun freilich für die Festigkeit des Zifferblatts zuträglich, weil es sonst zu sehr durchlöchert sein würde; allein dann würde der Zeiger nur ohngefähr 15 Minuten vor und nach der vollen Stunde die wahre Zeit angeben. Es ist also besser, daß der ganze bezifferte Rand der inwendigen Scheibe sichtbar sei, und daß das ausgeschnittene Stück des unbeweglichen Zifferblatts mit dem übrigen Theile desselben nur so viel Verbindung behalte, als zum Zusammenhang unentbehrlich ist. Kurz vorher ist noch gesaget, daß man ein Getriebe an der Röhre, welche den Stundenzeiger führt, und alle 12 Stunden herum gehet, machen soll; daß es dann nicht schwer sein wird, zwei oder drei Räder so einzurichten, daß das letzte in einem Jahre herumgehe; daß an diesem die Aequationsscheibe befestiget sein soll; daß diese mittelst eines Rechens ein gezahntes Rad drehen soll, welches eine Röhre oder Scheide zur Welle hat, die sich um die Röhre der Zeiger frei herum drehet; und daß an diesem Rade die bewegliche Stundenscheibe befestiget sein soll. — Wenn an der Uhr ein Rad ist, welches sich in mehreren Tagen einmal herum drehet, so ist es am besten, dessen verlängerte Welle zur Bewegung der Aequations-Vorrichtung zu gebrauchen. Ferner ist es nicht rathsam, die hohlen Wellen der Zeiger noch mit einer, worann das bewegliche Zifferblatt befestiget sei, zu belasten; dieses innere Zifferblatt, kann an einigen Stellen mittelst kleiner Ueberschläge am unbeweglichen angeheftet sein, jedoch so, daß es sich drehen könne; befestiget man nun am unbeweglichen Zifferblatte inwärts den bloßen Rand eines gezahnten Rades,

oder

oder nur bloße Stifte, so kann der Rechen seine Wirkung thun, ohne daß der übrige Mechanismus der Uhr merklich gehindert werde. Uebrigens ist die Idee dieser Vergleichungs-Uhr aus Herrn Geißlers Uhrmacher oder Lehrbegriff der Uhrmacherkunst genommen.

Wenn ich in diesem zweiten Bande noch mehr finde, was einer Berichtigung bedarf, so werde ich es am Ende des folgenden Bandes anzeigen.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Burja, Abel, 1752-1816

Lehrbuch der Astronomie

Bd.: Zweiter Band

Berlin 1796

Astr.u. 36 m-1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10060886-3
VD18 90501497